

ریاضی کنکور سراسری

۱۴۰۲ تا ۱۳۹۸

مهدی شاکریان

فصل ۱: درجه ۲، معادلات کسری و رادیکالی، تغییر متغیر، توان های گویا

وقتشه عاشق ریاضی بشی



خارج از کشور - ۱۳۹۸

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$

۵۶ اگر $A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)^{-1.5}}$ باشد، حاصل $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}}$ ، کدام است؟

۴

۳

۲

۱

$$\left(3^2 \quad 3^{\frac{1}{2}} \right) \times \frac{1}{2} = 3^{-\frac{1}{2}} \quad 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$A = \frac{1}{4\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{(1 + 2\sqrt{2})} = \sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

۵۹ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $(2m-1)x^2 + 6x + m-2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز

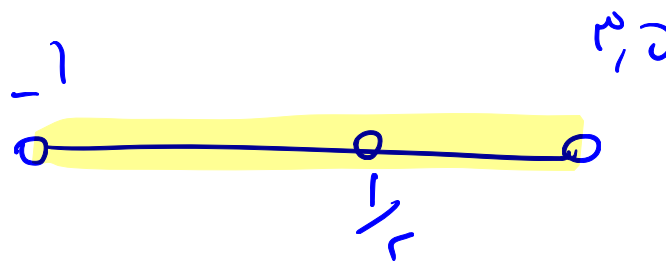
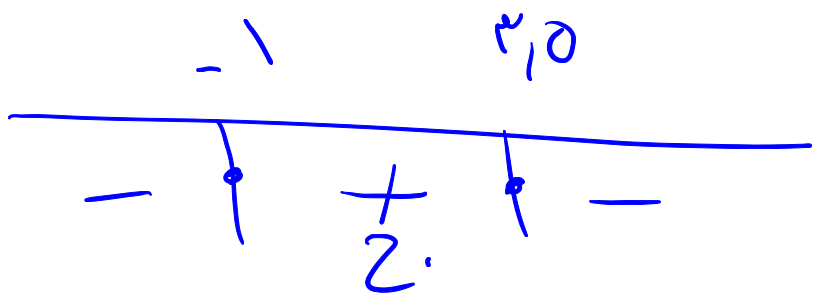
سراسری - ۱۳۹۸

است؟ (با تغییر)

$-1 < m < 2,5 - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ (۴)
 $-1 < m < 3,5 - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ (۳)
 $-2 < m < 3,5 - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ (۲)
 $-2 < m < 2,5 - \{0\}$ (۱)

ارثیه داره $\Delta > 0$ $\rightarrow 4m + (\dots) = 0$ $\rightarrow m \neq \frac{1}{2}$

$\cancel{36} - \cancel{4} (2m-1)(m-2) > 0$
 $-2m^2 + 8m + 7 > 0$



۶۰) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ همواره پایین محور x ها است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۲ < m < ۶ (۴)

۲ < m < ۴ (۳)

۲ < m < ۵ (۲)

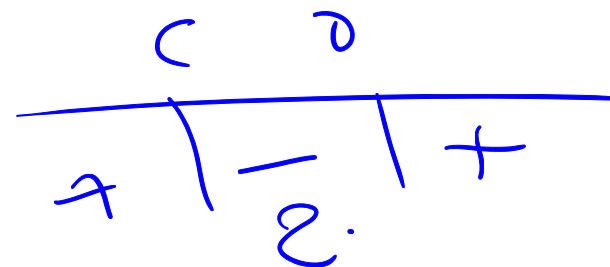
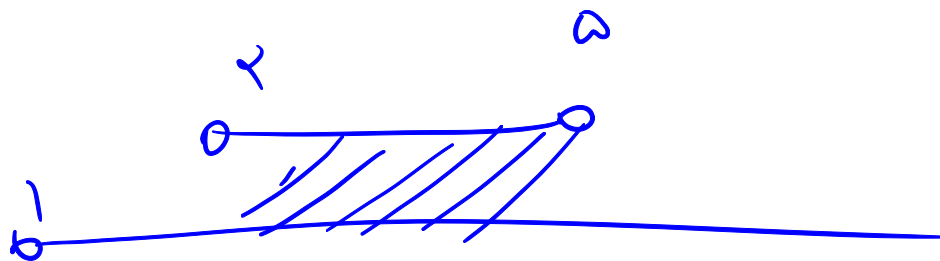
۱ < m < ۵ (۱)

① $a < 0 \rightarrow 1 - m < 0$

$m > 1$

② $\Delta < 0 \rightarrow (m^2 + 9 - 4m) - 4(-1 + m) < 0$ $m^2 - 4m + 10 < 0$
 $(m - 1)(m - 9) < 0$

انتخاب ۳



ریاضی استاد شاکریان

۶۴) پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟
 * خارج از کشور - ۱۳۹۸

$$\frac{x}{v - v_0} + \frac{x}{v + v_0} = \frac{9}{60}$$

$\frac{x}{v - 5} + \frac{x}{v + 5} = \frac{9}{60}$

$\frac{1}{v - 5} + \frac{1}{v + 5} = \frac{9}{60}$

$\frac{2}{v^2 - 25} = \frac{9}{60}$

$2 \cdot 60 = 9(v^2 - 25)$

$120 = 9v^2 - 225$

$9v^2 = 345$

$v^2 = 38.33$

$v = 6.19$

$v = 12$

۱.۵: حل

۲.۵:

$$v = 12 \rightarrow \frac{1}{v} + \frac{1}{17} \neq \frac{9}{60}$$

$$v = 15 \rightarrow \frac{1}{10} + \frac{1}{20} = \frac{2+1}{20} = \frac{3}{20}$$

ریاضی استاد شاکریان

۶۵) بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟

سراسری - ۱۳۹۸

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20}$

$x(x+9)(20)$

$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+9} = \frac{20}{20}$

$x = 27 \rightarrow \frac{1}{27} + \frac{1}{27} \neq \frac{1}{20}$

$x = 36 \rightarrow \frac{1}{36} + \frac{1}{20} = \frac{5+9}{180} = \frac{14}{180} = \frac{7}{90} \neq \frac{1}{20}$

مجدد از سوال x بگیر



سراسری - ۱۳۹۸

۶۶) اگر $3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2$ باشد، عدد $\frac{a+1}{a}$ کدام است؟

۳,۵ (۳)

۲,۵ (۲)

۱,۵ (۱)

$$t = 4 \quad \left(\sqrt{2a^2 + 4a} \right)^2 = (2 - 3a)^2$$

t: جواب:

$$\cancel{2a^2} + \cancel{4a} = 4 + 9a^2 - 12a \rightarrow \sqrt{a^2 - 12a + 4} = 2$$

$$\left\{ \begin{aligned} a = \frac{2}{\sqrt{2}} &\rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{\frac{2}{\sqrt{2}} + 1}{\frac{2}{\sqrt{2}}} = \frac{2 + \sqrt{2}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \\ a = \frac{12}{\sqrt{2}} = 2 &\rightarrow 4 + \sqrt{4} = 2 \quad \text{ع} \end{aligned} \right.$$

$$a^2 - 12a + 4 = 0$$

$$(a - 2)(a - 12) = 0$$

$$a = +2$$

$$a = +12$$

(ت) سراسری

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۶۷) اگر $\sqrt{3a+16} = 1 - 2a$ باشد، عدد $4a + 9$ ، کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

t: $\sqrt{3a+16} = 1 - 2a$

~~$3a+16 = 1 + 4a - 4a$~~

$3a^2 - 7a - 10 = 0$

t: $3a^2 - 7a - 10 = 0$

$3a^2 - 7a - 10 = 0$

$(a-12)(a+0) = 0$

$\frac{0 \times 12}{3 \times 1}$

$a = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 120}}{6} = \frac{7 \pm 13}{6}$
 $a = \frac{20}{6} \rightarrow \sqrt{3 \times \frac{20}{6} + 16} = 1 - 2 \times \frac{20}{6}$
 ~~$a = -\frac{6}{6} \rightarrow \sqrt{3 \times (-1) + 16} = 1 - 2 \times (-1)$~~

سراسری - ۱۳۹۹

کدام است؟ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{27}}{5 - \sqrt{6}} - 2(\sqrt[4]{9} - 1)^{-1}$ ۵۲

$1 - \sqrt{2}$ ۳
 $-1 + \sqrt{2}$ ۲
 $1 + \sqrt{3}$ ۱

$$\frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{5 - \sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{5 + \sqrt{6}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2} + 2\sqrt{12} + 10\sqrt{3} + 3\sqrt{18}}{19} = \frac{19\sqrt{2} + 19\sqrt{3}}{19}$$

$$\frac{-2}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{-2(\sqrt{3}+1)}{\cancel{\sqrt{3}+1}} = -\sqrt{3}-1$$

$$(\cancel{\sqrt{2} + \sqrt{3}}) + (-\cancel{\sqrt{3}} - 1) = \sqrt{2} - 1$$

خارج از کشور - ۱۳۹۹

۵۳ حاصل عبارت $\frac{\sqrt{۲۷}-۱}{۴+\sqrt{۳}} + (۲-\sqrt{۳})^{-۱}$ کدام است؟

۱ + $\sqrt{۳}$ (۳)

۲ $\sqrt{۳}$ (۲)

۱ + ۲ $\sqrt{۳}$ (۱)

$$\frac{\sqrt{۳}-۱}{۴+\sqrt{۳}} \times \frac{۴-\sqrt{۳}}{۴-\sqrt{۳}} =$$

$$\frac{۱۲\sqrt{۳}-۹-۴+\sqrt{۳}}{۱۳} = \frac{۱۳\sqrt{۳}-۱۳}{۱۳} = \sqrt{۳}-۱$$

$$\frac{۱}{۲-\sqrt{۳}} \times \frac{۲+\sqrt{۳}}{۲+\sqrt{۳}} =$$

$$\frac{۲+\sqrt{۳}}{۱}$$

$$\boxed{۱+۲\sqrt{۳}}$$

۵۶) معادله درجه دوم $3x^2 + (2m - 1)x + 2 - m = 0$ دارای دو ریشه حقیقی است. اگر

مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار m کدام است؟ سراسری - ۱۳۹۹

$S = \frac{1}{P} \rightarrow \frac{-2m+1}{3} = \frac{3}{2-m}$

$-\frac{5}{2}$ (۴) -1 (۴) 3 (۲) $\frac{7}{2}$ (۱)

$-\cancel{3m} + \cancel{2m} + \cancel{2} - m = 9$

$3m^2 - 2m - 7 = 0$

$m = -1 \xrightarrow{\text{حای}} 3x^2 - 3x + 3 = 0 \quad \Delta < 0$

$m = \frac{7}{3} \rightarrow \dots \dots \Delta > 0$

۵۷) معادله درجه دوم $2x^2 + mx + m + 6 = 0$ دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر m کدام

خارج از کشور - ۱۳۹۹

است؟

(-۶, -۴)

(-۶, ۰)

(-۴, -۲)

(-۴, ۰)

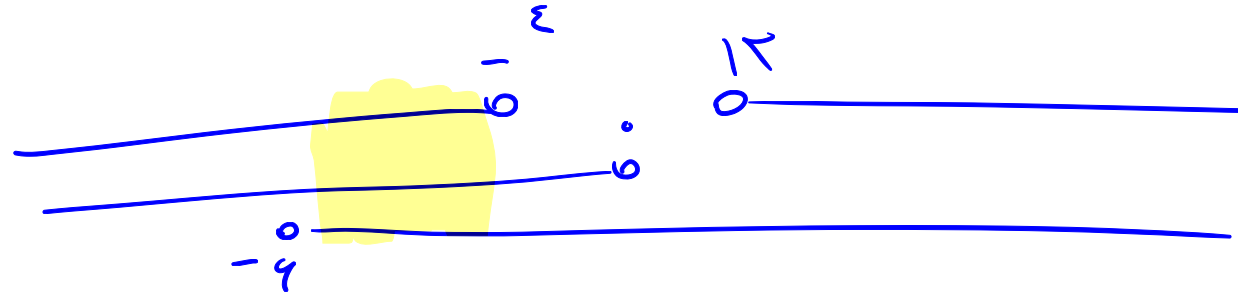
$\Delta > 0$
 $\Delta \geq 0$

$\Delta > 0 \rightarrow m^2 - 1(m+6) > 0$ $m^2 - 13m - 41 > 0$ $\frac{-13 \pm \sqrt{169 + 164}}{2}$

$S > 0 \rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \rightarrow -m > 0$ $m < 0$

$P > 0 \rightarrow \frac{m+6}{2} > 0 \rightarrow m+6 > 0$ $m > -6$

اشتراک:



۵۸ فرض کنید نقاط $(-2, 5)$, $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این

سراسری - ۱۳۹۹

$(2, 15)$ ۴

$(2, 9)$ ۳

سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

$(-1, 4)$ ۲

$(-1, 3)$ ۱

$$y = c + a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$y = 5 + a(x - 0)(x + 2)$$

$(1, 11)$

جای

$$11 = 5 + a(1)(3) \quad a = 2$$

$$x = -1 \rightarrow y = 5 + 2(-1)(1) = 3$$

۵۹ فرض کنید رأس سهمی $A(-1, 9)$ $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی

خارج از کشور - ۱۳۹۹

از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

(۱, ۵) ۴

(۲, ۵) ۳

(۵, -۹) ۲

(۵, -۷) ۱

$$y = a(x - x_s)^2 + y_s \rightarrow y = a(x + 1)^2 + 9$$

$$(3, 1) \xrightarrow{ص} 1 = a(14) + 9 \rightarrow a = \frac{-8}{14} = -\frac{4}{7}$$

$$y = -\frac{4}{7}(x + 1)^2 + 9$$

$$x = 5 \checkmark$$

$$y = -\frac{4}{7}(39) + 9 = -9 \checkmark$$

فرض (۴۱) کنید $a = \sqrt[4]{\sqrt{6-2}}$ و $b = \sqrt[4]{\sqrt{6+2}}$ مقدار

سراسری - ۱۴۰۰

کدام است؟ $(a^2 + b^2 - 2ab)^2 (a^2 + b^2 + 2ab)^2$

$16(2 - \sqrt{3})$ (۴)

$16(2 + \sqrt{3})$ (۳)

$4(2 - \sqrt{3})$ (۲)

$4(2 + \sqrt{3})$ (۱)

$$(a-b)^4 (a+b)^4 = (a^2 - b^2)^2 = \left(\sqrt{\sqrt{6-2}} - \sqrt{\sqrt{6+2}} \right)^2$$

$$(۱۵۵)^2 = \sqrt{6-2} + \sqrt{6+2} - 2\sqrt{(\sqrt{6-2})(\sqrt{6+2})} = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} = 2(\sqrt{6} - \sqrt{2})$$

$$(۱۵۵)^2 = 4(6 + 2 - 2\sqrt{12}) = 4(8 - 4\sqrt{3}) = 32 - 16\sqrt{3}$$

۴۲) فرض کنید x_1 و x_2 جوابهای معادله $(\sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 1)(\sqrt[3]{x^2} - 1) = 2\sqrt[3]{x}$ باشند

سراسری - ۱۴۰۰

مقدار $x_1 + x_2$ کدام است؟

۱) -۱

۲) صفر

۳) ۱

۴) ۲

$$\sqrt[3]{x^2} \rightarrow \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{\sqrt[3]{x^2}}{ab} \right) \left(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{a-b} - 1 \right) = 2\sqrt[3]{x}$$

$$x^2 - 1 = 2\sqrt[3]{x} \rightarrow x^2 - 2\sqrt[3]{x} - 1 = 0 \quad \left[x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 2 \right]$$

$$(a-b)(a^2 + b^2 + ab) = a^3 - b^3$$

۴۳) فرض کنید $a = \sqrt[4]{7} - \sqrt[4]{3}$ مقدار $(a + \frac{1}{a}) + \sqrt{2}$ کدام است؟

۴۹) خارج از کشور - ۱۴۰۰

۲۵) ۳

۱۶) ۲

۹) ۱

$$\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} = \sqrt{2 - \sqrt{3}} = a$$

$$\left(\left(a + \frac{1}{a} \right)^2 - (\sqrt{2})^2 \right)^2 = \left(a^2 + \frac{1}{a^2} + \cancel{2} - \cancel{2} \right)^2$$

$$\left(2 - \sqrt{3} + \frac{1}{2 - \sqrt{3}} \right)^2 = \left(2 - \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3} \right)^2 = 4^2 = 16$$

۴۶) مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است. اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد، آن گاه حاصل ضرب پولهای باقیمانده آنها ۴۷۵ تومان خواهد شد. پول اولیه اکرم کدام است؟

۹۱ (۴) خارج از کشور - ۱۴۰۰

۸۵ (۳)

۱۵ (۲)

۹ (۱)

$$x + y = 100$$

$$x = 100 - y$$

$$(x - 10)(y + 10) = 475$$

$$(90 - y)(10 + y) = 475$$

$$y = 10 \rightarrow (70)(20) \neq 475$$

$$y = 15 \rightarrow (75)(25) = 475$$

$$\begin{cases} y = 15 \\ x = 10 \end{cases}$$

فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 5x = 0$ باشند و $\frac{\alpha^2}{125}$ و $\frac{\beta^2}{125}$ سراسری - ۱۴۰۰

ریشه‌های کدام معادله هستند؟

- ۱ $125x^2 + 16x = 1$
 ۲ $125x^2 = 16x + 1$
 ۳ $125x^2 = 12x + 1$
 ۴ $125x^2 + 12x = 1$

$x^2 + x - 5 = 0$
 $\alpha + \beta = -1$
 $\alpha\beta = -5$
 $\alpha^2 + \alpha - 5 = 0$

$$S = \frac{\alpha^2}{125} + \frac{\beta^2}{125} = \frac{S^2 - 2PS}{125} = \frac{-1 + 10}{125} = \frac{-17}{125}$$

$$S = \frac{\alpha^2}{125} + \frac{\beta^2}{125} = \frac{(\alpha\beta)^2}{125 \cdot 125} = \frac{-17}{125 \cdot 125} = \frac{-1}{125}$$

$\alpha(\alpha + 1) = 5$
 $\alpha + 1 = \frac{5}{\alpha}$ ✓
 $\beta + 1 = \frac{5}{\beta}$ ✓

۴۸ فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$

می توان تشکیل داد به طوری که مجموع ریشه های هر معادله از حاصل ضرب ریشه های همان معادله دو واحد بیشتر باشد؟

سراسری - ۱۴۰۰

$$\Delta = b^2 + 4ac$$

$$S - P = 2$$

a
1
2
3

۱۸ (۴)

$$\frac{-b}{a} - \frac{-c}{a} = 2$$

۷ < ۶
۵ > ۶
۳ > ۶
۲ > ۶

۱۶ (۳)

۹ - ۲ > ۵
- ۲ > ۵
- ۲ > ۵

۱۵ (۲)

$$c - b = 2a$$

$$7 + 5 + 2 + 1 = 16$$

۱۴ (۱)

۶ > ۸

☆

۴۹ فرض کنید $a, b, c \in \{1, 2, \dots, 9\}$ چند معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx - c = 0$

می توان نوشت که فاصله حاصل ضرب ریشه های هر معادله با جمع ریشه های آن معادله، دو واحد باشد؟

۳۶ ۴ خارج از کشور - ۱۴۰۰

۳۲ ۳

۲۸ ۲

۲۴ ۱

$$S - P = 2 \rightarrow 14$$

$$P - S = 2 \rightarrow 14$$

$$c - b = 2a$$

$$b - c = 2a$$

$$c = a \quad b = 1 \quad a = 2$$

$$c = 1 \quad b = 9 \quad a = 2$$

۵۰) اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های حقیقی معادله $x^2 - 7x^2 - 5 = 0$ به ترتیب p و s باشند

سراسری - ۱۴۰۰ *حاجان*

حاصل عبارت $2p^2 - 3sp + 2s$ کدام است؟

$59 + 7\sqrt{69}$ (۴)

۵۰ (۳)

$7 + \sqrt{69}$ (۲)

$59 - 7\sqrt{69}$ (۱)

$x^2 = t \rightarrow t^2 - 7t - 5 = 0$

$x^2 = \frac{7 + \sqrt{49}}$

$x^2 = \frac{7 - \sqrt{49}}$;

$x = -\sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}}$

$t = \frac{7 \pm \sqrt{49}}{2}$

$x = \sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}}$

$S = 0$

$P = 2 \left(-\sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}} \sqrt{\frac{7 + \sqrt{49}}{2}} \right)^2 = \frac{+1}{2} (7 + \sqrt{49})^2 = \frac{1}{2} \left(49 + 49 + 14\sqrt{49} \right)$
 $\sqrt{59 + 7\sqrt{49}}$

۵۳ فرض کنید x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - 4x = 0$ باشند. ریشه‌های کدام معادله $x_1^3 + \frac{1}{x_2}$ و

خارج از کشور - ۱۴۰۰

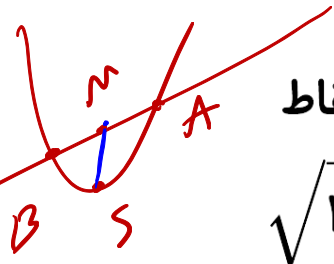
$$x^2 - 4x = 0, \quad \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -4$$

$x_1^3 + \frac{1}{x_2}$ است؟

۴ $4x^2 + 51x = 197$ ۳ $4x^2 - 51x = 197$ ۲ $4x^2 + 51x = 221$ ۱ $4x^2 - 51x = 221$

$$S' = \alpha^3 + \frac{1}{\beta} + \beta^3 + \frac{1}{\alpha} = (S^3 - 3PS) + \frac{\alpha^3 + \beta^3}{\alpha\beta} = 1^3 + \frac{1}{-4} = \frac{51}{4}$$

$$P' = \left(\alpha^3 + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta^3 + \frac{1}{\alpha}\right) = \alpha^3\beta^3 + \alpha^2 + \beta^2 + \frac{1}{\alpha\beta} = -4^3 + 9 + \frac{-1}{4} = \frac{-221}{4}$$



۵۴ سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -1 را در نقاط A و B قطع می کند. اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله رأس سهمی از نقطه M ، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟
خارج از کشور - ۱۴۰۰

$(1, 0)$
 $(0, -1)$
 $m = \frac{1}{1}$

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

۲ (۱)

$y = x - 1$

$-x^2 + 2x + 1 = x - 1$

$-x^2 + x + 2 = 0$

$A(-1, -2)$

$M(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}$

$B(2, 1)$

$S(1, 2)$

$MS = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{20}{4}} = \sqrt{\frac{21}{4}} = \frac{\sqrt{21}}{2}$

۵۸) فاصله نقطه تلاقی منحنی‌های $2y = x^2$ و $x = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$ با مبدأ مختصات کدام است؟

سراسری - ۱۴۰۰

$\sqrt{15}$ (۴)

$2\sqrt{3}$ (۳)

$\sqrt{6}$ (۲)

$\sqrt{3}$ (۱)

$$\sqrt{2y} = \sqrt{y+3} - \sqrt{y-3}$$

$y = 3$

$x = \sqrt{4}$

$\sqrt{4} = \sqrt{4}$

$$d = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

① حاصل عبارت $\sqrt[4]{(4 + \sqrt{7})^{-1}} \sqrt{1 + \sqrt{7}}$ کدام است؟

$2\sqrt{2} (4)$

$2 (3)$

$\sqrt{2} (2)$

$1 (1)$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}}}$$

$$\sqrt[4]{(1 + \sqrt{7})^2} = \sqrt[4]{\frac{1}{4 + \sqrt{7}} \times (1 + 2\sqrt{7})}$$

$$1 + 7 + 2\sqrt{7}$$

$$= \sqrt[4]{2}$$

۴۹) به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

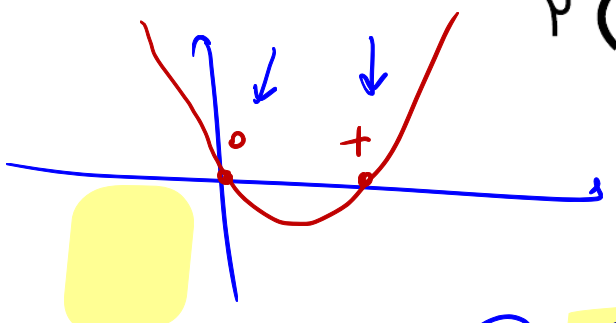
$y = ax^2 + bx + c$ ←

۱) هیچ مقدار a

۲) تمام مقادیر a

۳) ۱

۴) ۲



۱) $a > 0$

۲) $5 > 0$

$$\frac{-3 - 2a}{a} > 0$$

$$-3 - 2a > 0$$

$$-2a > 3$$

$$a < -1.5$$

۳) اشتراک ندارد = \emptyset

$$\frac{c}{a} = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0$$

۴) $c = 0$

$$k=3$$

به ازای دو مقدار a ، یک ریشه معادله $3x^2 - ax + 4 = 0$ ، سه برابر ریشه دیگر است. اختلاف این دو مقدار a ، کدام است؟

$$\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$$

$$\frac{a^2}{14} = \frac{16}{1}$$

$$9 \quad (2)$$

$$8 \quad (1)$$

$$a^2 = 4 \times 16$$

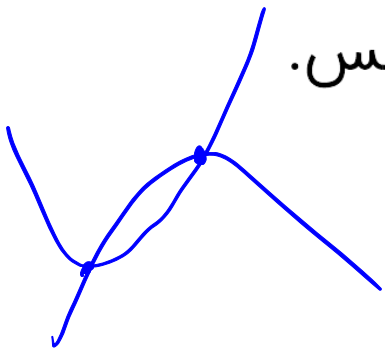
$$a = \pm 8$$

$$(8) - (-8) = 16$$

$$\alpha, 3\alpha$$

$$1, 3$$

رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس.



مقدار $b - a$ چه قدر است؟

$$\frac{-a}{-2a}$$

۱۸ (۴)

-۱۸ (۳)

۶ (۲)

-۶ (۱)

$$S\left(\frac{1}{2}, \frac{a^2 + 11a}{2a}\right)$$

$$S\left(\frac{1}{2}, \frac{b^2 + 11b}{-11b}\right)$$

$$\frac{1}{2}b - \frac{1}{2}b - 1 = \frac{a + 11}{2}$$

$a = -12$

$$\frac{b + 11}{-11} = \frac{-1}{14} a + \frac{1}{2} a + 2$$

$b = -4$

$$b - a = -4 - (-12) = 8$$

۵۰ اگر a و b اعداد طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (a^2 + b^2 - 12)x + a + b - 1 = 0$ باشند، مقدار ~~$a + b$~~ کدام است؟

$$(a+b)^2 - 2ab$$

۱۲ (۴)

۹ (۳)

۵ (۲)

۲ (۱)

$$a+b = \frac{a^2 + b^2 - 12}{1}$$

$$t = t^2 - 2ab - 12$$

$$ab = (a+b) - 1 \rightarrow ab = t - 1$$

$$t = t^2 - 2t + 2 - 12 \quad t^2 - 3t - 10 = 0 \quad (t-5)(t+2) = 0$$

$$t = +5 \rightarrow a+b = 5$$

$$t = -2$$

9 - (n-1)

معادله ⑤ $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-1}+3} - \frac{\sqrt{x+1}}{3-\sqrt{x-1}} = \frac{x-1}{\sqrt{x-1}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱) صفر

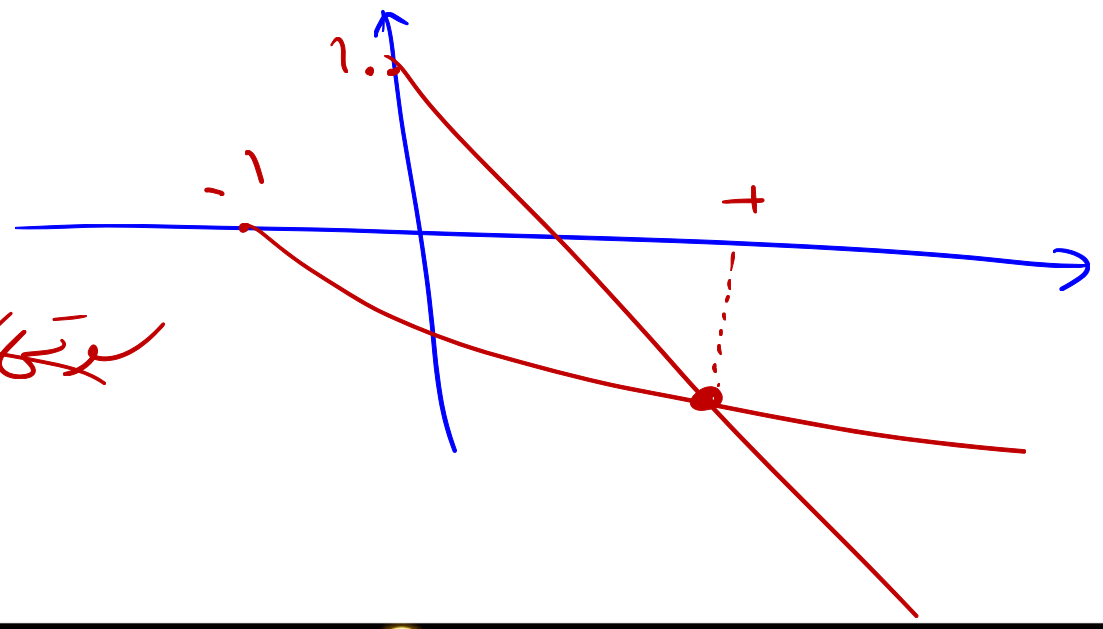
$$\sqrt{n+1} \left(\frac{\cancel{\sqrt{x-1}}}{(n-\sqrt{x-1})(n+\sqrt{x-1})} \right) = \sqrt{x-1}$$

عظما زبرا فخر اصل
عظما کنند
 $|x=1|$

$$\frac{-2\sqrt{n+1}}{1-n} = 1 \rightarrow -2\sqrt{n+1} = 1-n \rightarrow \dots$$

$$\begin{aligned} (n+1) &= 1 + n^2 - 2n \\ n^2 - 2n + 94 &= 0 \\ (n-7)(n-16) &= 0 \end{aligned}$$

سوتی لایزنی نجی



۵۲) معادله $\frac{1}{\sqrt{2-x}+2} - \frac{1}{2-\sqrt{2-x}} = \frac{2-x}{5\sqrt{2-x}}$ چند ریشه مثبت دارد؟

۱) صفر

۳ (۴)

$$\frac{-2\sqrt{2-x}}{(2-\sqrt{2-x})(2+\sqrt{2-x})}$$

۲ (۳)

$$= \frac{\sqrt{2-x}}{0}$$

۱ (۲)

$$x=2$$

غلط

$$-1 = 2 - (2-x)$$

$$-1 = 2 + x$$

$$x = -12$$

ریشه مثبت ندارد.
یک ریشه منفی دارد.

حاصل عبارت $\left(\frac{\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5}}{\sqrt{10} + 2} \right)$ کدام است؟

$\sqrt{2}$ (۴)

۱ (۳)

$-\sqrt{2}$ (۲)

-1 (1)

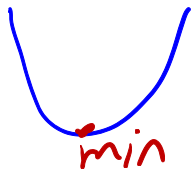
$$A = \sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} \rightarrow A^2 = (\cancel{3} - \sqrt{5}) + (\cancel{3} + \sqrt{5}) - 2\sqrt{9-5}$$

~~$A^2 = 2$~~

$A = \pm\sqrt{2}$
 $A = -\sqrt{2}$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{0}}{\sqrt{10} + 2} \times -\sqrt{2} = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2 + \sqrt{10}} = -1$$

کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟



$$x = 3/5 \text{ (F)}$$

$$x = 3 \text{ (B)}$$

$$x = 2/5 \text{ (C)}$$

$$x = 2 \text{ (D)}$$

$$\frac{-\Delta}{2a} = 2 \rightarrow \Delta = -1 \ a \rightarrow 144 - 4m(5m - 1) = -12m$$

$$-2 \cdot m^2 + 12m + 144 = 0 \xrightarrow{\div -2} m^2 - 6m - 72 = 0 \quad \left| \begin{array}{l} m = 10 \\ m = -12 \end{array} \right. \checkmark$$

$$m^2 - 6m - 72 = 0 \quad (m - 10)(m + 12) = 0$$

$$\boxed{m = 3}$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{12}{2m} = \frac{12}{4} = 3$$

$E =$ بزرگتر از کوچکتر - بزرگتر

69 α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 6x + a = 0$ هستند. اگر $\alpha < \beta < 0$ و

باشد، مقدار a چقدر است؟ $3\alpha^2 + 2\beta^2 = 12\sqrt{2} + 15$

2 (F)

$\frac{21}{5} (3 \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta}) \quad \frac{13}{4} (2 \bar{x} = 20)$

1 (1)

$2,0 (\alpha^2 + \beta^2) + 1,0 (\alpha^2 - \beta^2)$

$2,0 (S^2 - 2P) + 1,0 (S)(-E)$

$S = \frac{-b}{a} = -6$

$P = \frac{c}{a} = a$

$E = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{36 - 4a}}{1}$

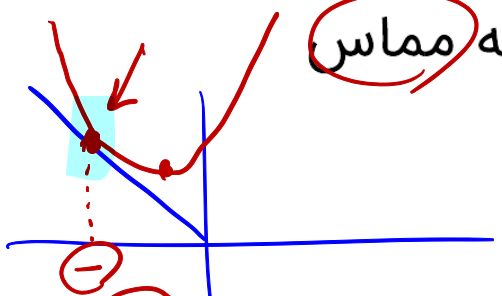
$2,0 (34 - 2a) + 1,0 (-6)(-\sqrt{\quad})$

10

$12\sqrt{2}$

$a = 1 \rightarrow 2,0 (34) = 10 \checkmark$

۴۷ نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی، کدام است؟



$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{7}{6}$ (۳)

$-\frac{5}{18}$ (۲)

$-\frac{1}{18}$ (۱)

$f = g$ ← شرط های برابری
 $D = 0$ ← شرط های برابری
 $n = \frac{-b}{2a}$ ← جایگزینی در معادله

$$3n^2 + (2m-1)n + (m + \frac{4}{3}) = -2$$

$$3n^2 + (2m)n + (m + \frac{4}{3}) = 0$$

معادله تلافی g, f

$m = -1$
 $m = +2$

$$m^2 - 2m - 2 = 0$$

$$2m^2 - (m+2) = 0$$

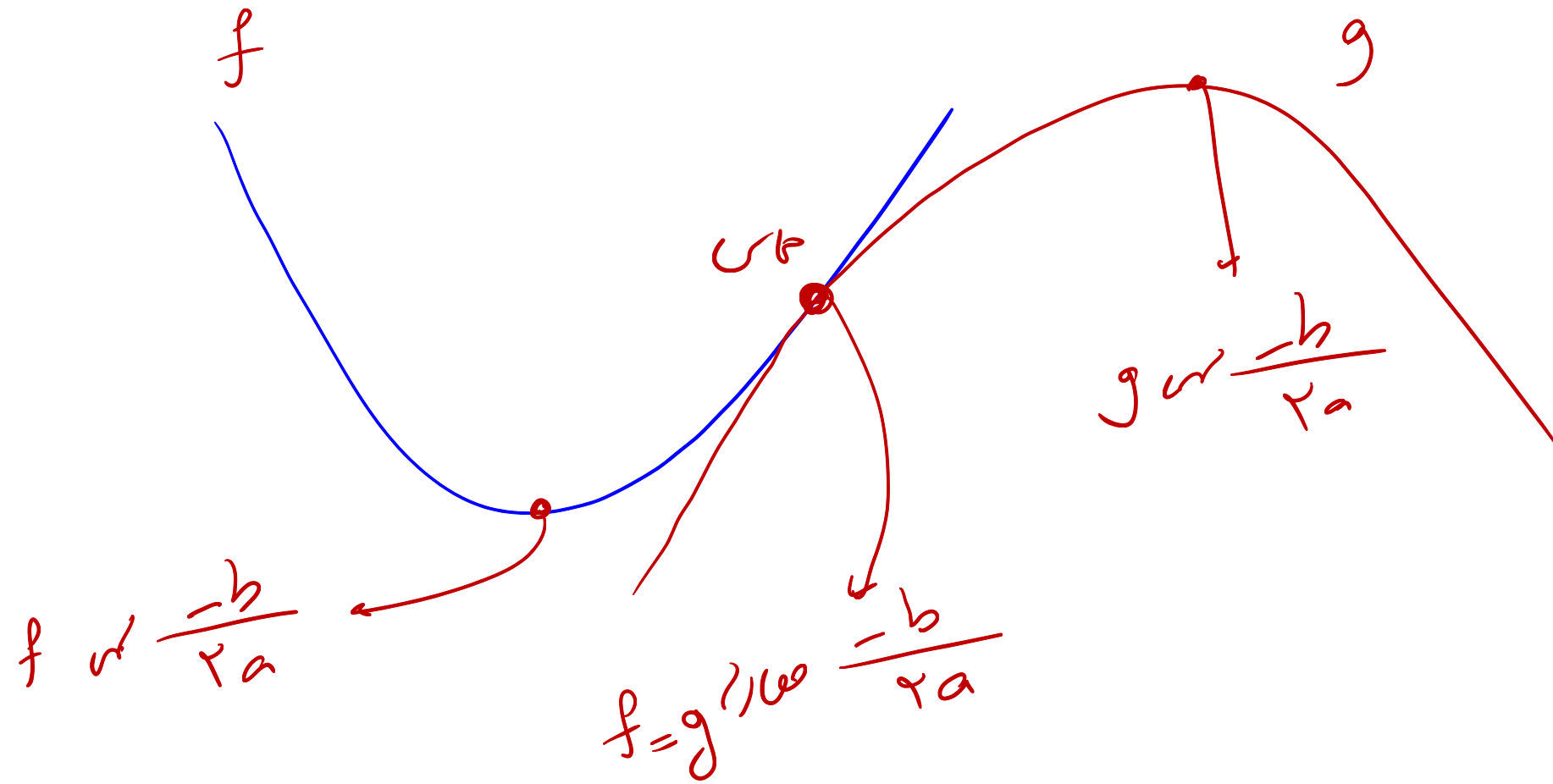
$\Delta = 0$

$m = 2$

$\frac{-2m}{4} < 0$

جایگزینی = $\frac{-b}{2a}$

تبدیل $\Rightarrow \frac{-b}{2a} = \frac{-(2m-1)}{4} = \frac{-7}{4}$



۶۸ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 2(a+1)x + 2a - 1 = 0$ باشند. به ازای کدام مقدار a ، به ترتیب سه عدد α ، β و a تشکیل دنباله هندسی می‌دهند؟

۱ (۴)

-۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

$$(a)^2 = (1)(\beta) \rightarrow$$

$$a^2 = \alpha \beta$$

$$a^2 = 2a - 1$$

$$\boxed{a=1}$$

۶۹ اگر α و β ریشه‌های معادله $\underline{4x^3 + kx^2 - 9x - 2} = 0$ و $\alpha + \beta = 1$ و $\alpha\beta = -2$ باشد، مقدار k چقدر است؟

۳ (۴)

-۳ (۳)

$\frac{27}{5}$ (۲)

$-\frac{27}{5}$ (۱)

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

$$\alpha + \beta = 1$$

$$\alpha\beta = -2$$

$$\cancel{\alpha + \beta} + \alpha = \frac{-b}{a} \rightarrow 1 + \alpha = \frac{-k}{4}$$

$$\cancel{\alpha\beta} \alpha = \frac{-d}{a} \rightarrow -2\alpha = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{8}}$$

$$1 + \frac{-1}{8} = \frac{-k}{4}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{-k}{4}$$

$$k = -\frac{7}{2}$$



به ازای چند مقدار m ، تابع $y = (1 - 18m)x^2 + 8(m^2 + 1)x + 11$ در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{4}$ دارای ماکسیمم است؟

(۳) هیچ مقدار m (۴) تمام مقادیر m

(۲)

(۱)

$$(۱) a < 0 \rightarrow 1 - 18m < 0 \quad -18m < -1$$

$$m > \frac{1}{18}$$

$$(۲) \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{-8(m^2 + 1)}{2(1 - 18m)} = \frac{1}{4}$$

$$-8m^2 - 8 = 1 - 18m$$

$$-8m^2 + 18m - 9 = 0 \quad m = \frac{-18 \pm 4}{-16}$$

$$\begin{cases} m = \frac{13}{4} \checkmark \\ m = \frac{3}{4} \checkmark \end{cases}$$

چقدر است؟ $\left(\frac{1}{a^3 - \sqrt{a^3+1}} + \frac{1}{a^3 + \sqrt{a^3+1}} \right)^{1401}$

اگر $\frac{1}{a^3+1} + \frac{1}{a^3-1} = 2$ باشد، حاصل

(۴)

(۳)

(۲)

(۱)

$$\left((a^3+1) - \sqrt{a^3+1} \right) \left((a^3+1) + \sqrt{a^3+1} \right)$$

$$\frac{2a^3 + 1}{(a^3+1)^2 - a^3} = \frac{2a^4}{a^4 + a^3 + 1}$$

$$= \frac{2a^4}{a^4 + (a^4-1) + 1} = 1$$

(۱) = 1

$$\frac{a^3-1 + a^3+1}{a^4-1} = 2$$

$$\frac{2a^3}{a^4-1} = 2$$

$$| a^3 = a^4 - 1 |$$

$$2a^3 = 2a^4 - 2$$

①

دشوار

سراسری ۱۴۰۲

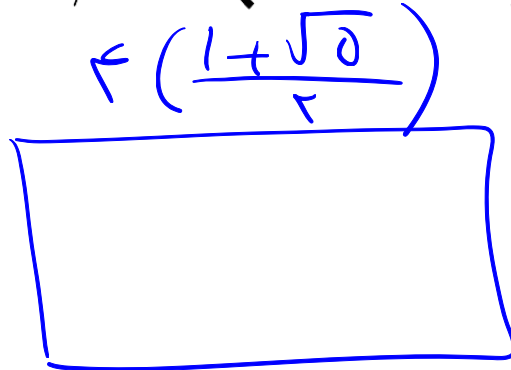
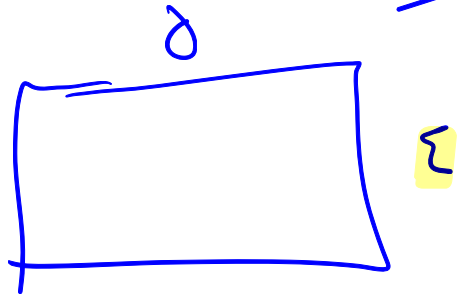
نسبت طول به عرض یک مستطیل، ۵ به ۴ است. با افزایش طول مستطیل، یک مستطیل طلایی خواهیم داشت. نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟

(۴) $\frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$

(۳) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$

(۲) $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$

(۱) $\frac{1}{3} + \sqrt{5}$



$$\frac{\cancel{4} \times \cancel{4} \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)}{\cancel{4} \times 5} = \frac{4}{5} (1 + \sqrt{5})$$

ساده

سراسری ۱۴۰۲

ریشه‌های معادله $2x^2 - ax + b = 0$ نیم‌واحد از ریشه‌های معادله $2ax^2 + ax - 6 = 0$ بیشتر است. مقدار $[\frac{ab}{4}]$ کدام است؟

α, β

-۱ (۴)

$$\alpha + \beta = \frac{-a}{2a} = \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$\alpha\beta = \frac{-6}{2a} = \left[-\frac{3}{a} \right]$$

-۲ (۳)

$$\alpha + \beta + 1 = \frac{a}{2} \rightarrow a = 1 \checkmark$$

$$(\alpha + \frac{1}{2})(\beta + \frac{1}{2}) = \frac{b}{2}$$

$$\cancel{\alpha\beta} + \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \frac{1}{4} = \frac{b}{2}$$

$$-\frac{3}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{b}{2} \rightarrow b = -9$$

-۳ (۲)

-۴ (۱)

$$\Rightarrow \left[\frac{1 \times -9}{4} \right] = \left[-\frac{9}{4} \right] = \left[-2 \right]$$

متوسط

خارج از کشور ۱۴۰۲

ریشه‌های معادله $x^2 - (a+1)x + a = 0$ دو عدد فرد متوالی طبیعی و ریشه‌های معادله $x^2 - (3a+1)x + b = 0$ دو عدد زوج متوالی است. اختلاف حاصل ضرب ریشه‌های دو معادله کدام است؟

۹ (۴)

$$a + b + c = 0 \rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

↓

$$n^2 - 1 \cdot n + \cancel{b} = 0$$

$$(n - 1)(n - 2) = 0 \quad \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

۱۳ (۳)

$$x^2 - \varepsilon x + 3 = 0$$

$$x^2 - 1 \cdot x + 2\varepsilon = 0$$

۲۱ (۲)

۳۳ (۱)

$$\frac{c}{a} = 3$$

$$\frac{c}{a} = 2\varepsilon$$

دشوار

خارج از کشور ۱۴۰۲

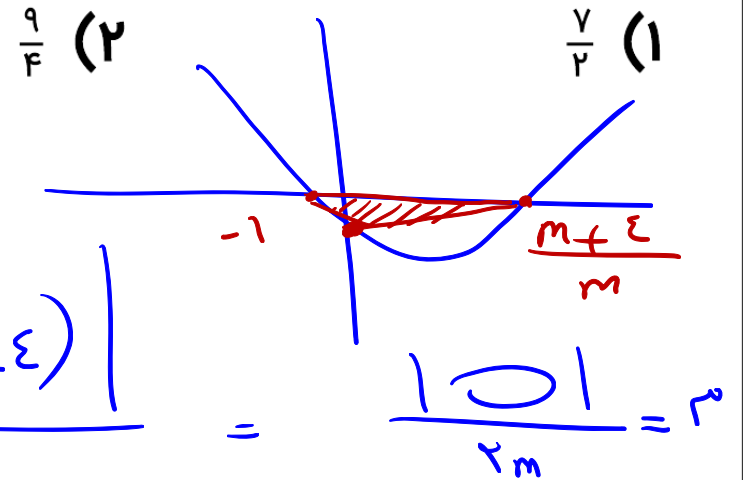
صفرهای تابع $y = mx^2 - 4x - (m + 4)$ و نقطه تقاطع آن با محور y ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر ۳ باشد، اختلاف طول رأس سهمی‌های رسم شده توسط مقادیر مختلف m کدام است؟

$$a+c=b \rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \\ \beta = \frac{m+4}{m} \end{cases}$$

$$x=0 \rightarrow y = -(m+4)$$

$$S = \frac{1}{2} (\alpha - \beta) (EF)$$

$$3 = \frac{1}{2} \left(\frac{m+4}{m} + 1 \right) (-m-4)$$



$$|0| = 4m$$

$$0 = 4m$$

$$0 = -2m$$

$$m = -1$$

$$m = -2$$

$$n = \frac{-b}{2a} = \frac{4}{2m} = \frac{2}{m}$$

$$|-1/2 + 2| = 3/2$$

$$n_S = -2$$

$$n_S = -1/2$$

✓ دوشوار سراسری ۱۴۰۲
 حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{y^2}{y^2-1}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

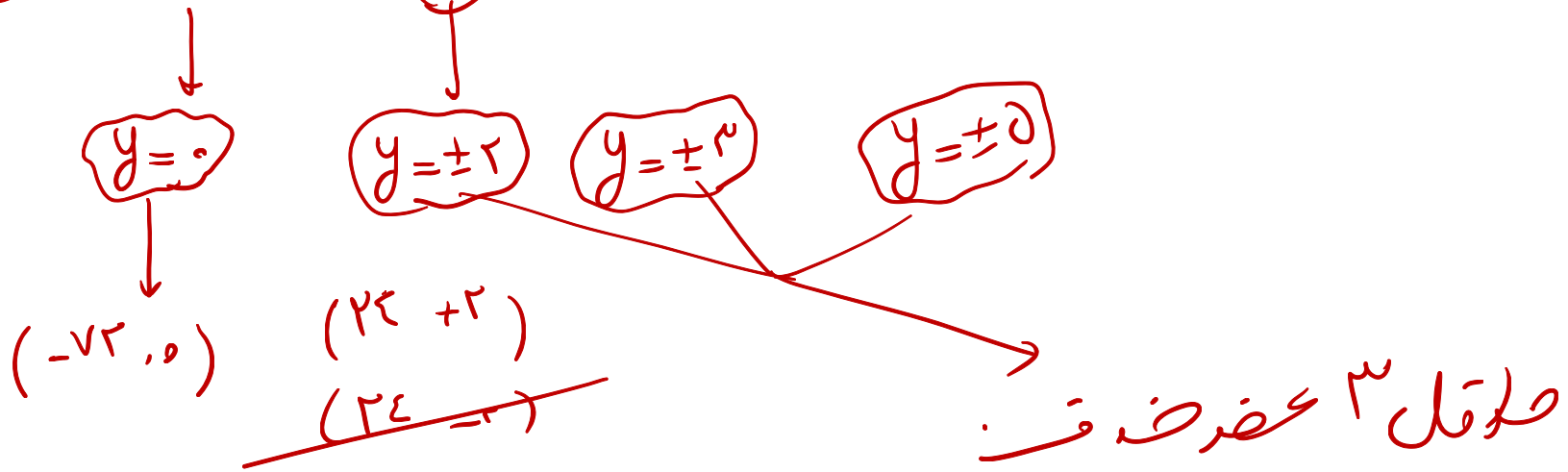
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

$$x = \frac{y^2}{y^2-1} = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 9, \pm 12, \pm 18, \pm 24, \pm 36, \pm 72$$



حداقل ۳ عضو حذف

ساده خارج از کشور ۱۴۰۲

حداقل چند عضو از مجموعه $f = \{(x, y) | x, y \in \mathbb{Z}, x = \frac{30}{1+|y|}\}$ حذف شود تا f یک تابع باشد؟

۴ (۴)

۵ (۳)

۶

۷ (۱)

$$x = \frac{30}{1+|y|} = 1, 2, 3, 6, 5, 10, 15, 30$$

$y = 0$ $y = \pm 1$ $y = \pm 2$ \pm \pm \pm \pm \pm



متوسط

خارج از کشور ۱۴۰۲

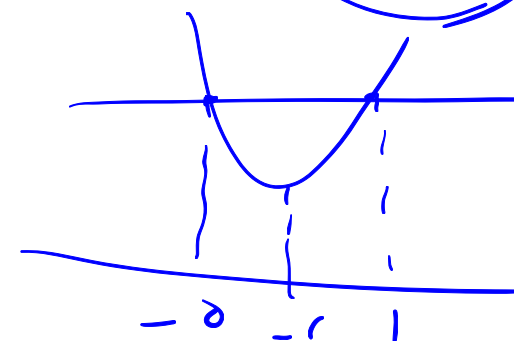
نقاط $(1, \beta)$ و $(-5, \beta)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر $-\frac{1}{2}$ است. اگر سهمی محورهایها را در نقطه‌ای به عرض $\frac{3}{2}$ قطع کند، مقدار β کدام است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)



$$S(-2, -\frac{1}{2})$$

$$\text{نقطه } (0, \frac{3}{2})$$

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

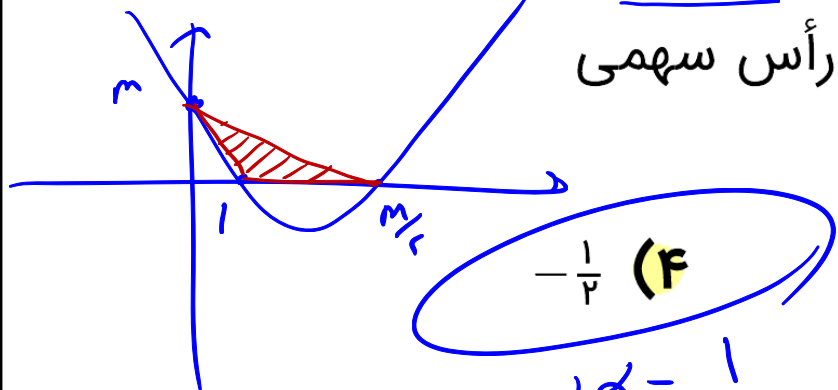
$$y = a(x + 2)^2 - \frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2} = 4a - \frac{1}{2} \quad \underline{a = \frac{1}{2}}$$

$$(1, \beta) \rightarrow \beta = \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = 4$$

دشوار سراسری ۱۴۰۲

صفرهای تابع $y = 2x^2 - (m+2)x + m$ و نقطه تقاطع آن با محور عرض‌ها، رئوس یک مثلث هستند. اگر مساحت این مثلث برابر $\frac{3}{4}$ باشد، کدام می‌تواند طول رأس سهمی $y = x^2 - mx + 1$ باشد؟



$-\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{3}{4}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$$\frac{3}{4} = \frac{1 \left(\frac{m}{2} - 1 \right) (m)}{2}$$

$m = 3$

$m = -1$

$a+b+c=0 \rightarrow \begin{cases} \alpha=1 \\ \beta=\frac{m}{2} \end{cases}$

$x=0 \rightarrow y=m$

$x = \frac{-b}{2a} = \frac{m}{2}$

ساده

سراسری ۱۴۰۲

رأس سهمی $y = kx^2 - 4x - 6$ روی خط $y = -4x - 4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟

-۸ (۴)
-۴ (۳)
۶ (۲)
۲ (۱)

$$n_s = \frac{c}{2k} = \frac{2}{k}$$

$$y_s = \frac{-\Delta}{2a} = \frac{-16 - 24k}{2k} = \frac{-8 - 12k}{k} = -4 \left(\frac{2}{k} \right) - 8 \rightarrow k = 2$$

$$y_s = \frac{-8 - 12}{2} = -10$$

متوسط

سراسری ۱۴۰۲

α و β ریشه‌های معادله $ax^2 - 8x + 4 = 0$ است. اگر مجموع و حاصل ضرب ریشه‌های معادله‌ای با ریشه‌های $\alpha^2\beta$ ، $\alpha\beta^2$ برابر باشند، مقدار $\log_{\sqrt{2}} a$ کدام است؟ ($a > 0$)

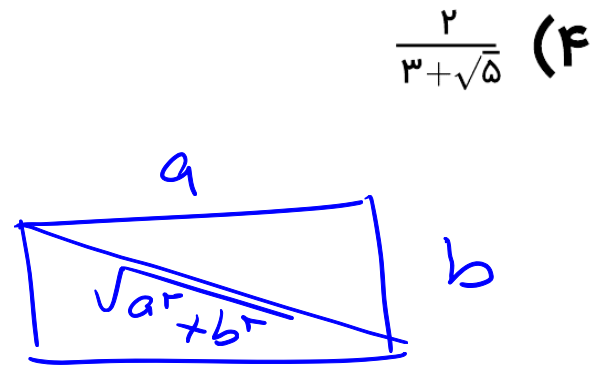
$$\begin{array}{l} 4 \quad (4) \\ 3 \quad (3) \\ 2 \quad (2) \\ 1 \quad (1) \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha + \beta = \frac{8}{a} \\ \alpha\beta = \frac{4}{a} \end{array} \quad \begin{array}{l} S' = P' \\ \alpha\beta^2 + \alpha^2\beta = \frac{\alpha\beta^3}{\alpha\beta} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \alpha + \beta = \frac{8}{a} \\ \alpha\beta = \frac{4}{a} \end{array} \quad \begin{array}{l} \alpha + \beta = \alpha^2\beta^2 \rightarrow \frac{8}{a} = \frac{16}{a^2} \\ \log_{\sqrt{2}} a = 1 \text{ و } \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2}} = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 8a = 16 \\ a = 2 \end{array}$$

دشوار

خارج از کشور ۱۴۰۲

از تقسیم اندازه قطر یک مستطیل به طول آن، عدد طلایی حاصل می‌شود. مجدور نسبت طول به عرض مستطیل کدام است؟



(۴) $\frac{2}{3 + \sqrt{5}}$

(۳) $\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$

(۲) $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

(۱) $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

$$\frac{1 + \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a}$$

$$\frac{2}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = 1 + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\frac{2 + 2\sqrt{5}}{2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2}$$

$$\frac{b^2}{a^2} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{a^2}{b^2} = ?$$

$$\frac{2}{1 + \sqrt{5}}$$

متوسط

سراسری ۱۴۰۲

ریشه هفتم عدد مثبت a ، مساوی ۲۷ برابر عدد a با توان $\frac{15}{7}$ است. $(\frac{1}{a} - 3)$ چند برابر $(1 + \sqrt{3})$ است؟

(۱) $6 - 3\sqrt{3}$

$$\frac{a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} = \frac{27 a^{\frac{15}{7}}}{a^{\frac{1}{2}}}$$

$$\frac{1}{27} = a^{\frac{2}{7}}$$

$$a = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{3(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}+1(\sqrt{3}-1)} = \frac{3(4-2\sqrt{3})}{2} = 6 - 3\sqrt{3}$$

متوسط

سراسری ۱۴۰۲

محور تقارن سهمی‌های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

$$\frac{-a}{2} = \frac{2}{-2}$$

$$f(2) \quad a = 2$$

$$g(3) \quad a = 3$$

$$-f(2)$$

$$-g(1)$$

$$1 = x^2 + 2x - 2$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

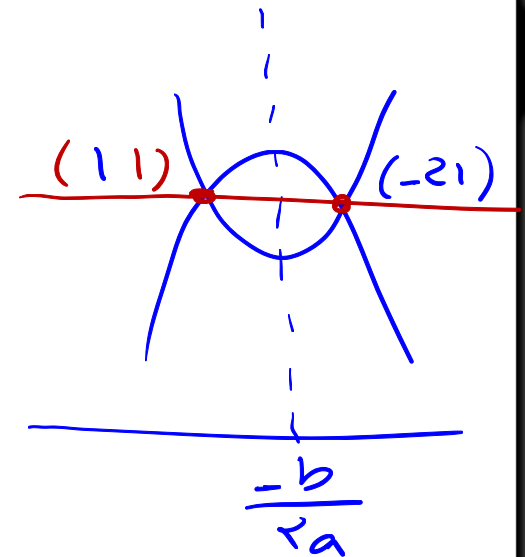
$$x = 1 \quad x = -3$$

(11)

$$1 = -1 - 2 + b$$

$$b = 4$$

$$ab = 8$$



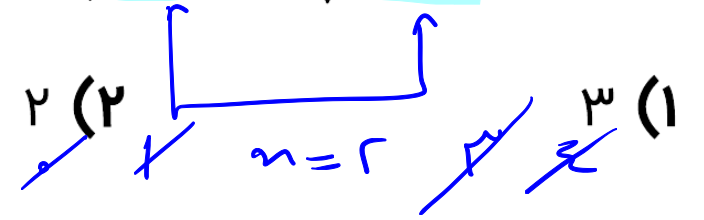
متوسط

سراسری ۱۴۰۲

معادله $\sqrt{2x-3} = \sqrt{x+\sqrt{x-2}} - \sqrt{2-x}$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۴ (صفر)

۳ (۱)



$x=2$ یک $\sqrt{1} = \sqrt{2+0} - \sqrt{0}$

غلط

تست جدید

$$2 + \sqrt{2-3} = \sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}$$

$n=3$ - جواب ۱، ۲، ۳

$$2+0 = 0+2$$

$$\sqrt{x-a} + \dots + \sqrt{a-x} \dots$$

دشوار

سراسری ۱۴۰۲

معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیرمشترک کدام است؟

$4 \quad 3 \quad 2 \quad 1$
 $4x + m = 2x - 3m \quad \varepsilon x = -\varepsilon m \quad x = -m \quad m^2 - 4m + m = 0$
 $m^2 - 3m = 0$
 $m = 0$ ✓
 ~~$m = 0$~~

$x^2 + 4x + \alpha = 0 \rightarrow \alpha = 4$
 $x^2 + 2x - 1\alpha = 0 \rightarrow \alpha = 2$

$\alpha = 4$	$\beta = 1$
$\alpha = 2$	$\beta = -3$

مشترک غیرمشترک

نقطه

متوسط

سراسری ۱۴۰۲

۳۹

نقاط $A(3, y)$ و $B(-5, y)$ روی یک سهمی واقع شده‌اند و عرض رأس سهمی برابر ۱ است. اگر این سهمی، محور x ها را در نقاطی با طول‌های α و β قطع کند و $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ باشد، این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

✓

$\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۱)

$(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 5$

$-1 = \frac{\alpha + \beta}{2}$ $S = -2$ $-2P = 5$ $P = -1/2$

$y = a(x^2 - Sx + P)$ $y = a(x^2 + 2x - 1/2)$ $1 = a(-1/2)$ $a = -2$

$x = 0 \rightarrow y = -2/3 - 1/2 = \frac{1}{6}$

دشوار

سراسری ۱۴۰۲

اگر α و β ریشه‌های متمایز معادله $ax^2 - ax - b = 0$ و $4\alpha\beta^2 + 2\alpha^2 - 2\alpha\beta = 17$ باشد، اختلاف ریشه‌های این معادله کدام است؟

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۳)

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۴)

$$(2\alpha^2 + 2\beta^2) + (2\beta^2 - 2\alpha\beta) = 17$$

$$(S^2 - 2P) + (2\beta^2 - 2\alpha\beta) = \frac{17}{c}$$

$$(1 + 2\frac{b}{a}) + (-\frac{b}{a}) = \frac{17}{c}$$

$$2\frac{b}{a} = -\frac{1}{c}$$

$$\frac{b}{a} = -\frac{1}{c}$$

$$S = 1 \quad P = \frac{-b}{a} = \frac{1}{c}$$

$$a\beta^2 - a\alpha\beta - b = 0$$

$$\beta^2 - \alpha\beta = \frac{b}{a}$$

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{1a} = \frac{\sqrt{1 + 4(\frac{1}{c})}}{1} = \sqrt{\frac{2}{c}} = \frac{2}{\sqrt{c}}$$

دشوار

سراسری ۱۴۰۲

مجموع ریشه‌های معادله $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{16}{9}$ کدام است؟

۲/۲۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۷۵ (۲)

۱ (۱)

$$\frac{(n-1)^r + n^r}{n^r (n-1)^r} = \frac{16}{9}$$

$$\frac{2(n^r - n) + 1}{(n^r - n)^r} = \frac{16}{9}$$

$$n^r - n = t$$

$$\frac{2t + 1}{t^r} = \frac{16}{9} \longrightarrow (t_1) (t_2)$$

$$n^r - n = t_1 \xrightarrow{\Delta} S = 1$$

$$n^r - n = t_2 \xrightarrow{\Delta} S = 1$$

$$\checkmark S = r$$

دشوار

خارج از کشور ۱۴۰۲

(۴۱)

مجموع ریشه‌های $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{40}{9}$ کدام است؟

۴/۵ (۴)

۴ (۳)

۲ (۳-۲)

۲/۵ (۲)

۲ (۱)

$$\frac{(n-1)^2 + n^2}{n^2(n-1)^2} = \frac{40}{9}$$

$$\frac{2n^2 - 2n + 1}{(n^2 - 2n)^2} = \frac{40}{9}$$

$$n^2 - 2n = t \rightarrow$$

$$\frac{2t + 1}{t^2} = \frac{40}{9}$$

$$2t^2 - 9t - 18 = 0 \quad \begin{cases} t_1 = 0- \\ t_2 = 9+ \end{cases}$$

$$n^2 - 2n = \cancel{t_1}^+$$

$$n^2 - 2n = \cancel{t_2}$$

$$\begin{matrix} S = 2 \\ S = 2 \end{matrix} \rightarrow$$

$$\sqrt{40} = 2$$