



۱) نمودار $y = \frac{6x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1}$ در بازه (a, b) پایین تر از خط به معادله $y = 5$ قرار دارد مقدار

ab کدام است؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

۲) اگر مساحت مستطیلی به اضلاع $x - 2$ و $3x - 2$ از مساحت مربعی به ضلع x کمتر باشد x در کدام بازه زیر می تواند قرار داشته باشد؟

۴) $x < 1$

۳) $x > 6$

۲) $2 < x < 6$

۱) $1 < x < 6$

۳) به ازای چند مقدار m نامساوی $\frac{x^2 + mx + 2}{x^2 - x + 1} > 1$ به ازای جميع مقادیر x برقرار است؟

۴) بی شمار

۳) ۲

۲) ۱

۱) صفر

۴) تعداد ضربان قلب، پس از x دقیقه کار سنگین بدنی، طبق رابطه $y = \frac{15}{8}x^2 - 30x + 200$

به دست می آید. در چه زمان هایی پس از یک کار سنگین بدنی، تعداد ضربان قلب از ۱۱۰ بیشتر است؟

۴) پس از ۱۶ دقیقه

۳) پس از ۱۲ دقیقه

۲) پس از ۸ دقیقه

۱) پس از ۴ دقیقه

۵) به ازای چه مقادیری از m ، جدول تعیین علامت عبارت

$$f(x) = (m^2 - m - 2)x^2 + (m - 1)x + \frac{1}{4}$$

به صورت زیر است؟

x	x_1	x_2
$f(x)$	-	+

۴) $(-1, 2)$

۳) $(-1, 3)$

۲) $(2, 3)$

۱) $(-\infty, 3)$

۶) اگر بازه $(-2, 3)$ بزرگ ترین بازه ای باشد که سهمی $y = x^2 - ax - b$ پایین تر از خط

$y = 2ax + 4b$ قرار بگیرد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

۴) 0.4

۳) 0.3

۲) 0.2

۱) 0.1



۷ به ازای کدام مقادیر m ، عبارت $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1$ برای هر مقدار x مثبت است؟

۱ $1 < m < 2,5$ (۴)

۲ $1 < m < 2$ (۳)

۳ $m > 2,5$ (۲)

۴ $m < -2$ (۱)

۸ مجموعه جواب‌های نامعادله $\frac{x^2 + 3x - 3}{x + 2} > x$ شامل چند عدد صحیح نیست؟

۱ ۴ (۱)

۲ ۵ (۲)

۳ ۶ (۳)

۴ ۷ (۴)

۹ اگر جدول تعیین علامت عبارت $f(x) = -3x^2 + 4ax + b$ به صورت زیر باشد، مقدار $a - b$ کدام است؟

x	۲
$f(x)$	- ۰ -

۱ صفر (۱)

۲ ۹ (۲)

۳ ۱۵ (۳)

۴ ۲۴ (۴)

۱۰ مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{3x+1}{x-3} < -1$ ، به کدام صورت است؟

۱ $x < \frac{1}{2}$ (۱)

۲ $x < 3$ (۲)

۳ $-\frac{1}{2} < x < 3$ (۳)

۴ $\frac{1}{2} < x < 3$ (۴)



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\frac{6x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1} < 5 \Rightarrow \frac{6x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1} - 5 < 0 \Rightarrow \frac{6x^2 - 3x + 7 - 5x^2 - 5}{x^2 + 1} < 0$$

$$\Rightarrow \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 1} < 0$$

$x^2 + 1$ همواره مثبت است پس تأثیری در جواب ندارد.

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 < 0$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	۱	۲	$+\infty$		
$x^۲ - ۳x + ۲$		+	۰	-	۰	+

$$(a, b) = (1, 2) \Rightarrow ab = 1 \times 2 = 2$$

پس مقدار ab ، ۲ خواهد شد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$S_{\text{مستطیل}} < S_{\text{مربع}} \rightarrow (2x - 3)(x - 2) < x^2 \rightarrow 2x^2 - 4x - 3x + 6 < x^2$$

$$\rightarrow x^2 - 7x + 6 < 0 \rightarrow (x - 1)(x - 6) < 0 \rightarrow 1 < x < 6$$

از طرفی اضلاع باید مثبت باشند یعنی:

$$\begin{cases} x > 0 \\ x - 2 > 0 \rightarrow x > 2 \xrightarrow{\text{اشتراک}} x > 2 \xrightarrow{\text{اشتراک با } 1 < x < 6} 2 < x < 6 \\ 2x - 3 > 0 \rightarrow x > \frac{3}{2} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\frac{x^2 + mx + 2}{x^2 - x + 1} > 1 \xrightarrow[\text{طرفین وسطین می‌کنیم.}]{\text{مخرج همواره ثابت است}} x^2 + mx + 2 > x^2 - x + 1 \rightarrow mx + x + 1 > 0 \rightarrow (m + 1)x + 1 > 0$$

$$\rightarrow m = -1$$

یک تابع خطی نمی‌تواند همواره مثبت یا همواره منفی باشد مگر آنکه تابع ثابت باشد ($y = k$) بنابراین ضریب x باید صفر باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ برای آن که تعداد ضربان‌ها بیشتر از ۱۱۰ باشد، باید نوشت.

$$y > 110 \Rightarrow \frac{15}{8}x^2 - 30x + 200 > 110 \Rightarrow \frac{15}{8}x^2 - 30x + 90 > 0 \xrightarrow{\times \frac{8}{15}} x^2 - 16x + 48 > 0$$

حال برای اینکه نامعادله اخیر را حل کنیم ابتدا ریشه‌های معادله $x^2 - 16x + 48 = 0$ ، یعنی ۴ و ۱۲ را به دست آورده و از جدول زیر کمک می‌گیریم:

x	۴		۱۲		
$x^۲ - ۱۶x + ۴۸$	+	۰	-	۰	+

پس برای $x > 12$ ، عبارت مثبت بوده، یعنی بعد از ۱۲ دقیقه کار سنگین ضربان قلب بیش از ۱۱۰ خواهد بود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ باتوجه به جدول تعیین علامت، $f(x) = 0$ دارای ۲ ریشه می‌باشد، بنابراین $\Delta > 0$ می‌باشد. از طرفی، با رجوع کردن به جدول، مابین دو ریشه، علامت مثبت می‌باشد که طبق این مطلب باید ضریب x^2 منفی باشد.

$$I) \Delta > 0 \Rightarrow b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (m - 1)^2 - 4(m^2 - m - 2)\left(\frac{1}{4}\right) > 0$$



$$\Rightarrow m^2 - 2m + 1 - m^2 + m + 2 > 0 \Rightarrow -m + 3 > 0 \Rightarrow m < 3 \quad (I)$$

$$II) a < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad (II)$$

از اشتراک (I) و (II) به جواب $m \in (-1, 2)$ می‌رسیم.

سهمی $y = x^2 - ax - b$ پایین‌تر از خط $y = 2ax + 4b$ قرار دارد، یعنی نامعادله $x^2 - ax - b < 2ax + 4b$ برقرار است.

$$\Rightarrow x^2 - ax - b - 2ax - 4b < 0 \Rightarrow x^2 - 3ax - 5b < 0$$

برای این‌که بازه $(-2, 3)$ بزرگ‌ترین بازه جواب نامعادله بالا باشد و چون ضریب x^2 مثبت است، $x = 3$ ، $x = -2$ باید ریشه‌های معادله $x^2 - 3ax - 5b = 0$ باشند. با استفاده از مجموع و حاصل ضرب ریشه‌ها داریم:

$$\left. \begin{aligned} S &= -\frac{-3a}{1} = -2 + 3 \rightarrow 3a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{3} \\ P &= -\frac{5b}{1} = -2 \times 3 \rightarrow -5b = -6 \rightarrow b = \frac{6}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow a \cdot b = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2}{5} = 0.4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

(یادآوری: $\Delta < 0$: $\frac{x}{p(x)}$ برای هر $x \in \mathbb{R}$ موافق علامت a)

برای اینکه نامعادله $(m-1)x^2 + 6x + 2m + 1 > 0$ همواره برقرار باشد طبق مطالبی که در جدول تعیین علامت گفته شد باید عبارت ریشه نداشته و ضریب x^2 مثبت باشد.

بنابراین $m - 1 > 0$ ، پس $m > 1$ و نیز باید Δ هم منفی باشد:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(m-1)(2m+1) < 0 \xrightarrow{\div 4} 9 - (m-1)(2m+1) < 0$$

طرفین را در یک منفی ضرب می‌کنیم

$$\rightarrow 2m^2 - m - 1 > 0$$

حال برای حل نامعادله اخیر ابتدا ریشه‌یابی کرده، سپس از جدول کمک می‌گیریم:

$$\Delta = 1 + 80 = 81, \quad m = \frac{1 \pm 9}{4} = \frac{5}{2}, -2$$

x	-2	$\frac{5}{2}$
$2m^2 - m - 1$	$+$	$-$
	$+$	$+$

$$\Rightarrow m \in (-\infty, -2) \cup (2.5, +\infty) \quad (2)$$

حال از اشتراک (۱) و (۲) داریم: $m > 2.5$.

نامعادله را به کمک مخرج مشترک گیری و تعیین علامت حل می‌کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\frac{x^2 + 3x - 3}{x + 2} - x > 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 3x - 3 - x^2 - 2x}{x + 2} > 0$$

$$\frac{x - 3}{x + 2} > 0$$

با توجه به جدول تعیین علامت مقابل مجموعه جواب‌های نامعادله به صورت $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ است که شامل اعداد صحیح $-2, -1, 0, 1, 2, 3$ نیست.



x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$
$x-3$				
$x+2$		+	- ۰ +	

با توجه به جدول تعیین علامت می‌توان گفت که عبارت دارای ریشه مضاعف $x=2$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\text{ریشه مضاعف} = \frac{-b}{2a} = \frac{-4a}{-6} = 2 \rightarrow a=3 \rightarrow f(x) = -3x^2 + 12x + b$$

از طرفی $x=2$ ریشه است یعنی $f(2) = 0$ است بنابراین:

$$-12 + 24 + b = 0 \rightarrow b = -12 \rightarrow a - b = 3 - (-12) = 15$$

روش اول: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

نامعادله‌ی داده شده را به دو نامعادله تبدیل کرده و از جواب‌های آن‌ها اشتراک می‌گیریم.

$$\frac{3x+1}{x-3} > -1 \rightarrow \frac{3x+1}{x-3} + 1 > 0 \rightarrow \frac{3x+1+x-3}{x-3} > 0 \rightarrow \frac{4x-2}{x-3} > 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & \frac{1}{2} & 3 & +\infty \\ \hline & & + & 0 & - & 0 & + \end{array} \rightarrow x < \frac{1}{2} \text{ یا } x > 3 \quad (I)$$

$$\frac{3x+1}{x-3} < 3 \rightarrow \frac{3x+1}{x-3} - 3 < 0 \rightarrow \frac{3x+1-3x+9}{x-3} < 0 \rightarrow \frac{10}{x-3} < 0 \rightarrow x-3 < 0 \rightarrow x < 3 \quad (II)$$

از اشتراک I و II به جواب $x < \frac{1}{2}$ می‌رسیم.

روش دوم:

تست را به روش عددگذاری حل می‌کنیم.

نامعادله

$$x = 1 \rightarrow -1 < \frac{4}{-2} < 3 \rightarrow \text{نادرست است (گزینه‌های دوم و سوم و چهارم حذف می‌شوند).}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---