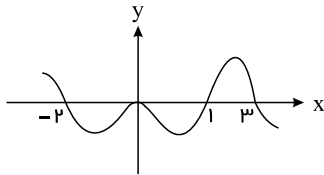




۱) اگر تابع $y = f(x)$ به صورت روبه‌رو باشد، دامنه تعریف تابع $y = \frac{(x-1)}{\sqrt{-f(x)}}$ کدام است؟



(۲) $(-2, 1) \cup (3, +\infty)$

(۱) $(-2, 0) \cup (0, 1) \cup (3, +\infty)$

(۴) $(-\infty, -2) \cup (1, 3)$

(۳) $(-2, 3)$

۲) اگر $f(x) = 2 - \sqrt{x+3}$ ، دامنه تابع $f \circ f$ کدام است؟

(۴) $[-3, 22]$

(۳) $[-\infty, 22]$

(۲) $[-3, 2]$

(۱) $[-3, +\infty]$

۳) اگر $f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2}$ و $g(x) = \sqrt{x-x^2}$ باشند، دامنه‌ی تعریف تابع $g \circ f$ کدام است؟

(۴) $\mathbb{R} - \{1, -1\}$

(۳) $(-1, 1)$

(۲) $\{0\}$

(۱) $[0, 1]$

۴) مجموعه اعداد صحیحی که در دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{|x|-3}}{\sqrt{16-|2x-1|}}$ قرار دارند، کدام است؟

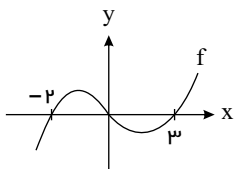
(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

۵) نمودار تابع f به صورت مقابل است. دامنه تابع $g(x) = \sqrt{\frac{x-1}{f(x)}}$ کدام است؟



(۲) $(-2, 0) \cup [1, 3)$

(۱) $(-\infty, -2) \cup (0, 1]$

$\cup (3, +\infty)$

(۴) $(-2, 0) \cup (3, +\infty)$

(۳) $(-\infty, -2) \cup [1, +\infty)$

۶) اگر دامنه دو تابع $f(x) = \frac{2}{\frac{6}{x-1} - 3}$ و $g(x) = \frac{2x-4}{x^2-mx+n}$ برابر باشند، حاصل

$m+n$ کدام است؟

(۴) ۴

(۳) ۵

(۲) ۶

(۱) ۷



۷) کدام یک از توابع زیر، با تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ برابر است؟

$$g(x) = \log \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} \quad (2)$$

$$f(x) = \log(x-2) - \log x \quad (1)$$

$$p(x) = 2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} \quad (4)$$

$$h(x) = \frac{1}{2} \log \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 \quad (3)$$

۸) دامنه‌ی تعریف تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \sqrt{1 - \log(x^2 - 3x)}$ کدام است؟

$$R - [0, 3] \quad (4)$$

$$[-2, 0) \cup (3, 5] \quad (3)$$

$$\begin{aligned} &(-2, 5) \\ &-(0, 3) \end{aligned} \quad (2)$$

$$[-2, 5] \quad (1)$$

۹) اگر دامنه‌ی تابع $f(x) = \frac{2x-4}{3x^2+2ax+b}$ به صورت $\mathbb{R} - \{2\}$ باشد، آنگاه $f(a-b)$ کدام است؟

$$-\frac{1}{48} \quad (4)$$

$$\frac{1}{48} \quad (3)$$

$$-\frac{1}{30} \quad (2)$$

$$\frac{1}{30} \quad (1)$$

۱۰) اگر $f(x) = x^3 - 3x$ باشد دامنه‌ی تابع $h(x) = \sqrt{x - f(x)}$ کدام است؟

$$[0, 2] \quad (4)$$

$$(-\infty, -2] \quad (3)$$

$$[-2, 0] \cup [2, +\infty) \quad (2)$$

$$(-\infty, -2] \cup [0, 2] \quad (1)$$



پاسخنامه تشریحی

باید عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار دهیم. با توجه به اینکه عبارت رادیکالی در مخرج قرار دارد، عبارت زیر رادیکال صفر نمی تواند باشد، بنابراین:

$$-f(x) > 0 \rightarrow f(x) < 0 \rightarrow (-2 < x < 0) \text{ یا } (0 < x < 1) \text{ یا } (3, +\infty)$$

smart- ۱۴۰۰

توجه کنید که $D_f = [-3, +\infty)$ و $D_{f \circ f} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_f\}$ بنابراین:

$$D_{f \circ f} = \{x \mid x \geq -3, 2 - \sqrt{x+3} \geq -3\}$$

از طرف دیگر:

$$2 - \sqrt{x+3} \geq -3 \Rightarrow \sqrt{x+3} \leq 5 \\ x+3 \leq 25 \\ x \leq 22$$

در نتیجه:

$$D_{f \circ f} = [-3, 22]$$

smart- ۱۴۰۰

ابتدا دامنه‌ی تعریف دو تابع f, g را بدست می آوریم.

$$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$$

$$g(x) = \sqrt{x-x^2} \rightarrow D_g : x-x^2 \geq 0 \rightarrow x(1-x) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} 0 \leq x \leq 1$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \underbrace{\{x \neq 1, x \neq -1\}}_I, \quad 0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \rightarrow 1-x^2 > 0 \rightarrow x^2 < 1 \rightarrow -1 < x < 1 \quad (II)$$

$$\frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \leq 0 \rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} \leq 0 \rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2} \leq 0$$

$$\rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & -1 & 0 & 1 & +\infty \\ \hline \text{عبارت} & \leq 0 & - & 0 & + & - \end{array}$$

$$\rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 1 \text{ یا } x = 0 \quad (III)$$

از اشتراک I و II و III به جواب $x = 0$ می رسیم.

سراسری- ۱۳۹۶

دامنه‌ی تابع f مقادیری از x هستند که در نامعادله‌های $|x| - 3 \geq 0$ و $|2x-1| > 0$ صدق می کنند.

$$|x| - 3 \geq 0 \Rightarrow |x| \geq 3 \Rightarrow x \in (-\infty, -3] \cup [3, +\infty) \quad (1)$$

$$16 - |2x-1| > 0 \Rightarrow |2x-1| < 16 \Rightarrow -16 < 2x-1 < 16$$

$$\Rightarrow -15 < 2x < 17 \Rightarrow -\frac{15}{2} < x < \frac{17}{2}$$



$$\Rightarrow x \in \left(-\frac{15}{2}, \frac{17}{2}\right) \quad (2)$$

بنابراین:

$$(1) \cap (2) \Rightarrow D_f = \left(-\frac{15}{2}, -3\right] \cup \left[3, \frac{17}{2}\right)$$

پس اعداد صحیح $-7, -6, -5, -4, -3, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ در دامنه تابع f قرار دارند که مجموع آنها برابر ۸ است.

smart- ۱۴۰۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

x	$-\infty$	-۲	۰	۱	۳	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	۰	+	+
$f(x)$	-	۰	+	۰	-	+
$\frac{x-1}{f(x)}$	+	-	+	۰	-	+

برای تعیین دامنه g باید نامعادله $\frac{x-1}{f(x)} \geq 0$ را حل کنیم.

$$x < -2 \text{ یا } 0 < x \leq 1 \text{ یا } x > 3$$

$$D_g = (-\infty, -2) \cup (0, 1] \cup (3, +\infty)$$

smart- ۱۴۰۰

در تابع f را مخرج کسرها نباید صفر شود. بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$x-1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

در تابع f داریم:

$$\frac{6}{x-1} - 3 \neq 0 \Rightarrow \frac{6}{x-1} \neq 3 \rightarrow 3x-3 \neq 6 \rightarrow x \neq 3$$

چون دامنه تابع f و g برابرند، لذا:

$$D_f = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

$$D_g = \mathbb{R} - \{1, 3\}$$

بنابراین ۱ و ۳ ریشه‌های مخرج تابع g هستند.یعنی ۱ و ۳ ریشه‌های معادله $x^2 - mx + n = 0$ هستند.

$$\left. \begin{aligned} S = -\frac{b}{a} = -\frac{-m}{1} = m = 1 + 3 = 4 \\ P = \frac{c}{a} = \frac{n}{1} = n = 1 \times 3 = 3 \end{aligned} \right\} \rightarrow m + n = 4 + 3 = 7$$

smart- ۱۴۰۰

ابتدا دامنه‌ی تعریف تابع $y = \log \frac{x-2}{x}$ را بدست می‌آوریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\frac{x-2}{x} > 0 \rightarrow \frac{x}{x} \begin{array}{c|ccc} -\infty & 0 & 2 & +\infty \\ \hline & + & - & + \end{array} \rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2$$

می‌دانیم شرط تساوی دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ آن است که دامنه‌هایشان برابر باشد و به‌ازای هر x از دامنه، $f(x) = g(x)$ باشد. اکنون به بررسی

گزینه‌ها می‌پردازیم.

$$\text{گزینه‌ی اول: } \begin{cases} x-2 > 0 \rightarrow x > 2 \\ x > 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f: x > 2 \rightarrow \text{دامنه‌ها برابر نیستند}$$

$$\text{گزینه‌ی دوم: } \frac{x^2-4}{x^2+2} > 0$$

توجه کنید $x = -2$ مخرج را صفر می‌کند و نباید در دامنه‌ی تعریف باشد.

بنابراین قطعاً دامنه‌اش با دامنه‌ی تابع داده شده برابر نیست.



$$\left(\frac{x-2}{x}\right)^2 > 0 \quad \text{گزینه ی سوم}$$

به ازای $x \neq 2$ و $x \neq 0$ همواره برقرار است. بنابراین

دامنه تعریف می شود $D_h = \mathbb{R} - \{0, 2\}$ و مشخص است که دامنه ها برابر نیستند.

$$\frac{x-2}{x} > 0 \rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 2 \rightarrow \text{دامنه ها برابرند} \quad \text{گزینه ی چهارم}$$

$$p(x) = 2 \log \sqrt{\frac{x-2}{x}} = 2 \log \left(\frac{x-2}{x}\right)^{\frac{1}{2}} = \log \frac{x-2}{x} = y \rightarrow \text{دو تابع باهم برابرند}$$

خارج از کشور - ۱۳۹۷

جلوی لگاریتم باید مثبت باشد پس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$x > 3 \text{ یا } x < 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} x(x-3) > 0 \Rightarrow x < 0 \text{ یا } x > 3 \quad (I)$$

عبارت زیر رادیکال باید بزرگ تر مساوی صفر باشد.

$$1 - \log(x^2 - 3x) \geq 0 \rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq 1 \rightarrow \log(x^2 - 3x) \leq \log 10$$

$$\rightarrow x^2 - 3x \leq 10 \rightarrow x^2 - 3x - 10 \leq 0 \rightarrow (x-5)(x+2) \leq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} -2 \leq x \leq 5 \quad (II)$$

از اشتراک I, II به نتیجه ی $-2 \leq x < 0$ یا $3 < x \leq 5$ می رسیم. یعنی:

$$x \in [-2, 0) \cup (3, 5]$$

سنجش - ۱۳۹۴

چون $D_f = \mathbb{R} - \{2\}$ می باشد، پس عبارت درجه دوم مخرج کسر باید ریشه مضاعف ۳ داشته باشد، بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$3(x-2)^2 = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow 3x^2 - 12x + 12 = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 12 \end{cases} \rightarrow a - b = -18$$

$$f(x) = \frac{2x-4}{3(x-2)^2} \rightarrow f(-18) = \frac{-36-4}{3(-18-2)^2} = \frac{-40}{1200} = -\frac{1}{30}$$

smart- ۱۴۰۰

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

تابع $\sqrt{x-f(x)} = \sqrt{4x-x^3}$ وقتی با معنی است که $4x-x^3 \geq 0$ باشد

$$4x-x^3 \geq 0 \rightarrow x(4-x^2) \geq 0 \rightarrow \begin{array}{c|ccccccc} x & -\infty & -2 & 0 & 2 & +\infty \\ \hline \text{عبارت } \geq 0 & + & 0 & - & 0 & + & - \end{array}$$

بنابراین دامنه ی تعریف تابع به صورت $[-\infty, -2] \cup [0, 2]$ است.

سنجش - ۱۳۹۴

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---