



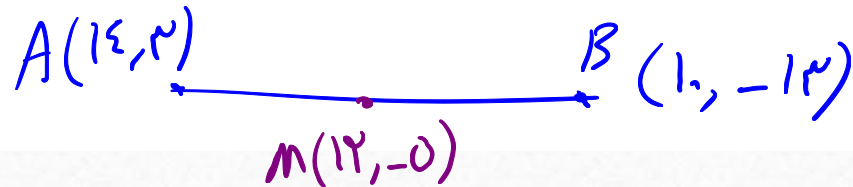
۰۵۱-۳۸۱۱۷

استاد مهدی شاکریان

۱ دو نقطه $A(۱۴, ۳)$ و $B(۱۰, -۱۳)$ را در نظر بگیرید. فاصله مبدأ مختصات را از وسط پاره خط

تمرین های کتاب - ۹

AB بدست آورید.



$O(0, 0)$

$M(12, -5)$

$$\text{فاصله نقطه } O \text{ تا } M = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

$$\sqrt{149} = 13$$

$۳K, ۲K, 0K$

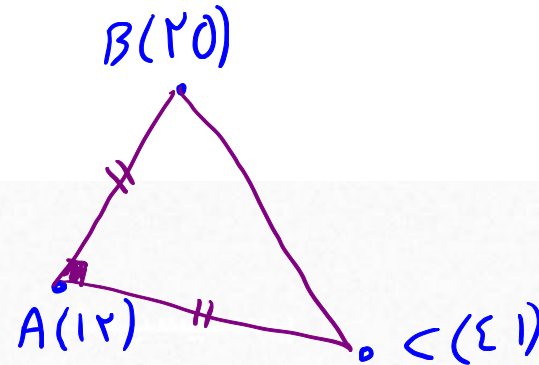
$۵, ۱۲, ۱۳$



۲ نشان دهید مثلث با رأس‌های $A(1, 2)$ و $B(2, 5)$ و $C(4, 1)$ یک مثلث متساوی‌الساقین

تمرین‌های کتاب - ۹

قائم‌الزاویه است.



$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{1+9} = \sqrt{10} \\ AC &= \sqrt{9+1} = \sqrt{10} \\ BC &= \sqrt{4+16} = \sqrt{20} \end{aligned}$$

$$AB = AC \longrightarrow$$

مساوی الساقین

قائم‌الزاویه

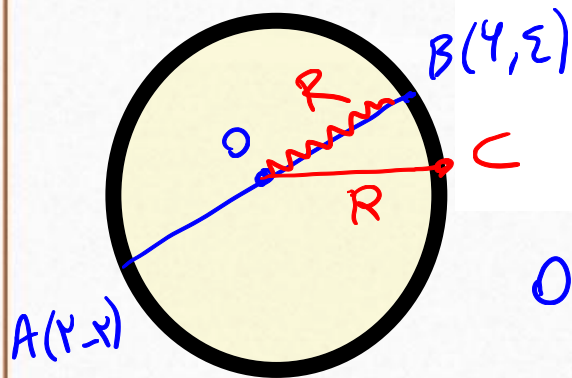
$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 \longrightarrow 20 = 10 + 10 \longrightarrow$$



۳ دو انتهای یکی از قطرهای دایره‌ای نقاط $A(2, -2)$ و $B(6, 4)$ هستند.

الف - اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید.

ب - آیا نقطه $C(7, 3)$ بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟



$$O = AB \text{ وسط} = \left(\frac{4+2}{2}, \frac{4-2}{2} \right) = (3, 1)$$

$$R = OB = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$$

$$OC = \sqrt{(3)^2 + (2)^2} = \sqrt{13} = R$$

نقطه C بر روی محیط دایره است.

اگر O مرکز C یک نقطه باشد

$OC = R \rightarrow$ C بر روی محیط دایره

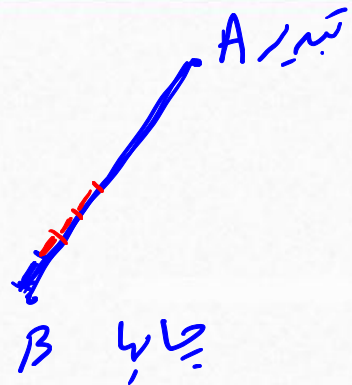
$OC > R \rightarrow$ C خارج دایره

$OC < R \rightarrow$ C درون دایره



۰۵۱-۳۸۱۱۷

استاد مهدی شاکریان



۴ طول جغرافیایی تبریز تقریباً ۴۶ درجه شرقی و عرض جغرافیایی آن حدود ۳۸ درجه شمالی است. برای راحتی، می‌توانیم موقعیت این شهر را به‌طور خلاصه، به صورت (۴۶, ۳۸) نشان دهیم. این اطلاعات درباره چابهار به صورت (۶۱, ۲۵) است. با فرض اینکه مسافت فیزیکی هر درجه طول جغرافیایی همانند مسافت فیزیکی هر درجه عرض جغرافیایی برابر ۱۱۰ کیلومتر باشد، مطلوب است محاسبه فاصله تقریبی این دو شهر.

تمرین های کتاب - ۱۰

بر حسب راجه

$$AB = \sqrt{(46-61)^2 + (38-25)^2} = \sqrt{394} \approx 19,85$$

$$\text{فاصله تبریز تا چابهار} = 19,85 \times 110 \text{ km} = 2183,5 \text{ km}$$

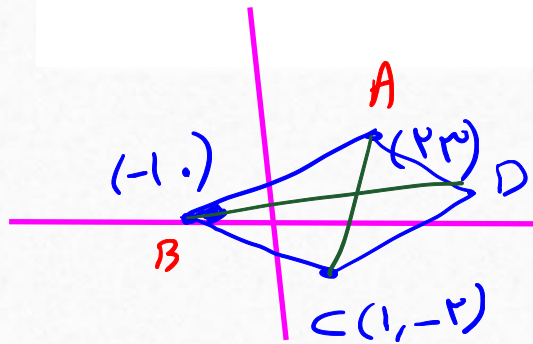


۰۵۱-۳۸۱۱۷

استاد مهدی شاکریان

۶) نقاط $A(2, 3)$ و $B(-1, 0)$ و $C(1, -2)$ سه رأس از مستطیل $ABCD$ هستند. مختصات رأس

چهارم مستطیل را بیابید.



$$m_{BC} = \frac{0 - (-2)}{-1 - 1} = -1$$

$$m_{AB} = \frac{3 - 0}{2 - (-1)} = 1$$

برهع کمرند. $\Rightarrow$ قریه
معدی

اگر در متنازی الاضلاع (مستطیل یا لوزی یا مربع) ابتدا ۲ رأس

$$A + C = B + D$$

$$2 + 1 = -1 + x_D \quad x_D = 4$$

$$3 + (-2) = 0 + y_D \quad y_D = 1$$

$$D(4, 1)$$



۸

مثلت با رأس‌های $A(1, 9)$ ، $B(3, 1)$ و $C(7, 11)$ را در نظر بگیرید.

الف - مختصات M ، نقطه وسط ضلع BC را مشخص کنید.

ب - طول میانه AM را محاسبه کنید.

$$AM = \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = 5$$

پ - معادله میانه AM را بدست آورید.

$$m = \frac{9-1}{1-3} = -\frac{4}{2}$$

$$y-9 = -\frac{4}{2}(x-1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

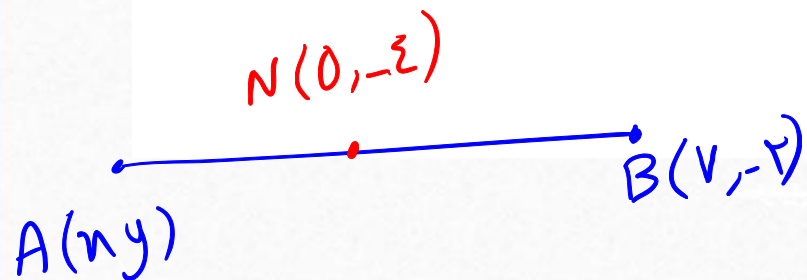
معادله خط

نکته: طول میانه = فاصله نقطه



۹ الف - نقطه $N(5, -4)$ وسط پاره خط واصل بین دو نقطه A و $B(7, -2)$ است. مختصات نقطه A را بیابید.

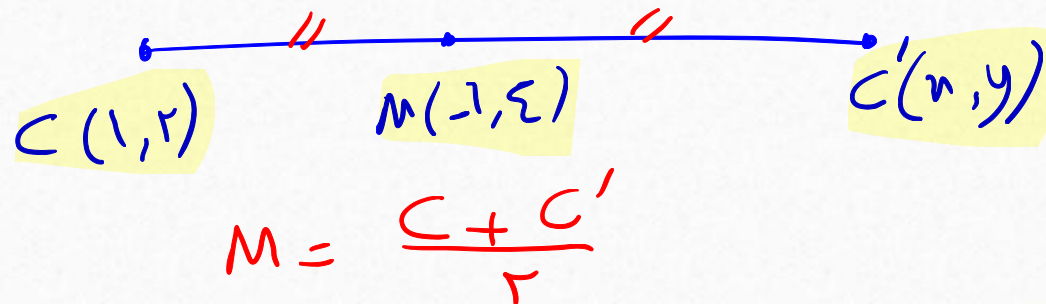
تمرین های کتاب - ۷



ب - قرینه نقطه $C(1, 2)$ نسبت به نقطه $M(-1, 4)$ را بدست آورید.

$$\begin{aligned} 5 &= \frac{x+7}{2} & x &= 3 \\ -4 &= \frac{y-2}{2} & y &= -6 \end{aligned}$$

$$\boxed{A(3, -6)}$$



$$\begin{aligned} -1 &= \frac{1+x}{2} \\ 4 &= \frac{2+y}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= -3 \\ y &= 6 \end{aligned}$$

$$\boxed{C'(-3, 6)}$$



بررسی اوضاع نسبی دو خط

۱۰ وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

$$L: 2x - y = 1 \quad \text{تمرین های کتاب - ۹}$$

$$T: y = 2x - 3$$

$$\Delta: x + 2y = 0$$

$$y = 2x - 1$$

$$y = 2x - 3$$

$$y = -\frac{x}{2}$$

$$m_L = 2$$

$$m_T = 2$$

$$m_\Delta = -\frac{1}{2}$$

برابر

مضرب معکوس

$\left. \begin{array}{l} L, T \text{ موازی اند} \\ T, \Delta \text{ بر هم می‌خورند} \\ L, \Delta \text{ بر هم می‌خورند} \end{array} \right\}$



۰۵۱-۳۸۱۱۷

استاد مهدی شاکریان

$$y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$

(۱۱) خط L به معادله $2y - 3x = 1$ و خط T با عرض از مبدأ ۵ به معادله $y = \cancel{m}x + 5$ را در نظر

بگیرید. تمرین های کتاب - ۴

الف - m را طوی بیابید که خط T با خط L موازی باشد.

ب - به ازای چه مقداری از m ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

$$m = \frac{3}{2}$$

$$m = \frac{-1}{\frac{3}{2}} = \boxed{-\frac{2}{3}}$$

$$m_1 = m_2$$

موازی

$$m_1 m_2 = -1 \quad m_1 = \frac{-1}{m_2}$$

عمود

$$m_{AB} = \frac{1-4}{5-1} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$m_{BC} = \frac{4-9}{1-7} = \frac{-5}{-6} = \frac{5}{6}$$

$$(m_{AB})(m_{BC}) = -1 \quad \text{مکر}$$

$$m_{AD} = -\frac{5}{6}$$

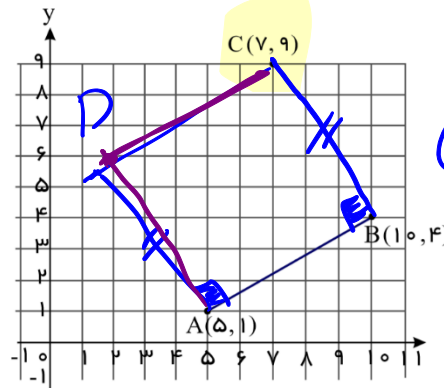
$$D(7, 4)$$

۱۲) مربع $ABCD$ در ناحیه اول صفحه مختصات واقع است، به طوری که دو رأس مجاور آن هستند. الف - شیب ضلع AB را بنویسید.

ب - شیب ضلع AD را حساب کنید و معادله این ضلع را بنویسید.

پ - اگر بدانیم نقطه $C(7, 9)$ رأس سوم مربع است، مختصات رأس D را بیابید.

ت) مربع را به طور کامل رسم کنید.



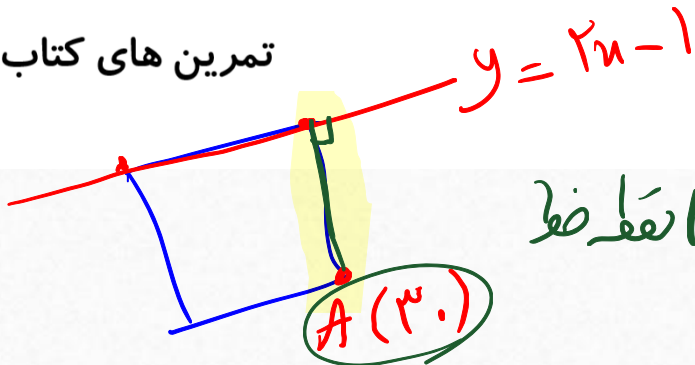
$$A + C = B + D \quad \begin{cases} 0 + 7 = 1 + x_D & x_D = 6 \\ 1 + 9 = 4 + y_D & y_D = 6 \end{cases}$$



فاصله ها

۱۳) یکی از اضلاع مربعی بر خط $L: y = 2x - 1$ واقع است. اگر $A(3, 0)$ یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را بدست آورید.

تمرین های کتاب - ۹



$$\text{فاصله نقطه از خط} = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|y - 2x + 1|}{\sqrt{1 + 4}}$$

$$\text{ضلع} = \frac{|0 - 4 + 1|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$$

$$\text{مساحت} = (\text{ضلع})^2 = 5$$

$$\text{اندازه قطر مربع} = \sqrt{2} (\text{ضلع}) = \sqrt{2} \sqrt{5} = \sqrt{10}$$



(۱۴) فاصله نقطه $P(7, -4)$ را از هر یک از خطوط با معادله‌های زیر بدست آورید. تمرین های کتاب - ۹

الف) $L: 2x + y = 5 \rightarrow d = \frac{|2x + y - 5|}{\sqrt{2^2 + 1}} = \frac{|14 - 4 - 5|}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$

ب) $T: x = 5$

پ) $\Delta: y = 0$

$$\Delta x = |5 - 7| = 2$$

$$\Delta x = \text{فاصله خط}$$

$$\Delta y = \text{فاصله خط}$$

$$x = x_0$$

$$y = y_0$$

فاصله نقطه $P(x_0, y_0)$ از خط

$$\Delta y = |0 - (-4)| = 4$$

$$\frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$\Delta x = |x_1 - x_0|$$

$$\Delta y = |y_1 - y_0|$$

$$ax + by + c = 0$$

$$x = x_0$$

$$y = y_0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{از} \\ \text{از} \\ \text{از} \end{array} \right\} (x_1, y_1) \text{ نقطه}$$

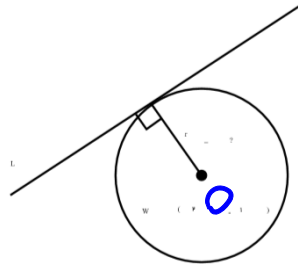


۰۵۱-۳۸۱۱۷

استاد مهدی شاکریان

۱۵ خط $L: 3x - 4y = 0$ بر دایره‌ای به مرکز $W(2, -1)$ مماس است. شعاع دایره را بیابید.

تمرین های کتاب - ۹



نکته: اگر خطی بر دایره مماس باشد

$$R = \text{فا. م. مرکز دایره از خط مماس}$$

$$R = \frac{|3x - 4y - 0|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|4 + 4|}{5} = 2$$



۱۶) نشان دهید دو خط با معادلات $5x - 12y + 8 = 0$ و $-10x + 24y + 10 = 0$ با یکدیگر

تمرین های کتاب - ۹

موازی اند. $m_1 = m_2$ اول.

ب - فاصله این دو خط را محاسبه کنید.

$$\begin{aligned} 5x - 12y &= -8 \\ 5x - 12y &= 5 \end{aligned}$$

موازی اند

$$\text{فاصله موازی} = \frac{|-8 - 5|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{13}{13} = 1$$

$$\begin{aligned} ax + by &= c \\ ax + by &= c' \end{aligned}$$

ضرایب یکسان

متساوی

$$\text{فاصله موازی} = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

