



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



استاد شاكریان
shakeryan.com



۱۴۲- دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = \frac{ax^2 + bx}{x}$ و $g(x) = x - 2$ به ازای هر $x \neq 0$ برابرند، زوج مرتب (a, b) کدام است؟

(۱) $(-1, 2)$

(۲) $(1, 2)$

(۳) $(1, -2)$ ✓

(۴) $(-1, -2)$

$$f = ax + b$$

$$g = 1x - 2$$

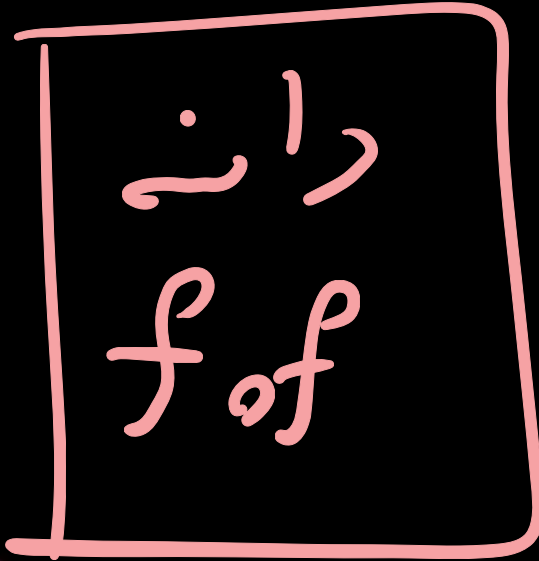
$$\begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$





فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



استاد شاكریان
shakeryan.com



۱۴۵- اگر $f(x) = \sqrt{x} - x^2$ ، دامنه تابع f of شامل چند عدد صحیح است؟

(۱) یک

(۲) دو

(۳) سه

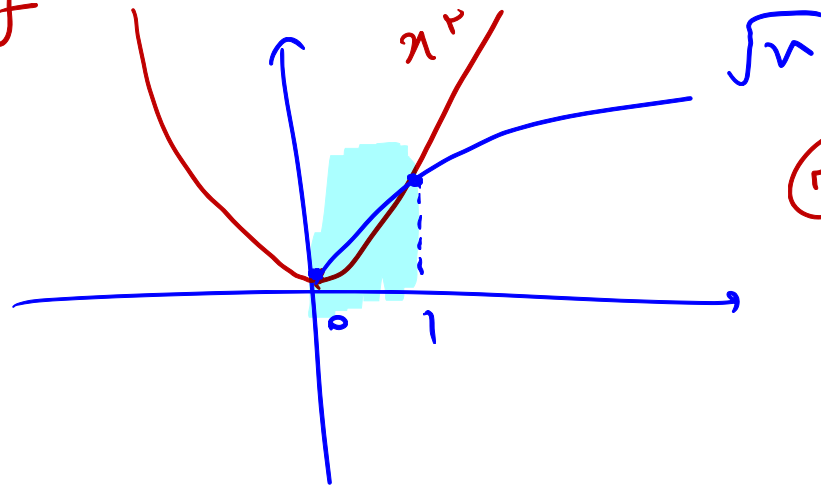
(۴) صفر

$$f(f(x))$$

① $x \in D_f \rightarrow x \geq 0$

② $f \in D_f \rightarrow \sqrt{x} - x^2 \geq 0$

$$\sqrt{x} \geq x^2 \rightarrow [0, 1]$$



③ $[0, 1] = \text{استدلال}$
 $\{0, 1\}$



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



✓ قلم
✓ ریختی
✓ ترواست

استاد شاکریان
shakeryan.com



$$-1 < [x] - x \leq 0$$

۱۴۷- اگر $f(x) = [x] - x$ و $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$ باشند، برد تابع gof، کدام است؟

$$g(f(x)) = \begin{cases} g(0) = \frac{1}{1} = 1 \\ g(-1) = \frac{1+3}{-1+1} = \frac{4}{0} = +\infty \end{cases}$$

(۱) $[-1, 1)$

(۲) $(-1, 1]$

(۳) $[1, +\infty)$ ✓

(۴) $(-\infty, 1]$



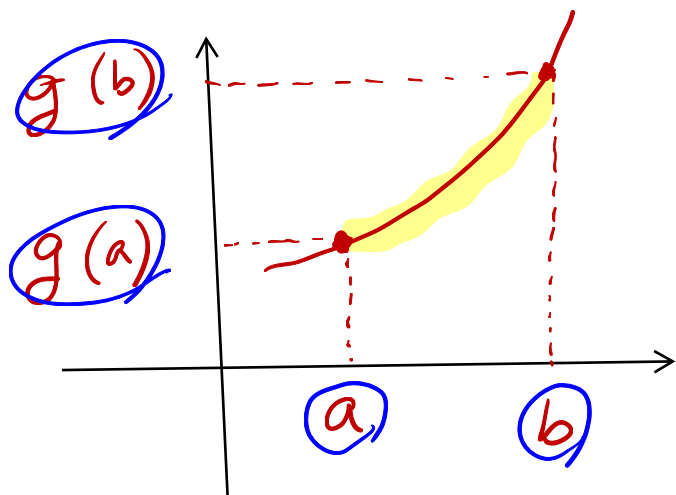
ن

محدود نیست

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

نکته: تابع

برای بازه ای که شش عدد است، باید فیلتر بنام یکنوازی



$$g \circ f \text{ پر } \rightarrow g(f(x)) \xrightarrow{a \leq f \leq b} \begin{matrix} g(a) \\ g(b) \end{matrix} \rightarrow \text{مساحت } g \circ f \text{ پر}$$

* شرط: تابع معکوس (g) محدود و تابع $[a, b]$ پذیرا باشد.

$\Rightarrow (0, \infty)$ پذیرا نیست.

$\Rightarrow (-\infty, 0)$ پذیرا نیست.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 2}$$



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



نست
معرف
رانے

استاد شاكریان
shakeryan.com

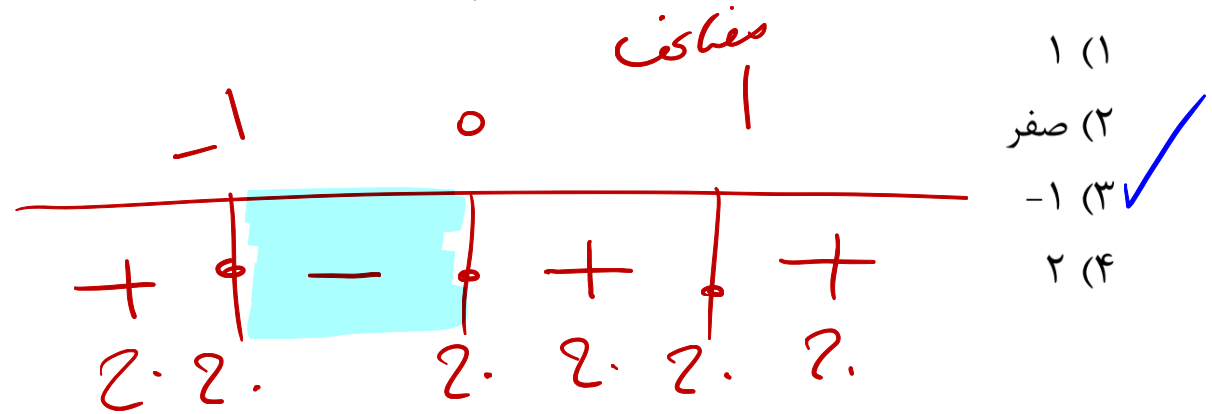


۱۵۰- تابع f یک تابع پیوسته و صعودی اکید با دامنه R است، اگر $f(1) = 0$ باشد، آنگاه دامنه $g(x) = \sqrt{(x^3 - x)f(x)}$ به صورت $R - (a, b)$ است. حاصل $a + b$ کدام است؟

$$f = x - 1$$

$$x(x^2 - 1)(x - 1) \geq 0$$

$\downarrow$ $\downarrow$ $\downarrow$
 0 ± 1 1



$$R - (-1, 0)$$

$\swarrow$ $\swarrow$
 a b

$$a + b = -1$$



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



تکنیک
بردر - بردر

استاد شاكریان
shakeryan.com



۱۵۱- اگر $f(x) = 1 - 2x$ با دامنه $[-3, 1]$ تعریف شود برد تابع $f(f(x))$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱) دامنه $\begin{cases} x \in D_f \\ f \in D_f \end{cases}$ $[-3, 1]$

$$\begin{aligned} -3 < 1 - 2x &\leq 1 \\ -4 < -2x &\leq 0 \end{aligned}$$

استدلال:

$2 > x \geq 0$

f, f دامنه $= [0, 1]$

۲) برد f, f

$$\begin{aligned} x=0 &\rightarrow f(f(0)) = f(1) = -1 \\ x=1 &\rightarrow f(f(1)) = f(-1) = 3 \end{aligned}$$

$[-1, 3]$

-1, 0, 1, 2, 3



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



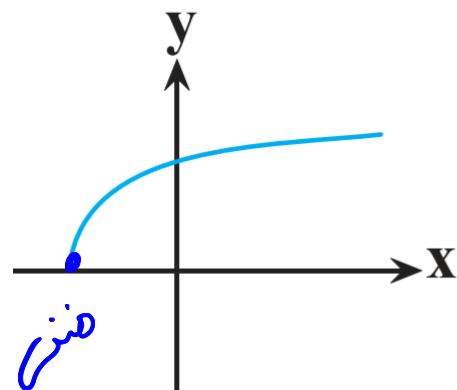
استاد شاكریان
shakeryan.com



$$2(n-2) + 3$$

$$2(n-1) + 3$$

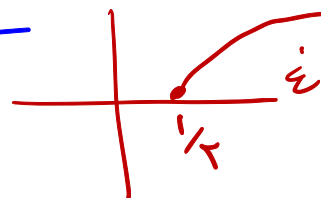
۱۵۵- اگر $f(x) = 2x + 3$ و نمودار $y = \sqrt{f \circ g(x)}$ به صورت زیر باشد، ضابطه تابع خطی $g(x)$ کدام می تواند باشد؟



$$\sqrt{+x \dots}$$

$$\sqrt{f(n-2)} = \sqrt{2n-1}$$

$$\sqrt{f(n-1)} = \sqrt{2n+1}$$



$$y = x - 2 \quad (1)$$

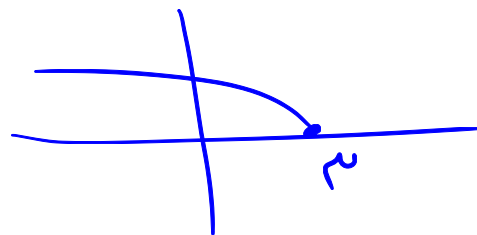
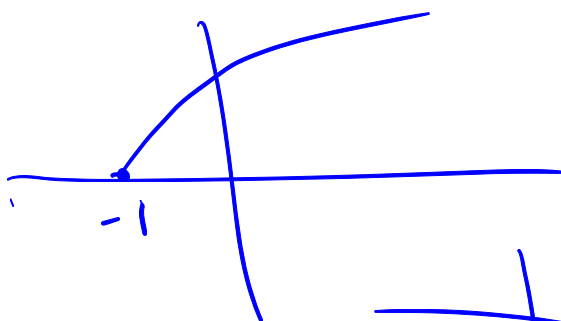
$$y = -x + 1 \quad (2)$$

$$y = -x - 1 \quad (3)$$

$$y = x - 1 \quad (4) \quad \checkmark$$

$$y = \sqrt{x+1}$$

$$y = \sqrt{-x+3}$$





فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



جدید

استاد شاكریان
shakeryan.com



۱۵۶- اگر دامنه تابع $f(x) = \sqrt{ax^3 + bx + 1}$ برابر با $D_f = [-1, +\infty)$ باشد، حدود b کدام است؟

$$(x+1)(ax^2 + (b-1)x + 1) \geq 0$$

(۱) $[-3, 1]$ ✓

(۲) $[-4, 1]$

(۳) $[-3, 1)$

(۴) $[-4, 1)$

$x = -1$

$x = -1 \xrightarrow{\text{بسیار است}} -a - b + 1 = 0 \rightarrow -a = b - 1$

$x(1) + ?(x) = bx$

(۱) $a > 0$ (۲) $ax^2 - ax + 1 > 0 \quad \Delta \leq 0 \quad a^2 - \varepsilon a \leq 0 \quad \frac{0}{2a} \quad \frac{1}{2a}$

(۳) $0 < a \leq \varepsilon$

$a = 0 \rightarrow (x+1)(1)$

$a = \varepsilon \rightarrow \varepsilon x^2 - \varepsilon x + 1 = 0 \Rightarrow 0 < a \leq \varepsilon$

$(x-1)^2 = 0 \rightarrow x = 1$

$-3 \leq b \leq 1$

$\frac{-1}{2} \quad \frac{1}{2}$

$$(n+1) (\underline{ax^r - ax + 1}) \geq 0$$

$\rightarrow x = [-1, \infty)$

① رتے نڈارہ $\rightarrow \frac{\Delta}{a} < 0 \rightarrow \boxed{0 < a < \varepsilon}$

② رتے صفاک رتے نڈارہ $\Delta = 0 \rightarrow \boxed{a = \varepsilon} \quad \boxed{a = 0}$

$[-1, \infty)$

$\left\{ \begin{array}{l} a = \varepsilon \rightarrow (n+1) (\cancel{\varepsilon x^r - \varepsilon x + 1})^{(r_{n-1})^r} \quad \frac{-1 \quad k}{- \quad + \quad +} \\ a = 0 \rightarrow (n+1) (1) \quad \frac{-1}{- \quad +} \end{array} \right.$

$$0 \leq a \leq \varepsilon$$

$$0 \geq -a \geq -\varepsilon$$

$$1 \geq -a+1 \geq 1-\varepsilon$$

$$1 \geq b \geq 1-\varepsilon$$

$$b = -a+1$$



فصل
۲

قلم چی ۵ آبان ۱۴۰۲



✓ دانے
✓ حر حر
✓ المپیار

استاد شاكریان
shakeryan.com



$$f(g(x))$$

۱۵۸- ترکیب چه تعداد از توابع زیر با تابع $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4}$ به صورت $f \circ g$ با دامنه $\mathbb{R}$ قابل تشکیل است؟

(الف) $g(x) = \frac{4x}{x^2 + 16}$

(ب) $g(x) = 1 + \cos x$

(ج) $g(x) = \sqrt{2-x}$

(۱) صفر

(۲) یک

(۳) دو

(۴) سه

$$\begin{cases} x \in Dg \longrightarrow \mathbb{R} \\ g \in Df \longrightarrow -2 \leq g \leq 2 \longrightarrow \mathbb{R} \end{cases}$$

شرط اول: دامنه g برابر $\mathbb{R}$ باشد. $f \circ g$ دامنه $\mathbb{R}$ حذف. $f \circ g$ دامنه $\mathbb{R}$ حذف.

شرط دوم: $-2 \leq g \leq 2$ جواب نهایی $\mathbb{R}$ نیز.

(ب) $-2 \leq 1 + \cos x \leq 2$ $\xrightarrow{\text{بدیهی}} -3 \leq \cos x \leq 1 \xrightarrow{\text{بدیهی}} \mathbb{R} \checkmark$

$$\boxed{\mathbb{R}} \xrightarrow{\text{همیشه درست}} -2 \leq \frac{\varepsilon n}{n^2 + 14} \leq 2 \quad (\text{الف})$$

دلیل اول: نیت: بدر تابع

$$a \neq 0 \text{ باشد } y = \frac{ax}{x^2 + a^2}$$

بازه $[-1/2, 1/2]$ است

دلیل (ب):



صورت مکرر
فنی

$$g(n) = \frac{\varepsilon n}{n^2 + 14}$$

$$-2 \leq g \leq 2$$