



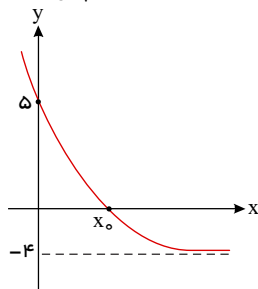
مهدی شاکریان

نام آزمون: لگاریتم مرور سریع ۱

سایت: sebgatebartar.com

تلفن: ۰۵۱۳۸۱۱۷ و ۰۹۳۵۰۶۲۱۰۰۶

قلم چی - ۱۳۹۷



۱) نمودار تابع به معادله $y = 3^{a-x} + b$ مطابق شکل زیر است. x_0 کدام است؟

۱) $2 - \log_3 5$

۲) $3 - \log_5 4$

۳) $2 - \log_3 4$

۴) $3 - \log_3 5$

۲) یک دانش آموز، بعد از شرکت در n آزمون می تواند به درصد $f(x) = 100 - 90(2^{-0.4n})$ در درس ریاضی برسد. بعد از شرکت در چند

قلم چی - ۱۳۹۸

آزمون انتظار می رود این دانش آموز به درصد ۷۰ در درس ریاضی برسد؟ ($\log_2 3 \approx 1.6$)

۴) ۶

۳) ۳

۲) ۵

۱) ۴

۳) نمودار یک تابع به صورت $f(x) = 3^{Ax+B}$ ، نمودار تابع $g(x) = x^2$ را در دو نقطه به طول های ۱ و ۳ قطع می کند. عرض نقطه تلاقی تابع f با

خارج از کشور - ۱۳۹۸

محور y ها، کدام است؟

۴) $\sqrt{3}$

۳) $\frac{1}{3}$

۲) $\frac{1}{9}$

۱) $\frac{1}{27}$

قلم چی - ۱۳۹۵

۴) اگر $2^{x-1} + 2^{x+2} = \frac{9}{8}$ ، آن گاه حاصل لگاریتم $|x^3 - 1|$ در پایه ۳ کدام است؟

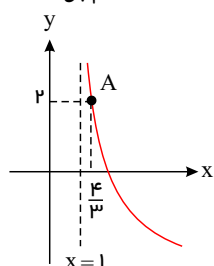
۴) ۲

۳) $\frac{1}{2}$

۲) $\frac{3}{2}$

۱) ۱

قلم چی - ۱۳۹۷



۵) اگر نمودار تابع $f(x) = 2 \log_b(x+a)$ به صورت زیر باشد، مقدار ab کدام است؟

۲) -۳

۱) ۳

۴) $-\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{3}$



قلم چی - ۱۳۹۵

۶ اگر $\log 2 = k$ ، آن گاه حاصل $A = \frac{1}{2} \log(7 + 2\sqrt{6}) + \log(\sqrt{6} - 1)$ کدام است؟

- ① k ② $2 - 2k$ ③ $1 - k$ ④ $2k$

خارج از کشور - ۱۳۹۶

۷ از دو معادله‌ی دومجهولی $3^{x+y} = 9 \times 3^{x-y}$ و $\log(x + 2y) = 1 + \log y$ مقدار x کدام است؟

- ① $1,2$ ② $1,4$ ③ $1,5$ ④ $1,6$

خارج از کشور - ۱۳۹۲

۸ از دو معادله‌ی $2^x + 4^x = 72$ و $\log(x + 1) + \log(2y + x^2) = 2$ مقدار y کدام است؟

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9

قلم چی - ۱۳۹۵

۹ نمودار دو تابع با معادله‌های $y = \log(x^2 - 1)$ و $y = 1 + \log(x + 1)$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- ① صفر ② 1 ③ 2 ④ 3

قلم چی - ۱۳۹۷

۱۰ اگر $2^{2y} + 2^y = 2$ و $2^x \log(x + y) + \log x - x - 1 = 0$ حاصل $x + y$ کدام است؟

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ -9

قلم چی - ۱۳۹۶

۱۱ حاصل $[\log_7^{2+\sqrt{3}} - \log_7^{2-\sqrt{3}}]$ کدام است؟ (، [،]، نماد جزء صحیح است.)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

۱۲ اگر به بزرگی زمین لرزه‌ای برحسب ریشتر حداقل ۴ واحد اضافه شود، مقدار انرژی آزادشده برحسب ارگ حداقل چند برابر می‌شود؟

قلم چی - ۱۳۹۸

($\log E = 11,8 + 1,5M$)

- ① 100 ② 1000 ③ 100000 ④ 1000000



پاسخنامه تشریحی

می‌دانیم: $\log_b^a = c \rightarrow a = b^c$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

با توجه به شکل وقتی که $x \rightarrow +\infty$ منحنی به خط $y = -4$ نزدیک می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (3^{a-x} + b) = \underbrace{3^{-\infty}}_0 + b = b = -4 \rightarrow y = 3^{a-x} - 4$$

نقطه‌ی $\left. \begin{array}{l} \circ \\ 5 \end{array} \right\}$ روی تابع قرار دارد بنابراین در تابع صدق می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} \circ \\ 5 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{صدق}} 5 = 3^a - 4 \rightarrow 3^a = 9 \rightarrow a = 2 \rightarrow y = 3^{2-x} - 4$$

برای پیدا کردن x_0 کافی است در تابع به جای y ، صفر قرار دهید.

$$0 = 3^{2-x_0} - 4 \rightarrow 3^{2-x_0} = 4 \rightarrow \log_3^4 = 2 - x_0 \rightarrow x_0 = 2 - \log_3^4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

می‌دانیم $\log_k^{a^n} = n \log_k^a$ است.

$$f(n) = 100 - 90(2^{-0.4^n}) = 10 \rightarrow 100 - 10 = 90(2^{-0.4^n})$$

$$\rightarrow 30 = 90(2^{-0.4^n}) \rightarrow 2^{-0.4^n} = \frac{1}{3} \rightarrow 2^{-0.4^n} = 3^{-1}$$

$$\xrightarrow{\text{لگاریتم در مبنای ۲}} \log_2^{2^{-0.4^n}} = \log_2^{3^{-1}} \rightarrow -0.4^n = -1 \log_2^3$$

$$\rightarrow -0.4^n = -1 \times 1.6 \rightarrow -0.4^n = -1.6 \rightarrow n = 4$$

چون دو نقطه به طول‌های ۱ و ۳ محل برخورد این دو تابع است: پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\left\{ \begin{array}{l} f(1) = g(1) \rightarrow 3^{A+B} = 1 = 3^0 \rightarrow A+B = 0 \\ f(3) = g(3) \rightarrow 3^{3A+B} = 9 = 3^2 \rightarrow 3A+B = 2 \end{array} \right\} \rightarrow A = 1, B = -1$$

$$\text{پس: } f(x) = 3^{x-1} \rightarrow f(0) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n \log_k^a$

$$2^{x-1} + 2^{x+2} = \frac{9}{8} \rightarrow 2^x \times 2^{-1} + 2^x \times 2^2 = \frac{9}{8} \rightarrow 2^x(2^{-1} + 2^2) = \frac{9}{8}$$

$$\rightarrow 2^x \left(\frac{1}{2} + 4 \right) = \frac{9}{8} \rightarrow 2^x \left(\frac{9}{2} \right) = \frac{9}{8} \rightarrow 2^x = \frac{\frac{9}{8}}{\frac{9}{2}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \rightarrow x = -2$$

$$\log_3^{|x^3-1|} = \log_3^{|-8-1|} = \log_3^{|-9|} = \log_3^9 = \log_3^{3^2} = 2$$

با توجه به نمودار $x > 1 \rightarrow x > -a \rightarrow a = -1$ جلوی لگاریتم باید مثبت باشد یعنی: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$f(x) = 2 \log_b^{x-1} \xrightarrow{A} 2 \log_b^{\frac{4}{3}-1} \rightarrow \log_b^{\frac{4}{3}} = 1 \rightarrow b = \frac{1}{3}$$

بنابراین $ab = -\frac{1}{3}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

می‌دانیم: $\log_k^{a^n} = n \log_k^a$, $\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log 5 = 1 - \log 2$

$$A = \frac{1}{2} \log(7 + 2\sqrt{6}) + \log(\sqrt{6} - 1) = \frac{1}{2} \log(\sqrt{6} + 1)^2 + \log(\sqrt{6} - 1)$$

$$= \log(\sqrt{6} + 1) + \log(\sqrt{6} - 1) = \log(\underbrace{(\sqrt{6} + 1)(\sqrt{6} - 1)}_{\text{مزوج}}) = \log(6 - 1) = \log 5 = 1 - \log 2 = 1 - k$$

دقت کنید: $(\sqrt{6} + 1)^2 = 6 + 1 + 2\sqrt{6} = 7 + 2\sqrt{6}$



$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$3^{2x+y} = 9 \times 3^{x-y} \rightarrow 3^{2x+y} = 3^2 \times 3^{x-y} \rightarrow 3^{2x+y} = 3^{2+x-y}$$

$$\rightarrow 2x + y = 2 + x - y \rightarrow x + 2y = 2 \rightarrow x = 2 - 2y$$

$$\text{از طرفی: } \log(x + 2y) = 1 + \log y \rightarrow \log(x + 2y) = \log 10 + \log y \rightarrow \log(x + 2y) = \log 10y$$

$$\rightarrow x + 2y = 10y \rightarrow x = 8y \xrightarrow{x=2-2y} 2 - 2y = 8y \rightarrow 10y = 2 \rightarrow y = \frac{2}{10} \xrightarrow{x=8y} x = \frac{16}{10} = 1,6$$

$\log_k^a + \log_k^b = \log_k^{ab}$, $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$4^x + 2^x = 72 \Rightarrow (2^x)^2 + 2^x - 72 = 0 \xrightarrow{2^x=A} A^2 + A - 72 = 0 \Rightarrow (A + 9)(A - 8) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A = -9 \Rightarrow 2^x = -9 \rightarrow \text{امکان ندارد} \\ A = 8 \Rightarrow 2^x = 8 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$$

$$\log(x + 1) + \log(2y + x^2) = 2 \xrightarrow{x=3} \log 4 + \log(2y + 9) = 2$$

$$\Rightarrow \log(4y + 36) = 2 \xrightarrow{\text{تعریف}} 4y + 36 = 10^2 \Rightarrow 4y = 64 \Rightarrow y = 16$$

$\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$, $\log_b^N = x \rightarrow N = b^x$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

کافی است دو تابع را تلاقی دهیم.

$$1 + \log(x + 1) = \log(x^2 - 1) \rightarrow \log(x^2 - 1) - \log(x + 1) = 1$$

$$\rightarrow \log \frac{x^2 - 1}{x + 1} = 1 \rightarrow \log \frac{(x + 1)(x - 1)}{(x + 1)} = 1 \rightarrow \log(x - 1) = 1 \xrightarrow{\text{تعریف}} x - 1 = 10 \rightarrow x = 11$$

بنابراین دو تابع در یک نقطه، همدیگر را قطع می‌کنند. (توجه کنید که $x = 11$ چون در دامنه‌ی هر دو تابع قرار دارد، قابل قبول می‌باشد).

از رابطه‌ی $2^{2y} + 2^y = 2$ به راحتی می‌توان متوجه شد که $y = 0$ است ($2^0 + 2^0 = 1 + 1 = 2$). اکنون در معادله‌ی دیگر به جای y ، صفر قرار می‌دهیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$x \log x + \log x - x - 1 = 0 \rightarrow \underbrace{x \log x - x + \log x - 1}_{=0} = 0$$

$$\rightarrow \underbrace{x(\log x - 1)}_{=0} + \underbrace{\log x - 1}_{=0} = 0 \rightarrow (\log x - 1)(x + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} \log x - 1 = 0 \rightarrow \log x = 1 \rightarrow x = 10 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases} \text{ غرض (جلوی لگاریتم را منفی می‌کند)} \rightarrow x + y = 10 + 0 = 10$$

$\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\log_2^{2+\sqrt{3}} - \log_2^{2-\sqrt{3}} = \log_2^{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}} \xrightarrow{\text{گویا می‌کنیم}} \log_2^{\frac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}} = \log_2^{\frac{(2+\sqrt{3})^2}{4-3}} = \log_2^{\frac{4+4\sqrt{3}+3}{1}} = \log_2^{7+4\sqrt{3}} = \log_2^{13,8}$$

$$2^3 < 13,8 < 2^4 \rightarrow \log_2^{2^3} < \log_2^{13,8} < \log_2^{2^4} \rightarrow 3 < \log_2^{13,8} < 4 \rightarrow [\log_2^{13,8}] = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

می‌دانیم $\log_b^a = c \rightarrow b^c = a$ و $\log_k^a - \log_k^b = \log_k^{\frac{a}{b}}$ است.

$$\begin{cases} \log E_1 = 1,18 + 1,5M_1 \\ \log E_2 = 1,18 + 1,5M_2 \end{cases} \rightarrow \log E_2 - \log E_1 = 1,5M_2 - 1,5M_1$$

$$\rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} = 1,5(M_2 - M_1)$$

$$M_2 - M_1 \geq 4 \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} \geq 1,5 \times 4 \rightarrow \log \frac{E_2}{E_1} \geq 6 \rightarrow \frac{E_2}{E_1} \geq 10^6$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴