



۱ فرض کنید $\cos \alpha = \frac{5}{13}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

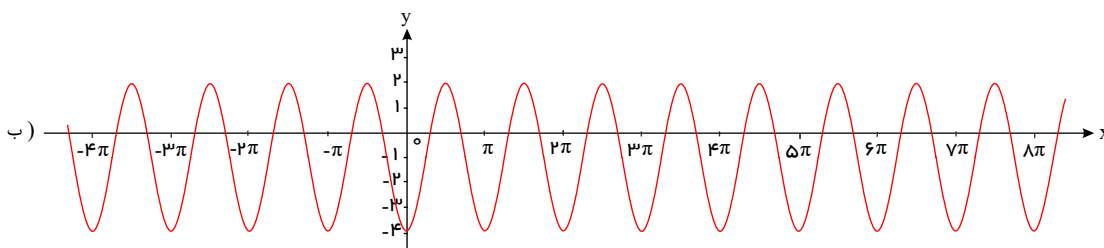
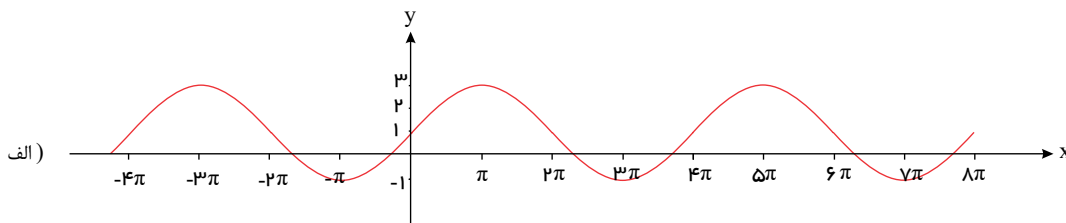
تمرین های کتاب - ۴۸

ب) $\sin 2\alpha$

الف) $\cos 2\alpha$

۲ ضابطه مربوط به هریک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

تمرین های کتاب - ۴۱



۳ درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

الف) مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 2$ برابر با یک است.

ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

تمرین های کتاب - ۴۸

۴ نسبت های مثلثاتی زاویه $۲۲,۵^\circ$ را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ج) مقدار $\sin ۲۲,۵^\circ$ را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۶ معادله $\cos 2x + \cos x + 1 = 0$ را حل کنید.

❌ مثلثی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آن گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟
تمرین‌های کتاب - ۴۸

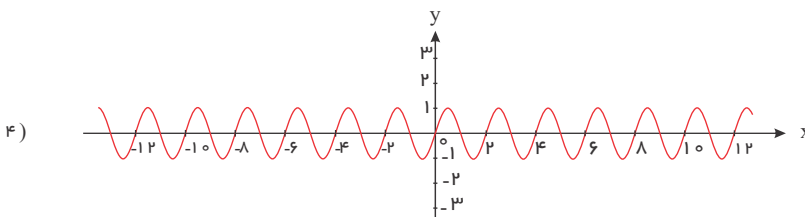
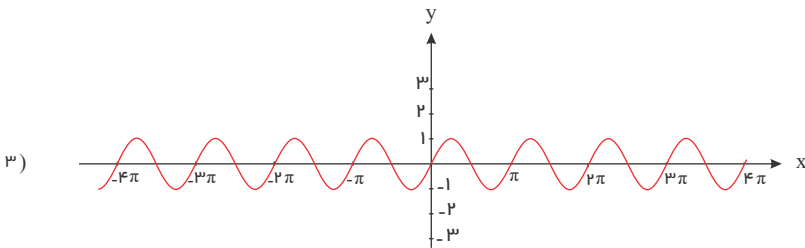
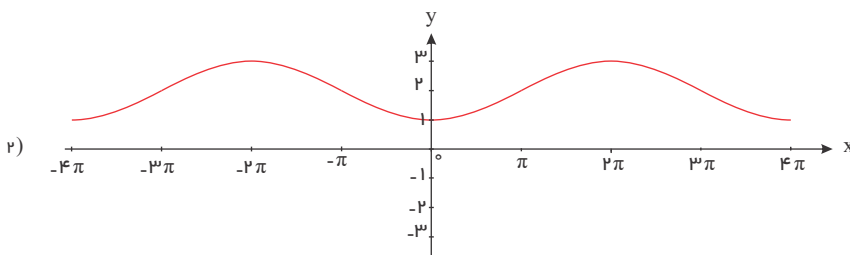
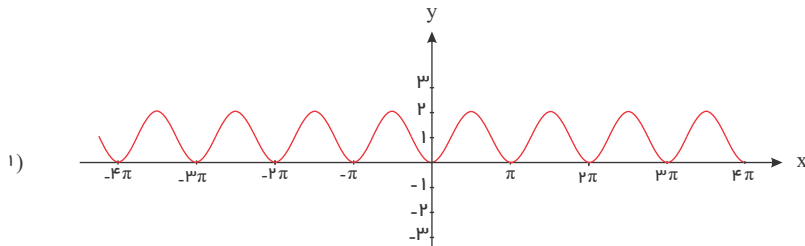
۸ مقدار $\sin 15^\circ$ را بیابید. 
سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۹ ضابطه تابعی به فرم $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۳- باشد.
سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۱۰ الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)
 $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$
سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰
ب) مقدار عددی $\sin 15^\circ$ را محاسبه کنید.

۱۱) هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

- الف) $y = \sin \pi x$ ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$ پ) $y = \sin 2x$ ت) $y = 1 - \cos 2x$
- تمرین های کتاب - ۴۰



سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۱۲) معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کنید.

۱۳) دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود)

سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$$

۱۴ ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ را بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

ش

$$y = -\frac{3}{4} \cos 3x$$

تمرین های کتاب - ۴۰

۱۶ اگر دوره تناوب $f(x) = 3 \cos(mx) + 4$ برابر با $\frac{\pi}{5}$ باشد، دوره تناوب تابع

منتا - ۱۳۹۸

$$g(x) = -\cos(m+2)x \quad (m > 0)$$

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۱۷ معادله مثلثاتی $2 \cos^2 x = \sin x - 1$ را حل کنید.

۱۸ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید. تمرین های کتاب - ۴۰

الف

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$$

تمرین های کتاب - ۴۰

ب

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$$

تمرین های کتاب - ۴۰

پ

$$y = -\frac{3}{4} \cos 3x$$

تمرین های کتاب - ۴۰

ظ

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

تمرین های کتاب - ۴۸

ع

$$\cos x = \cos 2x$$

تمرین های کتاب - ۴۸

۲۱) دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos(\pi x) + 1$ را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ف

$$y = 1 + 2 \sin 7x$$

تمرین های کتاب - ۴۰

تمرین های کتاب - ۴۸

۲۳) معادلات زیر را حل کنید.

الف

$$\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x$$

تمرین های کتاب - ۴۸

ب

$$\cos 2x - \sin x + 1 = 1$$

تمرین های کتاب - ۴۸

پ

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

تمرین های کتاب - ۴۸

ت

$$\sin x - \cos 2x = 0$$

تمرین های کتاب - ۴۸

(۲۴) الف) دوره تناوب و مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $y = 2 - 3 \sin 4x$ را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ب) دامنه تابع $f(x) = \tan(2x)$ را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

(۲۵) معادله $2 \cos 3x - \sqrt{3} = 0$ را حل کنید.

ج

$$T = \pi, \quad Max = 3, \quad Min = -3$$

تمرین های کتاب - ۴۱

م

$$T = \frac{\pi}{2}, \quad Max = 1, \quad Min = -1$$

تمرین های کتاب - ۴۱

(۲۸) الف) مقادیر ماکسیمم و مینیمم تابع $y = 1 - 2 \sin\left(\frac{-\pi}{3}x\right)$ را به دست آورید.

ب) معادله مثلثاتی $\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1$ را حل کرده، جواب های سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸ کلی آن را بنویسید.

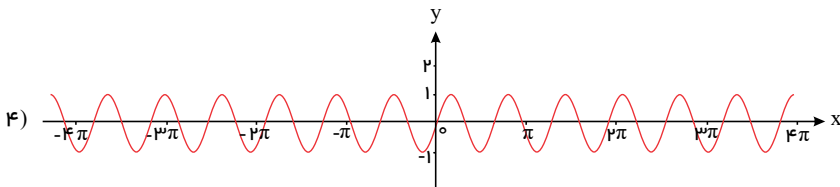
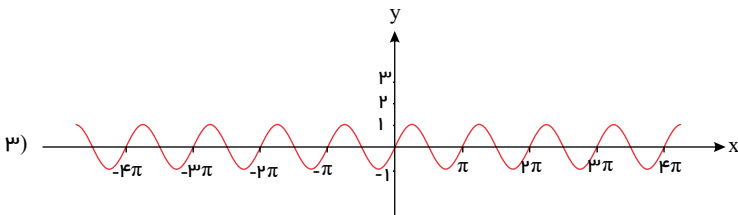
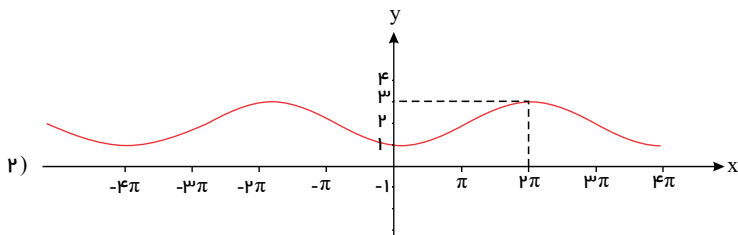
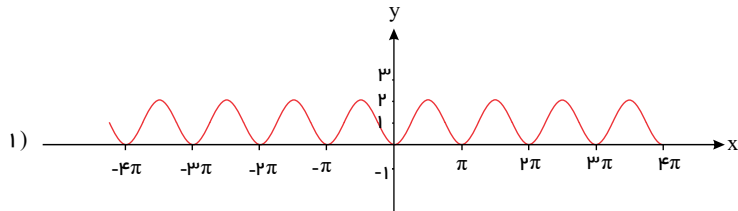
(۲۹) مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 1 + 2 \sin 7x$ را به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۳۰ هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

الف) $y = \sin \pi x$ ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x$ پ) $y = \sin 2x$ ت)

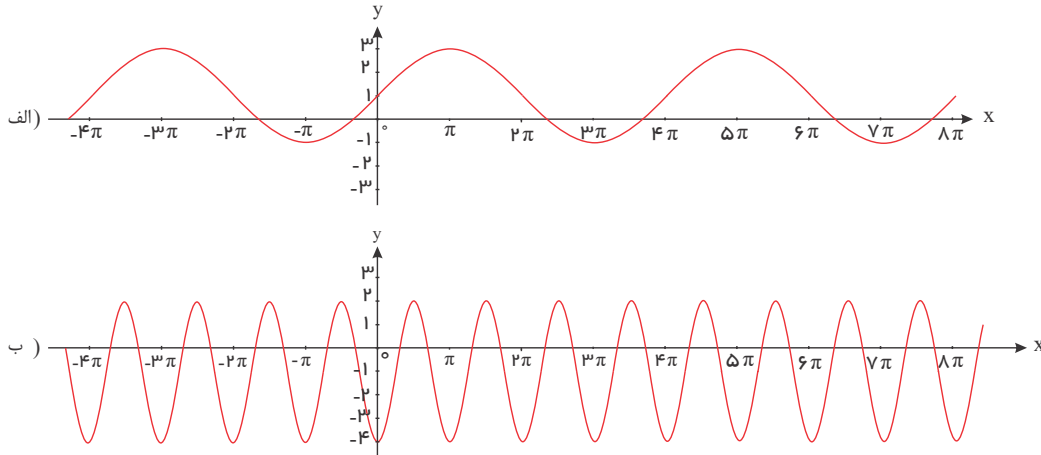
تمرین های کتاب - ۴۰

$y = 1 - \cos 2x$



۳۱ ضابطه مربوط به هریک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

تمرین های کتاب - ۴۱



سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۳۲ معادله $2 \sin 3x - \sqrt{2} = 0$ را حل کنید.

۳۳ با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر $\sin \alpha$ و $\tan \alpha$ را با هم مقایسه کنید:

تمرین های کتاب - ۴۱

الف) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ب) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

۳۴ ماکزیمم و مینیمم توابع زیر را بیابید.

الف متنا - ۱۳۹۸ $f(x) = |2 \sin 3x - 4|$ ب) $g(x) = |4 \cos 2x - 3|$

۳۵ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{2}x$ را محاسبه کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۳۶ مثلی با مساحت ۳ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به ترتیب ۲ و ۶ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت ها می توان ساخت؟

تمرین های کتاب - ۴۸

دوره تناوب و مقدار ماکسیمم و مینیمم تابع $y = -3 \cos 2\pi x + 1$ را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸



۳۸) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x - \cos x = 0$ را حل کنید.

۳۹) دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید. تمرین های کتاب- ۴۰

الف

$$y = 1 + 2 \sin 7x$$

تمرین های کتاب- ۴۰

ب

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$$

تمرین های کتاب- ۴۰

پ

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2$$

تمرین های کتاب- ۴۰

۴۰) در هر مورد ضابطهٔ تابعی مثلثاتی با دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

تمرین های کتاب- ۴۱

الف

$$T = 3, \quad \text{Max} = 9, \quad \text{Min} = 3$$

تمرین های کتاب- ۴۱

ب

$$T = 4\pi, \quad \text{Max} = -1, \quad \text{Min} = -7$$

تمرین های کتاب- ۴۱

۴۱) جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

دامنهٔ تابع با ضابطهٔ $y = \tan x$ به صورت $\{x \in \mathbb{R} | x \neq \dots\}$ است. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰

تمرین های کتاب - ۴۱

۴۲ کدامیک از جملات زیر درست و کدامیک نادرست است؟

تمرین های کتاب - ۴۱

الف تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

تمرین های کتاب - ۴۱

ب می توان بازه ای یافت که تابع تانژانت در آن نزولی باشد.

تمرین های کتاب - ۴۱

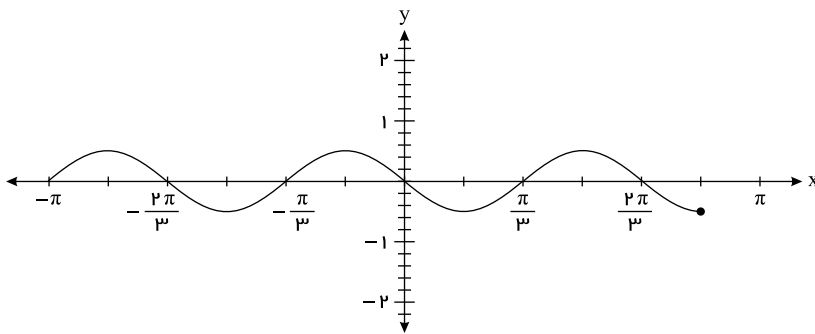
پ می توان بازه ای یافت که تابع تانژانت در آن غیر صعودی باشد.

تمرین های کتاب - ۴۱

ت تابع تانژانت در هر بازه که در آن تعریف شده باشد، صعودی است.

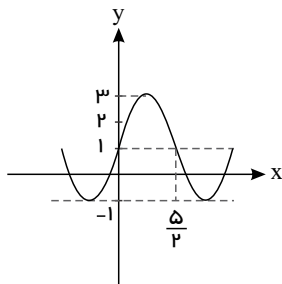
۴۳ در شکل نمودار زیر، با تعیین مقادیر ماکزیمم و می نیمم تابع، ضابطه آن را بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰



منتا - ۱۳۹۸

۴۴ اگر نمودار تابع $f(x) = a \sin bx + c$ به صورت زیر باشد، ضابطه آن را بنویسید.



سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

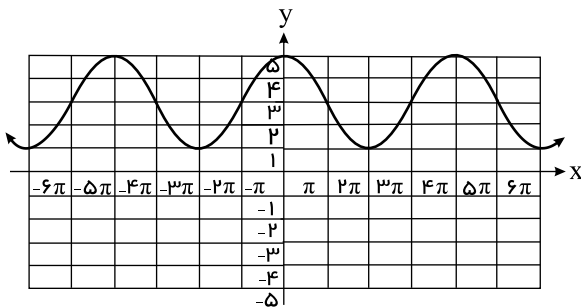
۴۵ برد تابع تانژانت $(y = \tan x)$ برابر است.

۴۶ اگر دوره تناوب تابع $f(x) = m \cos(mx) + 3$ برابر با $\frac{\pi}{4}$ باشد، مینیمم و ماکزیمم تابع را بیابید. ($m > 0$)
منتا- ۱۳۹۸

دوره تناوب تابع تانژانت برابر با است.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

دوره تناوب تابع $y = 3 \cos(-\frac{\pi}{4}x)$ برابر با است.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۴۹ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a \cos bx + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن را مشخص کنید.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰



۵۰ اگر $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6}$ و $\tan \alpha = \frac{2m-1}{3}$ ، آنگاه حدود m را بیابید.
منتا- ۱۳۹۸

دوره تناوب تابع $y = \tan x$ برابر 2π است.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۵۲ کدامیک از جملات زیر درست و کدامیک نادرست است؟
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

الف تابع تانژانت در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً صعودی است.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

ب نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$, ($k \in \mathbb{Z}$) در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۵۳ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$$

سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۵۴ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه حل نوشته شود).

$$y = \pi \sin(-x) + 1$$

سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

برد تابع $f(x) = \tan x$ برابر بازه $[-1, 1]$ است. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

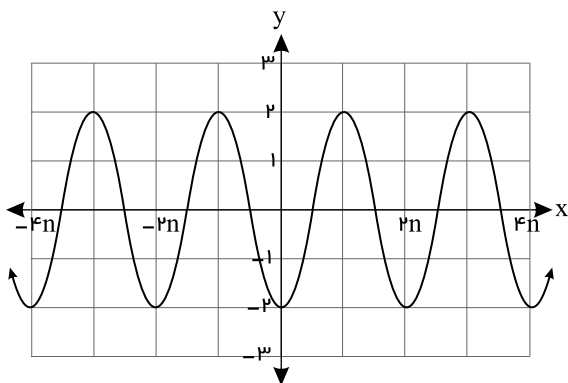
۵۶ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب را بنویسید. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

الف دوره تناوب تابع $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ برابر با است. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۵۷ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 3 \cos(\pi x) + 2$ را به دست آورید.

سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

برد تابع $y = \tan x$ برابر است. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹



۵۹ نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a \cos bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن را مشخص کنید. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

۶۰ ضابطه تابعی به صورت $y = a \sin bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن π ، مقدار ماکزیمم آن ۶ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد. سؤالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن را بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۶۲) معادلهٔ مثلثاتی $\sin x - \cos 2x = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۶۳) معادلهٔ یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که برد آن $[-4, 4]$ و دوره تناوب

اصلی آن ۲ است. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

۶۴) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۶۵) معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۶۶) معادلات زیر را حل کنید. تمرین‌های کتاب - ۴۸

الف

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

تمرین‌های کتاب - ۴۸

ب

$$\cos x = \cos 2x$$

تمرین‌های کتاب - ۴۸

پ

$$\cos 2x - \sin x + 1 = 1$$

تمرین‌های کتاب - ۴۸

ت

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

تمرین های کتاب - ۴۸

ث

$$\sin x - \cos 2x = 0$$

تمرین های کتاب - ۴۸

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

۶۷) معادله مثلثاتی $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.

متنا - ۱۳۹۸

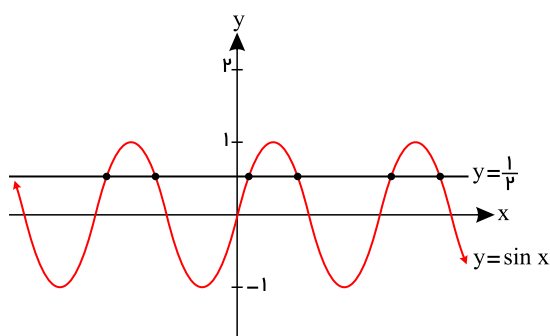
۶۸) جواب کلی معادله مثلثاتی $\sin 3x + \sin 5x = 0$ را بیابید.

۶۹) معادله زیر را حل کنید.

$$\cos 2x - 3 \sin x + 4 = 0 \quad \text{سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱}$$

۷۰) جواب های کلی معادله زیر را بیابید.

$$\tan 4x = \cot\left(\frac{\pi}{3} + 4x\right) \quad \text{متنا - ۱۳۹۸}$$



۷۱) نمودار تابع با ضابطه $y = \sin x$ و خط به معادله

$y = \frac{1}{p}$ در دستگاه مختصات زیر، رسم شده است. طول نقاط

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

برخورد آنها را بیابید.

۷۲) معادلات زیر را حل کنید.

منتا- ۱۳۹۸

الف) $\sin 2x + 3 \cos x = 0$

ب) $4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1$

۷۳) معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید.

منتا- ۱۳۹۸ $\sin^2\left(x - \frac{\pi}{8}\right) + 2 \cos\left(\frac{5\pi}{8} - x\right) = 3$

۷۴) معادلهٔ مثلثاتی $\cos 2x - \sin x + 1 = 1$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۱

۷۵) معادلهٔ یک تابع سینوسی $y = a \sin(bx) + c$ را بنویسید که مقدار ماکزیمم آن ۵ و مقدار مینیمم آن ۱- و دورهٔ تناوب آن 8π است. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰

۷۶) معادلهٔ مثلثاتی زیر را حل کنید.

منتا- ۱۳۹۸ $\tan^2 x + \sqrt{3} \tan x = 0$

۷۷) معادلهٔ مثلثاتی $\cos x(2 \cos x - 9) = 5$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۷۸) مثلثی با مساحت $8\sqrt{2}$ سانتی متر مربع مفروض است. اگر اندازهٔ دو ضلع این مثلث به ترتیب ۴ و ۸ سانتی متر باشند، آنگاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟ سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰

۷۹) حاصل عبارت $4 \sin x \cos x \cos 2x$ را به‌ازای $x = 75^\circ$ محاسبه کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰

۸۰) معادلهٔ مثلثاتی $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$ را حل کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۸۱) درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۲

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

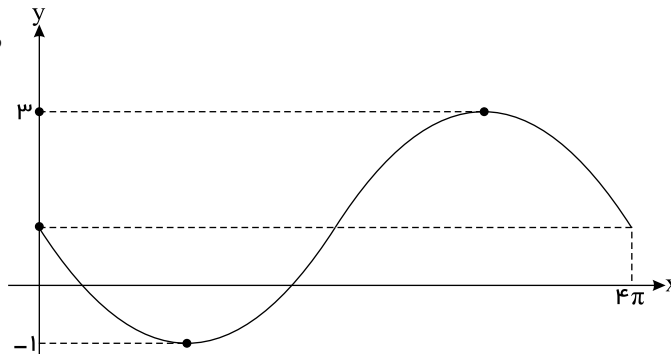
الف مقدار عددی عبارت $\cos^2 15^\circ - \sin^2 15^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۸۲ معادلهٔ مثلثاتی $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$ را حل کنید.

۸۳ نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل ab را بیابید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲



۸۴ جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۸۵ دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲ $y = \sqrt{3} - \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۸۶ معادلهٔ مثلثاتی $2 \sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ را حل کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۸۷ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

الف خط $y = \frac{1}{2}$ ، نمودار تابع $y = \sin x$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ در یک نقطه قطع می‌کند.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

پاسخنامه تشریحی

۱

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169} \rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{12}{13} \xrightarrow{\alpha \text{ حاده است.}} \sin \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\text{الف) } \cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 2\left(\frac{25}{169}\right) - 1 = \frac{50}{169} - 1 = \frac{-119}{169}$$

$$\text{ب) } \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(\frac{12}{13}\right)\left(\frac{5}{13}\right) = \frac{120}{169}$$

۲ الف

ضابطه مربوط به این نمودار به صورت $f(x) = a \sin bx + c$ می باشد که داریم:

$$T = 4\pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow |b| = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + c = 3 \\ \min = -|a| + c = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow |a| = 2 \Rightarrow a = 2$$

$$f(x) = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

با توجه به نمودار، a و b هر دو مثبت هستند، پس داریم:

ب

ضابطه مربوط به این نمودار به صورت $f(x) = a \cos bx + c$ می باشد که داریم:

$$T = \pi \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \max = |a| + c = 2 \\ \min = -|a| + c = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = -2 \Rightarrow c = -1 \Rightarrow |a| = 3 \Rightarrow a = -3$$

$$f(x) = -3 \cos(2x) - 1$$

با توجه به نمودار، a منفی و b مثبت است، پس داریم:

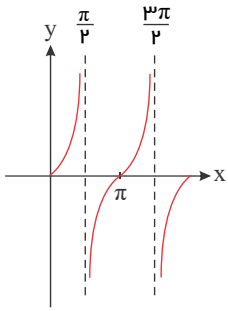
۳ الف) نادرست - می دانیم تابع $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ است.

پس داریم:

$$\text{مقدار مینیمم} = -|-3| + 2 = -1$$

ب) نادرست

زیرا همان طور که در شکل مشخص است تابع تانژانت در یک دوره تناوب خود صعودی است، نه در دامنه.



۴

$$1) \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \sin^2 22,5^\circ = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$= \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

$$2) \cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \cos^2 22,5^\circ = \frac{1 + \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{2}$$

$$= \frac{2 + \sqrt{2}}{4} \rightarrow \cos 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}$$

$$3) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \rightarrow \tan 22,5^\circ = \frac{\sin 22,5^\circ}{\cos 22,5^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}}{\frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{2}}$$

$$4) \cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \rightarrow \cot 22,5^\circ = \frac{1}{\tan 22,5^\circ} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

ج

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \sin^2 22,5^\circ = \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4}$$

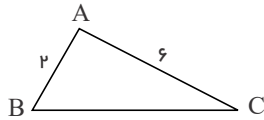
$$\rightarrow \sin 22,5^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$$

۶

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1 \text{ می‌دانیم:}$$

$$2 \cos^2 x - 1 + \cos x + 1 = 0 \Rightarrow \cos x (2 \cos x + 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \\ \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \end{cases}$$



$$S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \hat{A} \rightarrow 3 = \frac{1}{2} (2)(6) \sin \hat{A}$$

$$\rightarrow \sin \hat{A} = \frac{1}{2} \rightarrow \hat{A} = 30^\circ \text{ یا } \hat{A} = 150^\circ \rightarrow \text{دو مثلث وجود دارد.}$$

$$\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

۹ می‌دانیم تابع $y = a \sin bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب

$$\frac{2\pi}{|b|} \text{ است.}$$

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

$$\begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 3 \\ c = 0 \end{cases}$$

$$y = -3 \sin(-2x) \text{ یا } y = 3 \sin(-2x) \text{ یا } y = -3 \sin(2x) \text{ یا } y = 3 \sin(2x)$$

$$y = a \cos bx + c \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{|b|} \\ \max = |a| + c \\ \min = -|a| + c \end{cases} \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi \\ \max = |8| + 0 = 8 \\ \min = -|8| + 0 = -8 \end{cases}$$

(ب)

$$\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2} \rightarrow \sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow \sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{3}}}{2}$$

۱۱

الف) $y = \sin \pi x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2 \rightarrow 4$ شماره شکل

ب) $y = 2 - \cos \frac{1}{2}x \rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi \rightarrow 2$ شماره شکل

پ) $y = \sin 2x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi \rightarrow 3$ شماره شکل

ت) $y = 1 - \cos 2x \rightarrow T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi \rightarrow 1$ شماره شکل

۱۲

$$\frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{8}, & k \in \mathbb{Z} \\ x = k\pi + \frac{3\pi}{8}, & k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۱۳ در تابع $y = a \sin bx + c$ می‌دانیم که $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ و $Min = -|a| + c$ است.

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2 \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{2}\right|} = 4\pi \\ Max = |-\pi| - 2 = \pi - 2 \\ Min = -|-\pi| - 2 = -\pi - 2 \end{cases}$$

۱۴

دوره تناوب: $T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 3 = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3}$

$$|a| = 1, c = 4 \Rightarrow y = \sin \frac{2\pi}{3}x + 4 \text{ یا } y = -\sin \frac{2\pi}{3}x + 4$$

ش

$$y = -\frac{3}{4}\cos 3x \rightarrow T = \frac{2\pi}{3}, \max = |-\frac{3}{4}| = \frac{3}{4}, \min = -|-\frac{3}{4}| = -\frac{3}{4}$$

۱۶

$$f(x) = a \cos bx + c \text{ و } f(x) = a \sin bx + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|}$$

$$f(x) = 3 \cos(mx) + 4 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{5} \Rightarrow m = 10$$

$$\Rightarrow g(x) = -\cos 12x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{12} = \frac{\pi}{6}$$

۱۷

$$-2 \sin^2 x - \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} & (k \in \mathbb{Z}) \\ \sin x = \frac{-3}{2} & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$$

۱۸

الف

$$y = -\pi \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 2 \xrightarrow[\substack{y=a \sin bx+c, T=\frac{2\pi}{|b|} \\ \text{Max}=|a|+c, \text{Min}=-|a|+c}]{T=\frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|}} T = \frac{2\pi}{|\frac{1}{2}|} = 4\pi$$

$$, \text{Max} = |-\pi| - 2 = \pi - 2, \text{Min} = -|-\pi| - 2 = -\pi - 2$$

ب

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x \xrightarrow[\substack{y=a \cos bx+c, T=\frac{2\pi}{|b|} \\ \text{Max}=|a|+c, \text{Min}=-|a|+c}]{T=\frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|}} T = \frac{2\pi}{|\frac{\pi}{2}|} = 4$$

$$, \text{Max} = |-1| + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}, \text{Min} = -|-1| + \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$$

پ

$$y = -\frac{3}{4}\cos 3x \xrightarrow[\substack{y=a \cos bx+c, T=\frac{2\pi}{|b|} \\ \text{Max}=|a|+c, \text{Min}=-|a|+c}]{T=\frac{2\pi}{|3|}} T = \frac{2\pi}{3}$$

$$, \quad Max = \left| -\frac{3}{4} \right| + 0 = \frac{3}{4}, \quad Min = -\left| -\frac{3}{4} \right| + 0 = -\frac{3}{4}$$

ظ

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2 \cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \cos x (2 \cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 2 \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

ع

$$\cos x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \Rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \Rightarrow 3x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

(۲۱) می‌دانیم تابع $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

با توجه به نکته بالا داریم:

$$T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \quad \text{دوره تناوب}$$

$$\text{ماکزیمم: } \max = \left| -3 \right| + 1 = 4$$

$$\text{مینیمم: } \min = -\left| -3 \right| + 1 = -2$$

ف

$$y = 1 + 2 \sin 3x \xrightarrow[T = \frac{2\pi}{|b|}]{y = a \sin bx + c, T = \frac{2\pi}{|b|}} T = \frac{2\pi}{|3|} = \frac{2\pi}{3}$$

$$Max = |a| + c, \quad Min = -|a| + c$$

$$, \quad Max = |2| + 1 = 3, \quad Min = -|2| + 1 = -1$$

الف

$$\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{2} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

ب

$$\cos 2x - \sin x + 1 = 1 \Rightarrow \cos 2x = \sin x$$

با استفاده از رابطه $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ داریم:

$$\cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$$

$$2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

ب

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$$

با فرض $\sin x = t$ داریم:

$$t^2 + t - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \Delta = 1 - 4 \times 1 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 4 \Rightarrow t = \frac{-1 \pm 2}{2} = \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$$

$$\sin x = -\frac{3}{2} \text{ غ ق ق } , \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

ت

$$\sin x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \cos 2x = \sin x \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} + x \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

(۲۴ الف)

$$y = a \sin bx + c \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{|b|} \\ Max = |a| + c \\ Min = -|a| + c \end{cases}$$

$$T = \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$Max = |a| + c = |-3| + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$\text{Min} = -|a| + c = -|-3| + 2 = -3 + 2 = -1$$

(ب)

$$y = \tan f(x) \rightarrow f(x) \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$$

پس:

$$f(x) = \tan 2x \rightarrow 2x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow x \neq \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$$

۲۵

$$\cos 3x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Rightarrow 3x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

ج

تابع مثلثاتی را $y = a \sin bx + c$ در نظر می‌گیریم.

$$T = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2$$

$$\begin{cases} \text{Max} = |a| + c = 3 \\ \text{Min} = -|a| + c = -3 \end{cases} \xrightarrow{\text{بافرض } a > 0, b > 0} c = 0, a = \pm 3 \rightarrow y = 3 \sin 2x$$

پ

تابع مثلثاتی را $y = a \sin bx + c$ در نظر می‌گیریم.

$$T = \frac{\pi}{2} \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \frac{\pi}{2} \rightarrow |b| = 4 \rightarrow b = \pm 4$$

$$\begin{cases} \text{Max} = 1 \rightarrow |a| + c = 1 \\ \text{Min} = -1 \rightarrow -|a| + c = -1 \end{cases} \xrightarrow{\text{بافرض } a > 0, b > 0} c = 0, a = \pm 1 \rightarrow y = \sin 4x$$

۲۸ الف) می‌دانیم در تابع $y = a \sin bx + c$ همواره داریم: $\text{Max} = |a| + c$ و $\text{Min} = -|a| + c$

$$\text{پس: } \begin{cases} \text{Max} = |-2| + 1 = 2 + 1 = 3 \\ \text{Min} = -|-2| + 1 = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

(ب) می‌دانیم که $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1 \rightarrow \cos 2\alpha - \sin \alpha = 0 \rightarrow 1 - 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha = 0$$

$$\rightarrow 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0$$

$$\xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} \sin \alpha = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin \alpha = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

۲۹ می‌دانیم در تابع $y = a \sin bx + c$ داریم:

مقدار ماکزیمم تابع: $|a| + c$

مقدار مینیمم تابع: $-|a| + c$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = 2 + 1 = 3 \\ \min y = -|a| + c = -2 + 1 = -1 \end{cases}$$

۳۰

با استفاده از دوره تناوب توابع داریم:

$$\begin{aligned} \text{نمودار (۲)} \quad y = 2 - \cos \frac{1}{2}x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi \Rightarrow \text{نمودار (۴)} \quad y = \sin \pi x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\pi} = 2 \Rightarrow \\ \text{نمودار (۱)} \quad y = 1 - \cos 2x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi \Rightarrow \text{نمودار (۳)} \quad y = \sin 2x \Rightarrow T = \frac{2\pi}{2} = \pi \end{aligned}$$

۳۱ الف) نمودار داده شده یک تابع سینوسی با $T = 4\pi$ و $Max = 3$ و $Min = -1$ است. $(y = a \sin bx + c)$

$$T = 4 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} Max = 3 &\rightarrow |a| + c = 3 \\ Min = -1 &\rightarrow -|a| + c = -1 \end{aligned} \right\} \rightarrow c = 1, a = \pm 2$$

چون شکل، فرمت خود سینوس را دارد باید $ab > 0$ باشد پس:

$$y = 2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1 \quad \text{یا} \quad y = -2 \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$$

ب) نمودار داده شده یک تابع کسینوسی با $T = \pi$ و $Max = 2$ و $Min = -4$ است. $(y = a \cos bx + c)$

$$T = \pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = \pi \rightarrow |b| = 2 \rightarrow b = \pm 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max} = 2 \rightarrow |a| + c = 2 \\ \text{Min} = -4 \rightarrow -|a| + c = -4 \end{array} \right\} \rightarrow c = -1, a = \pm 3$$

چون شکل، فرمت قرینه کسینوس را دارد باید $a < 0$ باشد پس:

$$y = -3 \cos(\pm 2x) - 1$$

۳۲

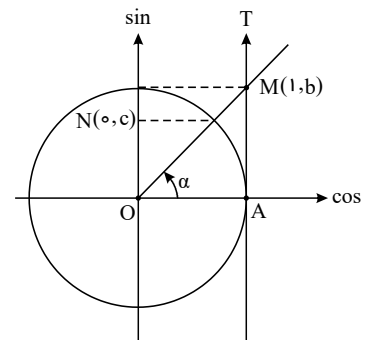
$$\sin 3x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \\ 3x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{12} \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

۳۳ الف) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

در دایره مثلثاتی زیر زاویه α را در ناحیه اول در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\sin \alpha = ON = y_N = c > 0$$

$$\tan \alpha = AM = y_M = b > 0$$



$$c < b \Rightarrow \sin \alpha < \tan \alpha$$

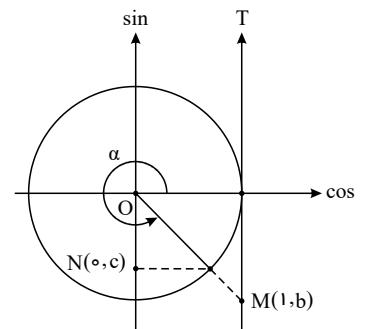
از روی شکل واضح است که:

ب) $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

در دایره مثلثاتی زیر زاویه α را در ناحیه چهارم در نظر می‌گیریم، داریم:

$$\sin \alpha = y_N = c < 0$$

$$\tan \alpha = y_M = b < 0$$



$$b < c \Rightarrow \tan \alpha < \sin \alpha$$

از روی شکل واضح است که:

الف) $f(x) = |2 \sin 3x - 4|$

$$-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Rightarrow -2 \leq 2 \sin 3x \leq 2 \Rightarrow -2 - 4 \leq 2 \sin 3x - 4 \leq 2 - 4$$

$$\Rightarrow -6 \leq 2 \sin 3x - 4 \leq -2 \Rightarrow 2 \leq |2 \sin 3x - 4| \leq 6 \Rightarrow 2 \leq f(x) \leq 6 \Rightarrow \begin{cases} \max f = 6 \\ \min f = 2 \end{cases}$$

ب) $g(x) = |4 \cos 2x - 3|$

$$-1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow -4 \leq 4 \cos 2x \leq 4 \Rightarrow -4 - 3 \leq 4 \cos 2x - 3 \leq 4 - 3$$

$$-7 \leq 4 \cos 2x - 3 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |4 \cos 2x - 3| \leq 7 \Rightarrow 0 \leq g(x) \leq 7 \Rightarrow \begin{cases} \min g = 0 \\ \max g = 7 \end{cases}$$

۳۵) می‌دانیم: در تابع $y = a \cos bx + c$ مقدار ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$

است.

$$y = \sqrt{5} - \pi \cos \frac{1}{2}x$$

ماکزیمم: $\max(y) = \pi + \sqrt{5}$

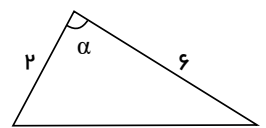
مینیمم: $\min(y) = -\pi + \sqrt{5}$

دوره تناوب: $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

۳۶) مساحت هر مثلث برابر است با نصف حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع، پس داریم:

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 6 \sin \alpha = 3 \Rightarrow \sin \alpha = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1), \quad \alpha = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (2)$$



با توجه به اینکه زاویه مثلث بین صفر تا 180° می‌باشد، داریم:

$$(1) \quad k = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}, \quad (2) \quad k = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{5\pi}{6}$$

بنابراین دو مثلث با این خاصیت وجود دارد.

در تابع $y = a \cos bx + c$ دوره تناوب $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $Max = |a| + c$ و $Min = -|a| + c$ است.

$$y = -3 \cos 2\pi x + 1 \rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{|2\pi|} = 1 \\ \text{Max} = |-3| + 1 = 3 + 1 = 4 \\ \text{Min} = -|-3| + 1 = -3 + 1 = -2 \end{cases}$$

۳۸

$$\cos 3x - \cos x = 0 \Rightarrow \cos 3x = \cos x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \\ 3x = 2k\pi - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi \\ 4x = 2k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$\begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۳۹

الف

$$y = 1 + 2 \sin 4x \rightarrow T = \frac{2\pi}{4}, \text{max} = 1 + |2| = 1 + 2 = 3, \text{min} = 1 - |2| = 1 - 2 = -1$$

ب

$$y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2}x \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$\text{max} = \sqrt{3} + |-1| = \sqrt{3} + 1, \text{min} = \sqrt{3} - |-1| = \sqrt{3} - 1$$

پ

$$y = -\pi \sin\left(\frac{1}{2}x\right) - 2 \rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$$

$$\text{max} = |-\pi| - 2 = \pi - 2, \text{min} = -|-\pi| - 2 = -\pi - 2$$

۴۰

الف

تابع مثلثاتی را $y = a \sin bx + c$ در نظر می گیریم.

$$T = 3 \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 3 \rightarrow |b| = \frac{2\pi}{3} \rightarrow b = \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\begin{cases} \text{Max} = |a| + c = 9 \\ \text{Min} = -|a| + c = 3 \end{cases} \rightarrow c = 6, a = \pm 3 \xrightarrow{b > 0, a > 0} y = 3 \sin\left(\frac{2\pi}{3}x\right) + 6$$

ب

تابع مثلثاتی را $y = a \sin bx + c$ در نظر می گیریم.

$$T = 4\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \rightarrow |b| = \frac{1}{2} \rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} \text{Max} = |a| + c = -1 \\ \text{Min} = -|a| + c = -7 \end{cases} \xrightarrow{b > 0, a > 0} c = -4, a = \pm 3 \longrightarrow y = 3 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - 4$$

۴۱

$$x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} : k \in \mathbb{Z}$$

۴۲

الف نادرست

ب نادرست

پ درست ← در بازه ۰ تا π تابع غیر صعودی است.

ت درست

۴۳ با توجه به نمودار ضابطه به صورت $y = a \sin bx + c$, $a = -\frac{1}{2}$, $b = 3$ می شود.

$$\max y = \frac{1}{2}, \min y = -\frac{1}{2}, T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \sin 3x$$

۴۴

$$\frac{T}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow T = 5 \Rightarrow \frac{2\pi}{|b|} = 5 \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{5} \xrightarrow{b > 0} b = \frac{2\pi}{5}$$

$$\left. \begin{aligned} \max &= |a| + c = 3 \\ \min &= -|a| + c = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2c = 2 \Rightarrow c = 1 \rightarrow |a| = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$f(x) = 2 \sin\left(\frac{2\pi}{5}x\right) + 1$$

۴۵ $\mathbb{R}$ ۴۶ در تابع $y = a \cos bx + c$ داریم:

$$T = \frac{2\pi}{|b|}, \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

$$f(x) = m \cos(mx) + 3 \Rightarrow T = \frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow m = 8$$

$$f(x) = 8 \cos(8x) + 3 \rightarrow \max = 8 + 3 = 11, \min = -8 + 3 = -5$$

$$y = a \cos bx + c \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\left|\frac{-\pi}{4}\right|} = 8$$

$$c = \frac{5+1}{2} = 3$$

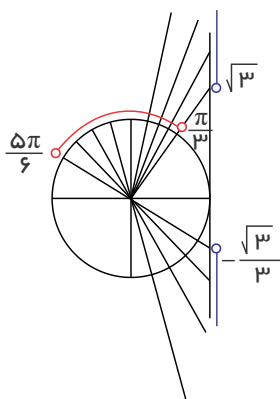
$$|a| = \frac{5-1}{2} = 2, a > 0, a = 2$$

$$\Rightarrow \text{دوره تناوب} : T = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow 4\pi = \frac{2\pi}{|b|} \Rightarrow |b| = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow y = 2 \cos\left(\frac{x}{2}\right) + 3 \quad \text{یا} \quad y = 2 \cos\left(-\frac{x}{2}\right) + 3$$

با توجه به دایره مثلثاتی مقابل داریم:

$$\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \frac{\pi}{3} < \alpha < \pi - \frac{\pi}{6}$$



$$\frac{\pi}{3} < \alpha < \pi - \frac{\pi}{6} \Rightarrow \tan \alpha > \sqrt{3} \quad \text{یا} \quad \tan \alpha < -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2m-1}{3} > \sqrt{3} \quad \text{یا} \quad \frac{2m-1}{3} < -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

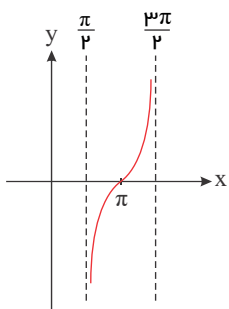
$$\Rightarrow 2m-1 > 3\sqrt{3} \quad \text{یا} \quad 2m-1 < -\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow m > \frac{3\sqrt{3}+1}{2} \quad \text{یا} \quad m < \frac{1-\sqrt{3}}{2}$$

نادرست (دوره تناوب $y = \tan x$ برابر π است).

الف

درست است؛ زیرا با توجه به شکل واضح است که تابع $\tan x$ در بازه $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ اکیداً صعودی است.



ب نادرست است؛ زیرا می‌دانیم دامنه تابع تانژانت مجموعه $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ است.

۵۳ دوره تناوب تابع $y = a \cos bx + c$ برابر $T = \frac{2\pi}{|b|}$ است.

$$T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = 4$$

$$Max = |a| + c = |-1| + \sqrt{3} = 1 + \sqrt{3}$$

$$Min = -|a| + c = -|-1| + \sqrt{3} = -1 + \sqrt{3}$$

۵۴ در تابع $y = a \sin bx + c$ ، $T = \frac{2\pi}{|b|}$ و $max = |a| + c$ و $min = -|a| + c$ است.

$$y = \pi \sin(-x) + 1 \rightarrow y = -\pi \sin x + 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} T = \frac{2\pi}{|1|} = 2\pi \\ max = |a| + c = |-\pi| + 1 = \pi + 1 \\ min = -|a| + c = -|-\pi| + 1 = -\pi + 1 \end{cases}$$

نادرست

۵۶

الف

می‌دانیم دوره تناوب $y = a \cos bx + c$ برابر است با: $\frac{2\pi}{|b|}$

با توجه به نکته بالا داریم:

$$y = 1 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$$

$$\text{دوره تناوب: } \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi$$

۵۷

$$T = \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{|\pi|} = 2 \quad \max = |a| + c = 5, \quad \min = -|a| + c = -1$$

 $(-\infty, +\infty)$

۵۹

$$|a| = \frac{2 - (-2)}{2} = 2 \quad a = -2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2\pi} = 1 \quad b = 1 \quad f(x) = -2 \cos x$$

$$c = \frac{2 + (-2)}{2} = 0$$

۶۰ توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای ماکزیمم $|a| + c$ و مقدار مینیمم $-|a| + c$ و دوره

تناوب $\frac{2\pi}{|b|}$ است.

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2$$

دوره تناوب:

از طرفی:

$$\begin{cases} |a| + c = 6 \\ -|a| + c = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 4 \\ c = 2 \end{cases}$$

هریک از توابع $y = 4 \sin(2x) + 2$ یا $y = -4 \sin(2x) + 2$ و یا $y = 4 \sin(-2x) + 2$ صحیح است.

می‌دانیم که $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ است.

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{4} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin \frac{\pi}{4}$$

$$\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \\ 2x = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \rightarrow x = k\pi + \frac{3\pi}{8} \end{cases}$$

۶۲ می‌دانیم که $\cos 2a = 1 - 2 \sin^2 a$ است.

$$\sin x - \cos 2x = 0 \rightarrow \sin x - (1 - 2 \sin^2 x) = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = A \rightarrow 2A^2 + A - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = -1 \rightarrow \sin x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

$$|b| = \frac{2\pi}{2} = \pi \rightarrow b = \pm\pi$$

$$\rightarrow y = \pm 4 \sin(\pm\pi x)$$

$$|a| = \frac{4 - (-4)}{2} = 4 \rightarrow a = \pm 4$$

$$c = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

۶۴ می‌دانیم $\cos 2a = 2\cos^2 a - 1$ است.

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$$

$$\rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۶۵

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6}, (k \in \mathbb{Z}) \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3}, (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

۶۶

الف

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \xrightarrow{\cos 2x = 2\cos^2 x - 1} 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0$$

$$\rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0 \rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \xrightarrow{x = 2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

ب

$$\cos 2x = \cos x \xrightarrow{x = 2k\pi \pm \alpha} 2x = 2k\pi \pm x$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi \\ 2x = 2k\pi - x \rightarrow 3x = 2k\pi \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$$

ب

$$\cos 2x - \sin x + 1 = 1 \rightarrow \cos 2x - \sin x = 0$$

$$\frac{\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x}{\rightarrow} 1 - 2 \sin^2 x - \sin x = 0 \rightarrow 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$$

$$\frac{\sin x = A}{\rightarrow} 2A^2 + A - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = -1 \rightarrow \sin x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

ت

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0 \xrightarrow{\sin x = A} A^2 + A - \frac{3}{4} = 0$$

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)\left(-\frac{3}{4}\right) = 1 + 3 = 4$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ A = \frac{-1-2}{2} = \frac{-3}{2} \rightarrow \sin x = -\frac{3}{2} < -1 \text{ امکان ندارد} \end{cases}$$

ث

$$\sin x - \cos 2x = 0 \xrightarrow{\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x} \sin x - (1 - 2\sin^2 x) = 0$$

$$\rightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \xrightarrow{\sin x = A} 2A^2 + A - 1 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} A = -1 \\ A = -\frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = -1 \rightarrow \sin x = -1 \xrightarrow{\text{حالت خاص}} x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases}$$

۶۷

$$\sin 2x = \sin x \Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + x \rightarrow x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

۶۸

$$\sin u = \sin v \Rightarrow u = 2k\pi + v, \quad u = 2k\pi + \pi - v \text{ نکته:}$$

$$\sin 3x + \sin 5x = 0 \Rightarrow \sin 5x = -\sin 3x = \sin(-3x)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5x = 2k\pi - 3x \Rightarrow 8x = 2k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} \\ 5x = 2k\pi + \pi - (-3x) = 2k\pi + \pi + 3x \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \cup \rightarrow x = \frac{k\pi}{4}$$

۶۹

$$1 - 2\sin^2 x - 3\sin x + 4 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{5}{2} & \text{غ ق ق} \\ \sin x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

۷۰

نکته: $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$, $\tan u = \tan v \rightarrow u = k\pi + v$

$$\tan 4x = \cot\left(\frac{\pi}{3} + 4x\right) \Rightarrow \tan 4x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{3} + 4x\right)\right)$$

$$\Rightarrow \tan 4x = \tan\left(\frac{\pi}{6} - 4x\right) \Rightarrow 4x = k\pi + \frac{\pi}{6} - 4x$$

$$\Rightarrow 8x = k\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{8} + \frac{\pi}{48}$$

۷۱

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۷۲

نکته: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, $\cos u = 0 \Rightarrow u = k\pi + \frac{\pi}{2}$

نکته: $\sin u = \sin v \rightarrow u = 2k\pi + v$, $u = 2k\pi + \pi - v$

الف) $\sin 2x + 3 \cos x = 0 \Rightarrow 2 \sin x \cos x + 3 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x(2 \sin x + 3) = 0$

$\cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$, $2 \sin x + 3 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{3}{2}$ غ ق ق

ب) $4 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2 \times 2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) \cos\left(\frac{x}{2}\right) = 1 \Rightarrow 2 \sin 2\left(\frac{x}{2}\right) = 1$

$$\Rightarrow 2 \sin x = 1 \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}}, x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = \boxed{2k\pi + \frac{5\pi}{6}}$$

(۷۳) می دانیم: $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$

$$\sin^2\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) + 2 \cos\left(\frac{5\pi}{\lambda} - x\right) = 3 \Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \left(\frac{5\pi}{\lambda} - x\right)\right) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) + 2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{5\pi}{\lambda} + x\right) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) + 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) - 3 = 0, \sin\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) = t$$

$$\Rightarrow t^2 + 2t - 3 = 0 \Rightarrow t = 1, t = -3$$

$$\sin\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) = -3 \text{ غ ق ق } , \sin\left(x - \frac{\pi}{\lambda}\right) = 1 \Rightarrow x - \frac{\pi}{\lambda} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{\lambda} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{5\pi}{\lambda}$$

$$2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \frac{1}{2} \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$$

$$|a| = \frac{5 - (-1)}{2} = 3 \Rightarrow a = \pm 3, \quad c = \frac{5 + (-1)}{2} = 2$$

$$|b| = \frac{2\pi}{\lambda\pi} = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow b = \pm \frac{1}{\lambda}, \quad y = \pm 3 \sin\left(\pm \frac{1}{\lambda}x\right) + 2$$

نکته: $\tan u = \tan v \Rightarrow u = k\pi + v$

$$\tan^2 x + \sqrt{3} \tan x = 0 \Rightarrow \tan x (\tan x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \tan x = 0, \tan x = -\sqrt{3}$$

۷۴

۷۵

۷۶

$$\tan x = 0 \Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = 0 \Rightarrow \sin x = 0 \Rightarrow \boxed{x = k\pi}$$

$$\tan x = -\sqrt{3} = \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \boxed{x = k\pi - \frac{\pi}{3}}$$

۷۷

$$\cos x(2\cos x - 9) = 5 \rightarrow 2\cos^2 x - 9\cos x - 5 = 0 \xrightarrow{\cos x=A} 2A^2 - 9A - 5 = 0$$

$$\rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 81 + 40 = 121$$

$$A = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 + 11}{2} = 5 \rightarrow \cos x = 5 \text{ (امکان ندارد)}$$

$$A = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 - 11}{2} = -\frac{1}{2} \rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos \frac{2\pi}{3} \xrightarrow{\cos x = \cos \alpha \rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha} x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

۷۸

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 8 \sin \theta = 8\sqrt{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ, \theta = 135^\circ$$

دو مثلث می توان رسم کرد.

۷۹

$$2 \sin 2x \cos 2x = \sin 4x = \sin 4(7,5) = \frac{1}{2}$$

۸۰

$$\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$$

$$\xrightarrow{\sin x=A} A^2 + A - \frac{3}{4} = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 + 3 = 4$$

$$\rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 + 2}{2} = \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6} \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 - 2}{2} = -\frac{3}{2} < -1 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۸۱

الف درست

۸۲

$$\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{\pi}{3} \xrightarrow{\sin x = \sin \alpha \rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases}}$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

۸۳

$$\frac{2\pi}{|b|} = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$$

$$|a| = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$$

با توجه به نمودار تابع، ab باید عددی منفی شود؛ بنابراین $ab = -1$.

۸۴

$$\cos 2x = \cos x \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}$$

۸۵

$$T = \frac{2\pi}{|b|} \rightarrow T = 4 \quad \max : |a| + c = 1 + \sqrt{3}$$

$$\min : -|a| + c = -1 + \sqrt{3}$$

۸۶

$$\sin 2x = \sin \frac{\pi}{3}$$

$$\begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z} \quad \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi + \frac{\pi}{3} \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

۸۷

الف نادرست