

Shakeryan.com

جمعه‌بندی 3070

تابع

مهدي ساکريان

T.me/Riazi\_Jazb



وقتشه عاشق ریاضی بشی !!!



استاد مهدی شاکریان



برای تهیه این محصول یک تیم ۱۲ نفره زحمات زیادی کشیده اند .  
فقط فردی که بهای آن را به موسسه سبقت  
و شماره کارت به نام مهدی شاکریان واریز کرده است  
می تواند از آن استفاده کند .  
کپی یا استفاده مشترک از این محصول حرام و غیراخلاقی می باشد  
و طبق قانون کارما و قانون بها قطعاً باعث خراب شدن  
نتیجه فرد در کنکور و امتحانات می شود .



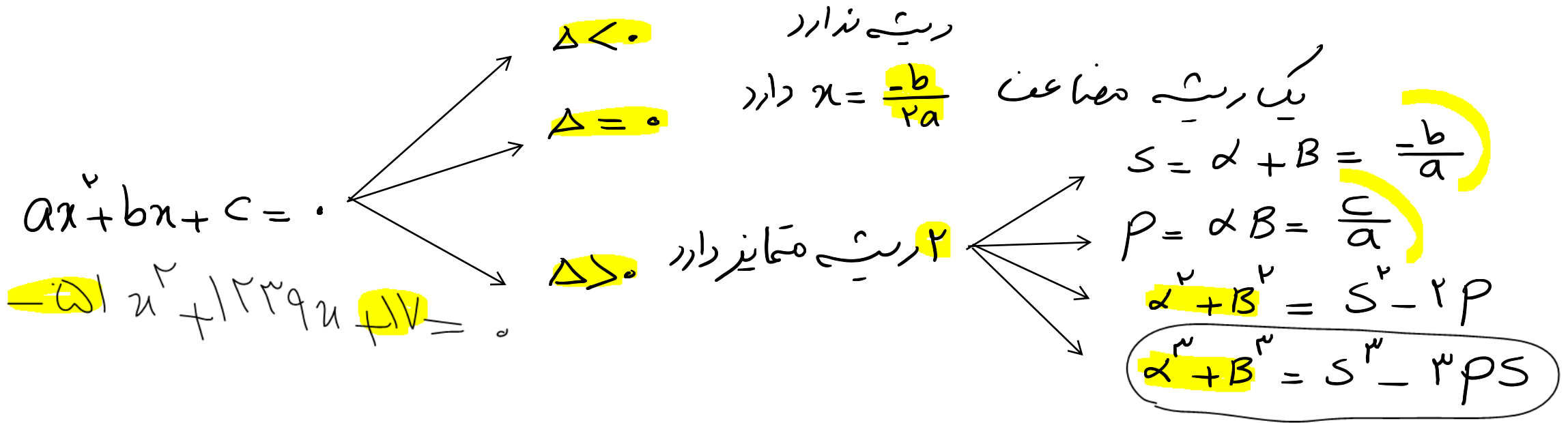
051 - 38117

0935 062 1006

Shakeryan.com

راه های تهیه محصول اصلی:

# S e p a Δ



نکته: اگر علامت  $a$ ,  $c$  مختلف علامت باشد نیازی به محاسبه  $\Delta$  نیست.  $\Delta > 0$  است.

$$+15x^2 + \frac{14}{3}x - \frac{2}{3} = 0$$

(۱) در معادله درجه دوم  $x(ax + 5) = 1$  اگر حاصل  $(\alpha + 1)(\beta + 1)$  برابر  $-۱$  است

آنگاه مجموع مکعب ریشه ها کدامست؟

$$\alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -1$$

$$\frac{15}{9} \quad (۳)$$

$$\frac{۸۰}{۲۷} \quad (۲)$$

$$\frac{15}{9} \quad (۱)$$

$$\alpha + \beta = S = \frac{-b}{a} = \frac{-5}{a}$$

$$\alpha\beta = P = \frac{c}{a} = \frac{1}{a}$$

$$ax^2 + 5x - 1 = 0$$

$$\frac{1}{a} + \frac{-5}{a} = -1$$

$$\frac{1-5}{a} = -1 \rightarrow a = 4$$

$$\alpha + \beta = S = 1 - P = 1 - \left(\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

(۲) معادله درجه دوم  $3x^2 + (2m-1)x + (2-m) = 0$  دارای دو ریشه حقیقی است. اگر

سراسری - ۱۳۹۹

مجموع ریشه‌ها با معکوس حاصل ضرب آن دو ریشه برابر باشد، مقدار  $m$  کدام است؟

$$S = \frac{1}{p} \rightarrow \frac{-\frac{5}{2} \text{ (۴)}}{3} = \frac{-1 \text{ (۳)}}{\frac{-(2-m)}{-(m-2)}} \quad \text{(۲) } 3 \quad \text{(۱) } \frac{7}{2}$$

$$2m^2 - 5m - 7 = 0$$

ریشه ندارند  $\Delta < 0$

~~$m = -1$~~

$m = 3, 5 \rightarrow 3x^2 + 7x + 1 = 0 \quad \Delta > 0$

۳) در معادله  $x^2 - 4x + 2m = 0$  یک ریشه معادله از ۲ برابر ریشه دیگر ۳ واحد بیشتر است مقدار  $m$  کدام است؟

$$S = \frac{-b}{a} = 4$$

$$\frac{11}{8} \text{ (4)}$$

$$\frac{11}{6} \text{ (3)}$$

$$\frac{11}{18} \text{ (2)}$$

$$\frac{11}{9} \text{ (1)}$$

$$P = \frac{c}{a} = 2m$$

حل: ریشه اول را  $\alpha$  گرفته و دومی را  $2\alpha + 3$  می‌گیریم.

$$\Rightarrow \text{جمع} = \alpha + (2\alpha + 3) = 4 \rightarrow 3\alpha = 1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{3}$$

$$\text{ضرب} = \alpha(2\alpha + 3) = 2m \xrightarrow{\alpha = \frac{1}{3}} \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{3} = 2m \rightarrow m = \frac{11}{18}$$

علامت

شماره

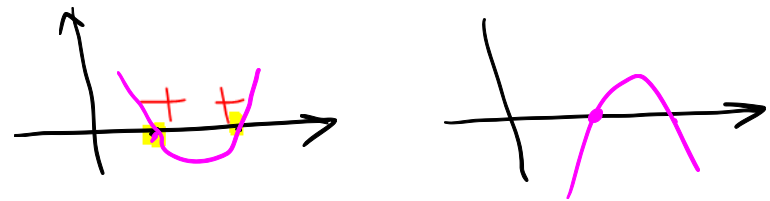
$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$y = ax^2 + bx + c$$

معادله آریبی مثبت دارد

سه محور  $x$  را در ۲ نقطه با طول های مثبت قطع می کند

$$+3, +5$$

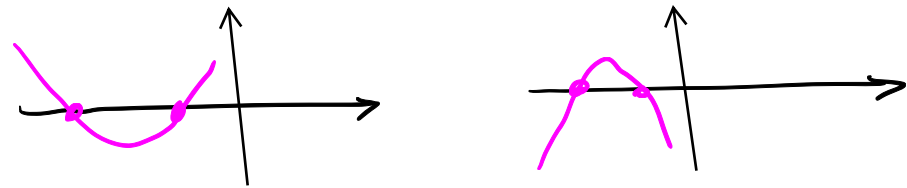


$p > 0$ ,  $b > 0$ ,  $\Delta > 0$   
\*

معادله آریبی منفی دارد

سه محور  $x$  را در سمت چپ محور  $y$  قطع می کند

مثلاً  
 $-3, -5$

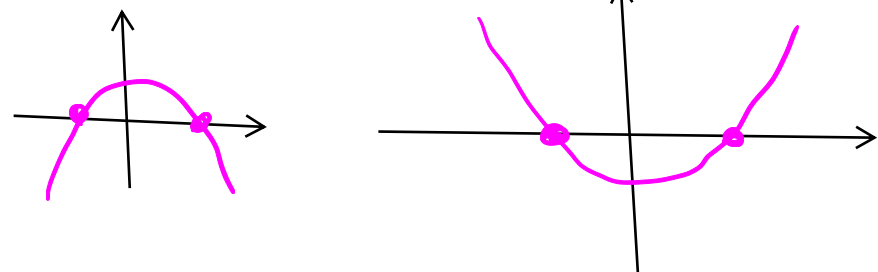


$p > 0$ ,  $b < 0$ ,  $\Delta > 0$   
\*

معادله آریبی مختلف علامه دارد

سه از سه ندازه و گذر

$$+3, -5$$



رعنا

~~$p > 0$~~ ,  $p < 0$ ,  ~~$\Delta > 0$~~   
\*

(۴) معادله درجه دوم  $2x^2 + mx + m + 6 = 0$  دارای دو ریشه مثبت است. بازه مقادیر  $m$  کدام

خارج از کشور - ۱۳۹۹

است؟

(۴)  $(-6, -4)$

(۳)  $(-6, 0)$

(۲)  $(-4, -2)$

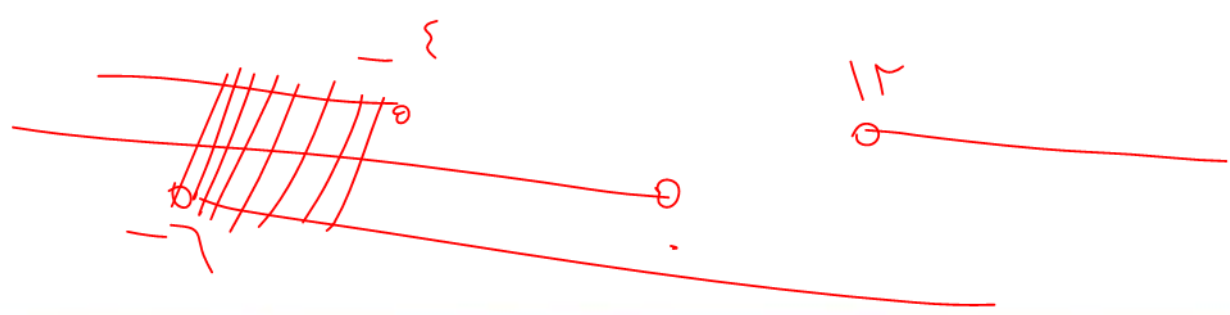
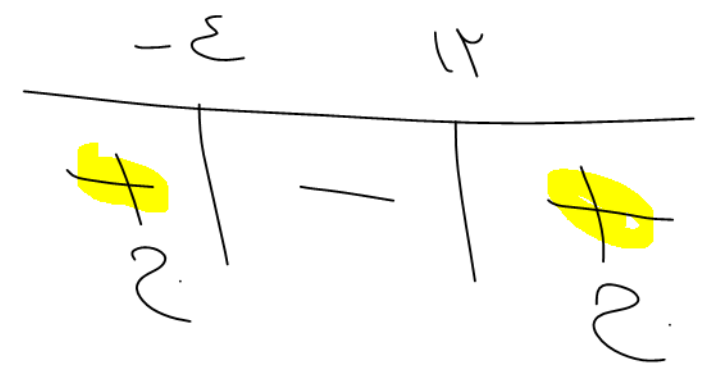
(۱)  $(-4, 0)$

$S > 0 \rightarrow \frac{-m}{2} > 0 \quad -m > 0 \quad \boxed{m < 0}$

$P > 0 \rightarrow \frac{m+6}{2} > 0 \quad m+6 > 0 \quad \boxed{m > -6}$

$\Delta > 0 \rightarrow m^2 - 4(2)(m+6) > 0 \quad \oplus m^2 - 8m - 48 > 0$

$(m-12)(m+4) = 0$





(۷) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  معادله درجه دوم  $(2m-1)x^2 + 6x + m - 2 = 0$  دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟ (با تغییر)

سراسری - ۱۳۹۸

$$\textcircled{1} -2 < m < 2,5 - \{0\} \quad \textcircled{2} -2 < m < 3,5 - \left\{\frac{1}{2}\right\} \quad \textcircled{3} -1 < m < 3,5 - \left\{\frac{1}{2}\right\} \quad \textcircled{4} -1 < m < 2,5 - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

شرط حوریت داشتن اینها  $\Delta > 0$  باشد، البته  $a \neq 0$  تا معادله درجه ۲ باشد.

$$\Delta > 0 \rightarrow 36 - 4(2m-1)(m-2) > 0 \xrightarrow{\div 4} 9 - (2m^2 - 5m + 2) > 0$$

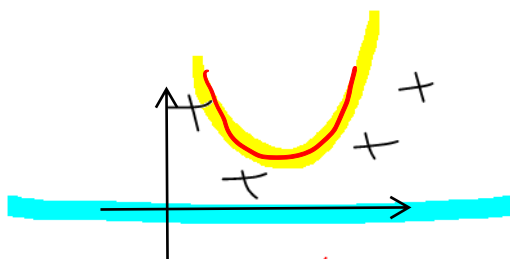
$$-2m^2 + 5m + 7 > 0$$

$$\frac{-1 \quad 3,5}{- \quad + \quad -}$$

$$\boxed{-1 < m < 3,5} \quad (1)$$

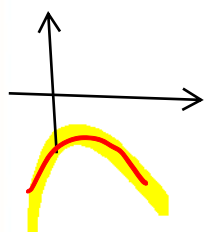
$$a \neq 0 \rightarrow 2m - 1 \neq 0 \quad \boxed{m \neq \frac{1}{2}} \quad \xrightarrow[\begin{smallmatrix} 1,2 \\ \text{اشتراک} \end{smallmatrix}]{(2)} -1 < m < 3,5 - \left\{\frac{1}{2}\right\}$$

## همواره مثبت (بالای محور x)



$$a > 0, \Delta < 0$$

تابع  $y = ax^2 + bx + c$  همواره بالای محور x است  
 عبارت  $p = ax^2 + bx + c$  همیشه مثبت است.  
 نامعادله  $ax^2 + bx + c > 0$  برای تمام مقادیر حقیقی برقراره



$$a < 0, \Delta < 0$$

تابع  $y = ax^2 + bx + c$  همواره زیر محور x است  
 عبارت  $p = ax^2 + bx + c$  همیشه منفی است.  
 نامعادله  $ax^2 + bx + c < 0$  تمام مقادیر حقیقی برقراره

(۴) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  سهمی به معادله  $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$  همواره پایین محور  $x$ ها است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸

۲ < m < ۶ (۴)

۲ < m < ۴ (۳)

۲ < m < ۵ (۲)

۱ < m < ۵ (۱)

حل: پایین محور  $x$  یعنی این شکلی: یعنی  $a < 0$ ،  $\Delta < 0$

$a < 0 \rightarrow 1 - m < 0 \rightarrow -m < -1 \rightarrow m > 1$

$\Delta < 0 \rightarrow (m - 3)^2 - (1 - m)(-1) < 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 - 4m + 9 + 1 - m < 0$

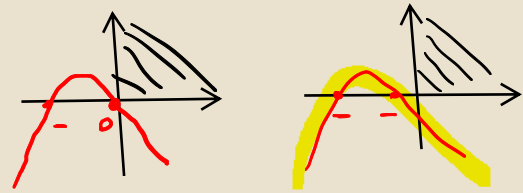
$m^2 - 5m + 10 < 0$

۲	۵
+	+
+	+
+	+

ج

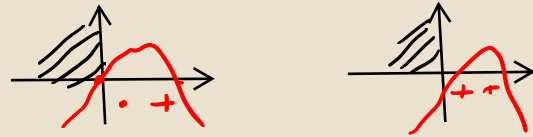
$2 < m < 5$

$a < 0$ ,  $s < 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\Delta > 0$



سه فقط از ناحیه اول عبور می کند

$a < 0$ ,  $s > 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\Delta > 0$



سه فقط از ناحیه ۲ عبور می کند

$a > 0$ ,  $s > 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\Delta > 0$



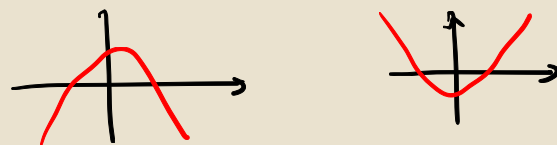
سه فقط از ناحیه ۳ عبور می کند

$a > 0$ ,  $s < 0$ ,  $p \geq 0$ ,  $\Delta > 0$



سه فقط از ناحیه ۴ عبور می کند

$p < 0$



سه از ۳ ناحیه می گذرد

۷) تابع  $y = 2x^2 - 4x + (m - 3)$  فقط از ناحیه سوم مختصات عبور نمی کند حدود  $m$  کدام است؟

$$3 < m < 5 \quad (4)$$

$$3 \leq m < 5 \quad (3)$$

$$m < 5 \quad (2)$$

$$m \geq 3 \quad (1)$$

طبق نکات - صفحه قبل :

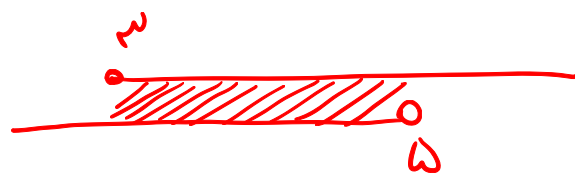
$$a > 0 \rightarrow 2 > 0 \quad \text{ok}$$

$$c > 0 \rightarrow \frac{m-3}{2} > 0 \quad \text{ok}$$

$$p \geq 0 \rightarrow \frac{m-3}{2} \geq 0 \rightarrow \boxed{m \geq 3}$$

$$\Delta > 0 \rightarrow 16 - 4(m-3) > 0 \rightarrow -4m > -16 \rightarrow \boxed{m < 5}$$

انتخاب :



$$\boxed{3 \leq m < 5}$$

## رابطه بین ریشه های دو معادله

ریشه های معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  **فلان** ریشه های معادله  $a'x^2 + b'x + c' = 0$  است  
 جوابهای کدام معادله **فلان** جوابهای معادله  $a'x^2 + b'x + c' = 0$  است.

← حل: کافیت  $P, S$  هر آماره بنویس

اگر جواب های معادله  $x^2 + bx + c = 0$  از مربع جواب های معادله  $x^2 + 5x + 1 = 0$  یک واحد بیشتر باشد  $b$  کدام است؟

$\alpha, \beta$  ← \*\*

$\alpha^2 + 1, \beta^2 + 1$  ←

-26 (4)

26 (3)

-25 (2)

25 (1)

$$\alpha + \beta = \frac{5}{1} = 5$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{1} = 1$$

$$(\alpha^2 + 1) + (\beta^2 + 1) = \frac{-b}{1}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + 1$$

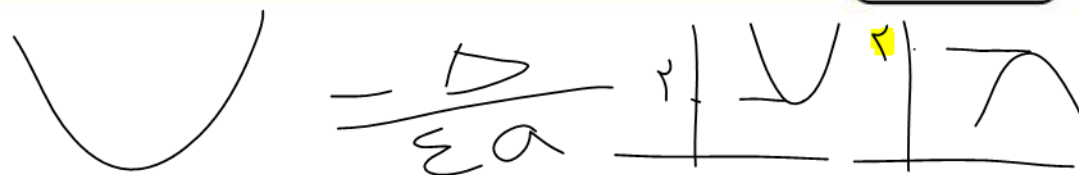
$$5^2 - 2p + 1 =$$

$$25 - 2 + 1 = 24 = -b$$

$$b = -24$$

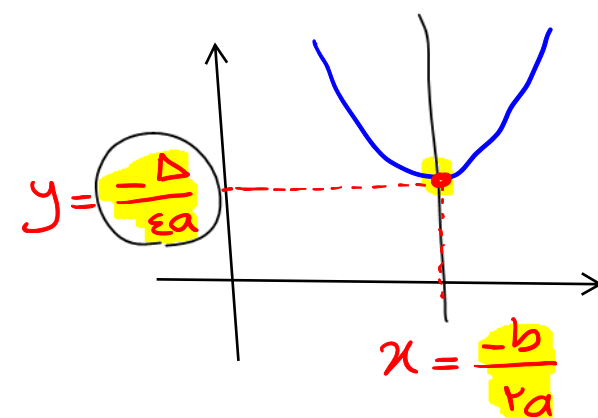
$$(\alpha^2 + 1)(\beta^2 + 1) = \frac{c}{1}$$

$$p^2 + 5^2 - 2p + 1 = c$$



## راس و یافتن ضابطه

$$\left. \begin{aligned} \text{عرض راس} &= y = \frac{-\Delta}{2a} \\ \text{طول راس} &= x = \frac{-b}{2a} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{کمترین مقدار} &= \text{بیشترین} \\ \text{بیشترین مقدار} &= \text{کمترین} \end{aligned}$$



نکته: اگر راس منفی یا صفر باشد از مهری راجه هند باید در ضابطه مهری **صفر** بدم جای -



۹) فرض کنید  $A(-1, 9)$  رأس سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  گذرا بر نقطه  $(3, 1)$  باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط زیر، می‌گذرد؟

خارج از کشور - ۱۳۹۹

(۱, ۵) **۴**

(۲, ۵) **۳**

(۵, -۹) **۲**

(۵, -۷) **۱**

$$\frac{-b}{2a} = -1 \rightarrow b = 2a$$

$$(-1, 9) \rightarrow 9 = a - b + c$$

$$(3, 1) \rightarrow 1 = 9a + 3b + c$$

$$\begin{array}{l|l} -a + c = 9 & a = -\frac{1}{2}c \\ 10a + c = 1 & b = -1 \\ & c = 1,0 \end{array}$$

کدام می‌گذرد... PP

$$x = 5 \rightarrow y = -9$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1,0$$

۱. فرض کنید نقاط  $(-2, 5)$ ,  $(0, 5)$  و  $(1, 11)$  بر سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  واقع باشند. این سهمی، از کدام یک از نقاط زیر می‌گذرد؟

سراسری - ۱۳۹۹

(۲, ۱۵) ④

(۲, ۹) ③

(-۱, ۴) ②

(-۱, ۳) ①

حل: هر ۳ نقطه را صدق بده

$$(0, 5) \rightarrow 5 = c$$

$$(1, 11) \rightarrow 11 = a + b + c \xrightarrow{c=5} a + b = 6$$

$$(-2, 5) \rightarrow 5 = 4a - 2b + c \xrightarrow{c=5} 4a - 2b = 0$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = 2x^2 + 6x + 5 \rightarrow$$

$\alpha = -1$  بهترین گزینه ها تکرار شده رو بنویس  
مقدار  $y = 3$  بدست می آید

## معادله t

معادله لاتی به در ابتدا درجه ۲ **نشد** ولی بعد اینکه یک بخش معادله رو **t** بگیریم اغلب به فرم  $at^2 + bt + c = 0$  تبدیل می‌شوند.

(۱۱) معادله  $(x^2 - x)^2 + 3x^2 - 3x - 4 = 0$  دارای چند ریشه است؟

$$(x^2 - x)^2 + 3(x^2 - x) - 4 = 0 \rightarrow x^2 - x = t \rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0$$

$t = 1$	$\xrightarrow{\text{بدگفت}}$	$x^2 - x = 1$	$x^2 - x - 1 = 0$	$\Delta > 0$	۲ ریشه دارد ریشه ندارد	} $\rightarrow$ $\begin{matrix} \text{گذرینه ۳} \\ \uparrow \\ \text{ریشه ۲} \\ \text{دایره ۱} \end{matrix}$
$t = -4$	$\xrightarrow{\text{بدگفت}}$	$x^2 - x = -4$	$x^2 - x + 4 = 0$	$\Delta < 0$		

ب) اگر در سوال بالا می‌گفت دارای چند ریشه مثبت است کدام گذرینه درست می‌شود؟  $\rightarrow$  گذرینه ۴

## معادله کسری

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$$

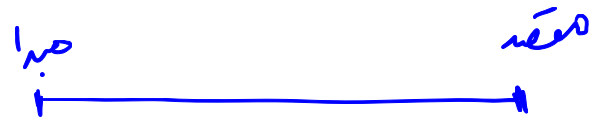
برای حل مخرج‌ها را حذف کن، جواب رو بیاب. جوابهاش رو هیچ چیزی را صفر غن کته قبول اند.

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t}$$

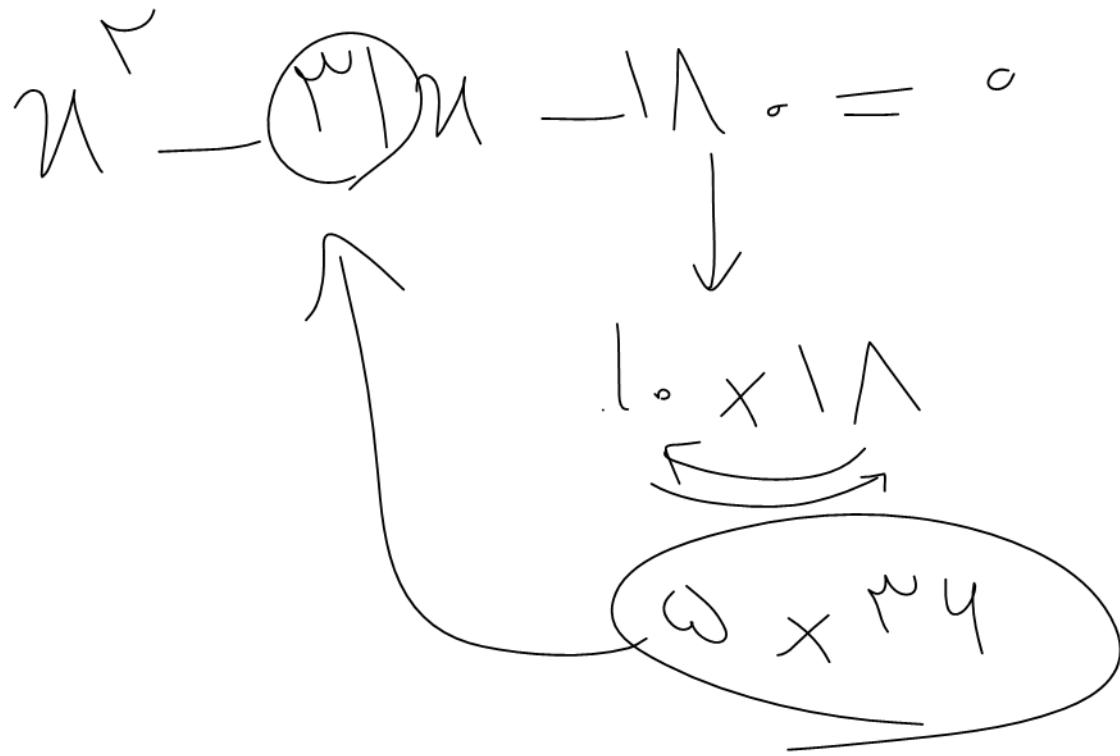
تیب ۱: انجام کار تقاضی و باهم

$$t_1 = \frac{x}{v_1}$$

$$t_2 = \frac{x}{v_2}$$



تیب ۲: زمان رفت و برگشت یک مسیر  
 $x$  = مسافت       $v$  = سرعت       $t$  = زمان  
 واحد وقت کن



$$1_0 \times 1 \Lambda$$

$$\textcircled{1_0} \times \textcircled{1 \Lambda} = \underline{\omega(\mu_4)} = \underline{1_0 \times 7}$$

۱۲) بهروز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند. اگر هر دو با هم کار کنند، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود. بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد؟  
 سراسری - ۱۳۹۸

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_{\text{مد}}}$$

① ۳۲      ② ۳۳      ③ ۳۵

عینج حذف      کسری

$$\begin{cases} t = 36 \\ t + 9 = 45 \end{cases}$$

$$\left( \frac{1}{t} + \frac{1}{t+9} = \frac{1}{20} \right) t(t+9)(20)$$

$$180 + 2t + 2t = t^2 + 9t$$

$$t^2 - 4t - 180 = 0 \quad (t - 36)(t + 5) = 0$$

$$\begin{cases} t = 36 \\ t = -5 \end{cases}$$

سرعت باد، آب

مسافت =  $x$       سرعت =  $v$       زمان =  $t$

۲. تکلیف در کلاس

$$t = \frac{x}{v}$$

\* اختلاف زمان رفت و برگشت =  $t$  است:

$$\frac{x}{v_1} - \frac{x}{v_2} = t \rightarrow \frac{x}{v_1} - \frac{x}{v_2} = t$$

(صحیح) ↓  
مدت زمان رفت و برگشت =  $t$  است:

$$\frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} = t \rightarrow \frac{x}{v_1} + \frac{x}{v_2} = t$$

ن

سرعت ۵ کیلومتر در ساعت یعنی ← واحد مسافت ... واحد زمان

$$\begin{cases} \xrightarrow{\text{قائمه}} \\ v + v_0 = \\ v - v_0 = \end{cases}$$

در جهت بار، آب  
در خلاف بار، آب

$$t_{\text{مواجهه}} = \frac{\lambda}{v + v_0}$$

$$t_{\text{عکس}} = \frac{\lambda}{v - v_0}$$





۱۳ پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟  
 خارج از کشور - ۱۳۹۸

- ۱۲ (۱)
- ۱۲٫۵ (۲)
- ۱۳٫۵ (۳)
- ۱۵ (۴)

$$\frac{1}{v-5} + \frac{1}{v+5} = \frac{2}{v}$$

$$(v-5)(v+5)(2)$$

$$\frac{9}{60} = \frac{3}{20}$$

$$2 \cdot v + 1 \dots + 2 \cdot v - 1 \dots = 2(v-5)(v+5) \rightarrow 3v^2 - 4v - 75 = 0$$

$$v = 15$$

$$v = -\frac{5}{3}$$

$$v^2 - 4v - 75 = 0$$

$$(v-45)(v+5) = 0$$

$$\begin{cases} v = 45 \\ v = -5 \end{cases}$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$x^2 + x - 3 = 0$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\sqrt{13}}{2} \\ x = \frac{\sqrt{13}}{2} \end{cases}$$



جواب  
a

(۱۵) سرعت یک قایق موتوری، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است. این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است. اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است. سرعت آب رودخانه، چند متر در دقیقه است؟  
سراسری - ۱۳۹۸

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

$$\frac{1200}{100-v} - \frac{1200}{100+v} = 5 \xrightarrow{\div 5} \frac{240}{100-v} - \frac{240}{100+v} = 1 \xrightarrow{\times (100-v)(100+v)}$$

$$240(100+v) - 240(100-v) = (100-v)(100+v)$$

$$24000 + 240v - 24000 + 240v = 10000 - v^2 \rightarrow v + 480v - 10000 = 0$$

$$(v + 480)(v - 20) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} v = -480 \rightarrow \text{غلط زیرا سرعت منفی} \\ v = 20 \rightarrow \text{درست} \end{array} \right.$$

سرعت آب رودخانه  
۲۰ متر در دقیقه  
است.

## معادله رادیکالی

روش کلی: رادیکال تَنها کن / توان ۲ برسون / طرفین ب  
 جوابها باید ۲ طرف تساوی را برابر کنند  
 جوابها را چک کن □ = □

→ ۵

تَنها / توان / چک

خارج از کشور - ۱۳۹۸

(۱۶) اگر  $2a + \sqrt{3a + 16} = 1$  باشد، عدد  $4a + 9$  کدام است؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

$$\Rightarrow \text{داریم} \Rightarrow \sqrt{3a+16} = 1-2a$$

$$\Rightarrow \text{توان} \Rightarrow 3a+16 = 1 + \varepsilon a^2 - \varepsilon a \rightarrow \varepsilon a^2 - \varepsilon a - 15 = 0 \quad \begin{cases} a=3 \\ a=-5/\varepsilon \end{cases}$$

چک سازی

$$\left\{ \begin{array}{l} a=3 \rightarrow 4 + \sqrt{25} = 9 \neq 1 \text{ غلط} \\ a=-5/\varepsilon \rightarrow \frac{-10}{\varepsilon} + \sqrt{\dots} = 1 \text{ درست} \rightarrow \varepsilon a + 9 = -5 + 9 = 4 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{l} \text{ریشه } a \\ \varepsilon a^2 - \varepsilon a - 15 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} a^2 - \varepsilon a - 15 = 0 \\ (a-12)(a+5) = 0 \end{array} \quad \begin{cases} a=12 \\ a=-5 \end{cases}$$

سراسری - ۱۳۹۸

(۱۷) اگر  $3a + \sqrt{2a^2 + 4a} = 2$  باشد، عدد  $\frac{a+1}{a}$  کدام است؟

۴,۵ (۴)

۳,۵ (۳)

۲,۵ (۲)

۱,۵ (۱)

رایجاً:  $\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a$

توان:  $2a^2 + 4a = 4 - 6a + 9a^2 - 12a \rightarrow \sqrt{a^2 - 14a + 4} = 0 \rightarrow \begin{cases} a=2 \\ a=2/11 \end{cases}$

چک کردن:  $a=2 \rightarrow 4 + \sqrt{4} = 4 + 2 = 6 \neq 2$  غلط  
 $a=2/11 \rightarrow \frac{4}{11} + \sqrt{\frac{4}{11}} = 2$  درست  $\rightarrow \frac{a+1}{a} = \frac{\frac{2}{11}+1}{\frac{2}{11}} = \frac{13}{2} = 6,5$

روش  $a$ :  $\sqrt{a^2 - 14a + 4} = 0 \rightarrow a^2 - 14a + 4 = 0 \rightarrow (a-14)(a-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} a=14 \\ a=2 \end{cases}$

$$\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{m}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{b} + \sqrt{m}$$

توان ۲

ل رارِفِا دِ سَا ← توان ۲

$$A \text{ درون مثبت } |A|$$

$$-A \text{ درون منفی } |A|$$

هر صفت کاربرد تابع

حذف قدر مطلق

حل ← تعیین علامت کن یا درون مثبت است یا درون منفی است.

① حاصل  $\sqrt{A^2} = |A|$  کدام است؟

② اگر علامت  $|A|$  را حذف کنی باید بازه بندی کنی (۲ ضابطه ای)

$$|2x - 6| = \begin{cases} 2x - 6 & x \geq 3 \\ -2x + 6 & x < 3 \end{cases}$$

مثلاً



معادلات قدر مطلق

در نکات زیر  $\square$ ,  $\Delta$  هر عبارتی می توانند باشند و  $a$  حتماً باید  
عدد باشد و مثبت هم باشد.

$$\begin{aligned}
 |\square| = a &\longrightarrow \square = \pm a && \text{مثال} \quad |2x-1| = 5 \longrightarrow 2x-1 = \pm 5 \\
 |\square| = |\Delta| &\longrightarrow \square = \pm \Delta && \text{مثال} \quad |2x-1| = |x+1| \longrightarrow (2x-1) = \pm (x+1) \\
 |\square| = \Delta &\longrightarrow \square = \pm \Delta && \text{جوابها را ضمیمه کنید.} \\
 |\square| = \square &\longrightarrow \square \geq 0 && \text{مثال} \quad |x^2-1| = x^2-1 \longrightarrow x^2-1 \geq 0 \\
 |\square| = -\square &\longrightarrow \square \leq 0 && \text{مثال} \quad |x^2+0x-4| = 4-x^2-0x \longrightarrow x^2+0x-4 \leq 0 \\
 |a| + |b| = |a+b| &\longrightarrow ab \geq 0.
 \end{aligned}$$

مطالعه کن

نا معارلات قدر مطلق

$$|\square| < a \rightarrow -a < \square < a$$

$$|2x-1| < 3 \rightarrow -3 < 2x-1 < 3$$

$$|\square| > a \rightarrow \square > a \quad \vee \quad \square < -a$$

$$|\frac{1}{x}-1| > 2 \rightarrow \frac{1}{x}-1 > 2 \quad \vee \quad \frac{1}{x}-1 < -2$$

$$|ax+b| > |cx+d| \xrightarrow{\text{توان } >} (ax+b)^2 > (cx+d)^2$$

$$|2x-1| < |x+3| \xrightarrow{\text{توان}} (2x-1)^2 < (x+3)^2$$

$$\sqrt{A^2} = |A|$$

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2} - 2} - \sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2} + 2}$$

اگر  $-1 < a < 0$  حاصل  
منزه کردن

$$\sqrt{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{\left(a + \frac{1}{a}\right)^2}$$

کدام است؟  $\frac{2}{a}$   $2a$   $-2a$   $-\frac{2}{a}$

$$\left|a - \frac{1}{a}\right| - \left|a + \frac{1}{a}\right| = \left(a - \frac{1}{a}\right) - \left(-a - \frac{1}{a}\right) = 2a$$

منفی

نکے: اگر در معادلات، با معادلات قدر معلوم **نکے نواستے باسو**

$-\infty$  — ریتے قدر معلوم  $+$   $\infty$

حل حل



صواب رہائی

✓ بازہ بندی

✓ ریتے قدر معلوم

\*

\*



(۱۹) جواب نامعادله معادله  $|x - 1| \leq 2x + 1$  کدام است؟ *چندم بارزه بندی کنم*

$x \geq 0$

$x \geq 1$

$x \leq 1$

$x \geq -1$



$-x + 1 \leq 2x + 1$

$x - 1 \leq 2x + 1$

$x \leq 0$

$x \leq 0$

$x \geq -2$  ✓

$\Rightarrow$  جواب =  $[0, \infty)$

۲، ۲- است

۱، ۱- است

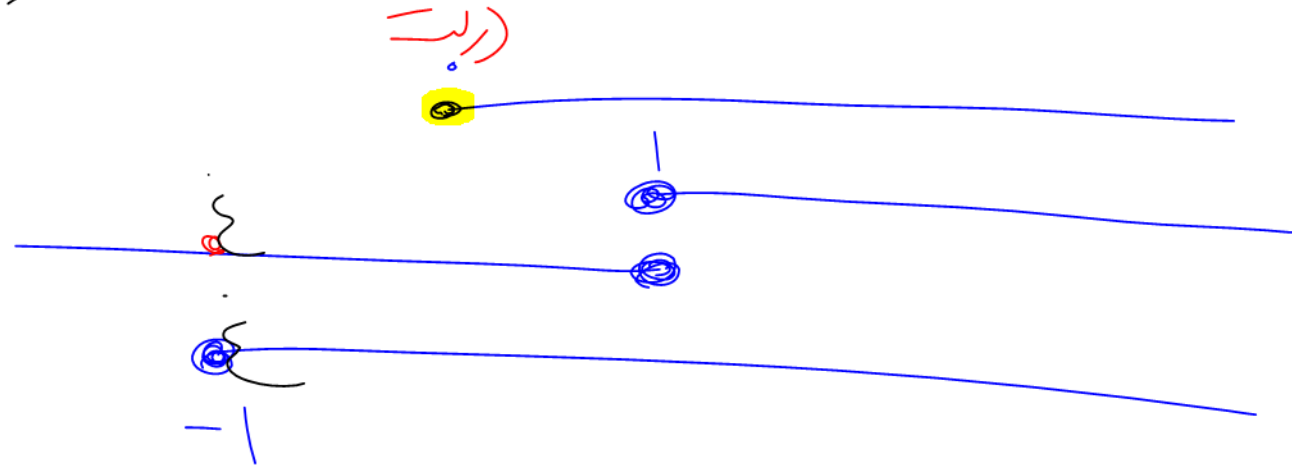
$$|n-1| \leq n+1$$

~~$n > -1$~~

~~$n \leq 1$~~

$n \geq 1$

$n \geq 0$



$n = -1 \xrightarrow{\text{که}} 1 \leq -1$

$n = 0 \xrightarrow{\text{که}} 1 \leq 1$

۲) مجموع جواب‌های معادله  $|2x - 1| + |x + 2| = 3$ ، کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۹۸



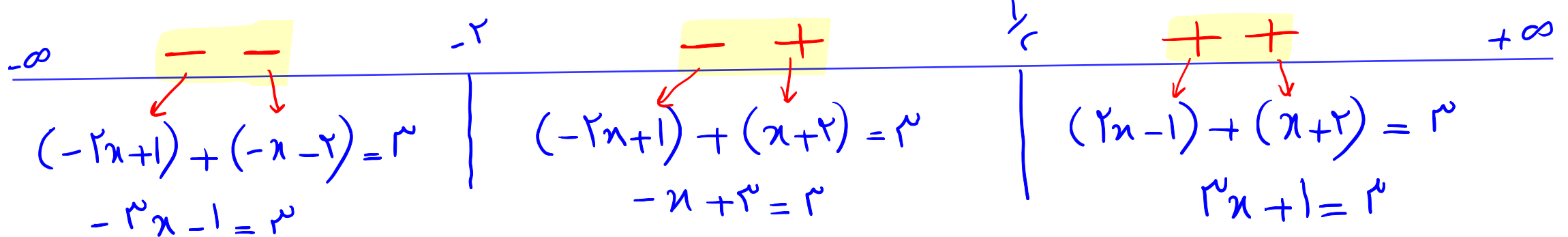
۴ | ۳

۳ | ۱

۲ | ۳

۱ | ۳

حل: چون سوال ۳ جمله‌ای است، نکته‌ای در بخش معادلات ندارد بنا بر این با بازه بندی حل می‌کنیم.



$$(-2x+1) + (-x-2) = 3$$

$$-3x - 1 = 3$$

$$(-2x+1) + (x+2) = 3$$

$$-x + 3 = 3$$

$$(2x-1) + (x+2) = 3$$

$$3x + 1 = 3$$

$$x = -\frac{4}{3}$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{2}{3}$$

نیت  
غلطه زیرا در بازه  $(-\infty, -2)$

درون بازه  $(-\frac{1}{2}, -2)$  است و قبول.

درون بازه  $(\frac{1}{2}, \infty)$  است و قبول.

$$\Rightarrow \left[ \frac{2}{3} \right] = 0 + \frac{2}{3} = \text{مجموع جوابها}$$

(۲۱) مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$  به صورت کدام بازه است؟ (تجربی ۹۵)

هر نامعادله باید جداگانه حل شوند تا جواب نهایی بدست آید.

روش ۱:  $\frac{2-x}{2x-3} > 1$  یا  $\frac{2-x}{2x-3} < -1$

روش ۲:  $\frac{|2-x|}{|2x-3|} > 1 \xrightarrow{\times |2x-3|} |2-x| > |2x-3|$  طیف به توان دو رسانده و قدر مطلق حذف می‌شود.

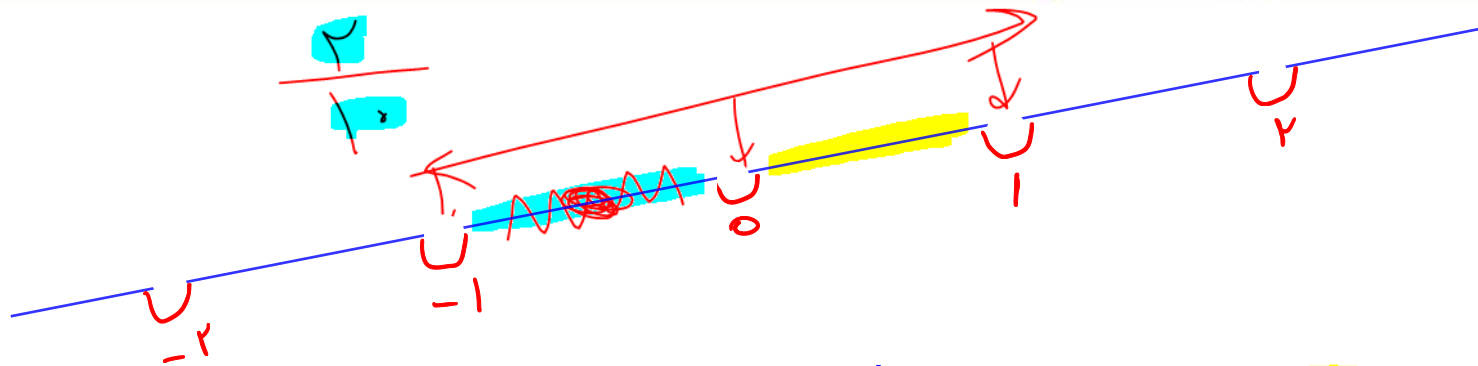
$$(2-x)^2 > (2x-3)^2 \rightarrow 4+x^2-4x > 4x^2+9-12x \rightarrow 3x^2-8x+5 < 0$$

جواب بدست آمد  $(1, \frac{5}{3})$  است که حتماً باید ریشه مربع را  $\frac{3}{2}$  که  $x = \frac{3}{2}$  است از جواب حذف کنیم.

جواب =  $(1, \frac{5}{3}) - \{ \frac{3}{2} \}$



حذف جز صحیح



① اگر  $0 < a < 1$  باشد  $[a^n] = 0$  ← مثال  $[a^2] = 0$   $[a^3] = 0$   $[a^4] = 0$   $[a^5] = 0$

② اگر  $-1 < a < 0$  باشد  $[a^n] = -1$   $[a^{زوج}] = 0$   $[a^{فرد}] = -1$

$[(-\frac{1}{2})^3] = -1$   $[(-\frac{1}{2})^4] = 0$   $[\frac{17}{19}] = 0$

③ اگر  $a$  عدد  $a$  رادائی باشد باقیمانده و تعداد  $[a]$  را تعیین کار کن

$[\sqrt{2}] = 1$   
 $[\sin x] = -1, 0, 1$   
 $1 \leq x \leq 3 \rightarrow [x] = 1, 2, 3$

الف)  $\left[ \left( \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \right)^{1394} \right] + \left[ \left( \frac{-1}{2} \right)^3 \right]$

بین ۰ و ۱  
بین ۰ و -۱

۰  
-۱

(۲۲) حاصل عبارت روبرو کدام است؟  
۲    ۱    -۱    ۰

$[a^n] = 0 \leftarrow \begin{cases} 0 < a < 1 & \text{اگر } ① \\ -1 < a < 0 & \text{اگر } ② \end{cases}$

$[a^n] = 0$  ،  $[a^n] = -1 \leftarrow$

نکته:

۲۴ - اگر  $x^2 + x < 0$  حاصل  $[x] + [x^2] + [x^3] + \dots + [x^{100}]$  کدام

است؟ ۵۰ -۵۰ -۱۰۰ ۰

ابتدا نامعادله را حل کرده، حدود  $x$  را یافتیم، سپس فزایع را تعیین کردیم

$$x^2 + x < 0 \quad \frac{-1 \quad 0}{+ \quad | \quad - \quad | \quad +} \quad \rightarrow \quad -1 < x < 0$$

$[x^{99}] = -1$   
 $[x^{100}] = 0$

$$\Rightarrow [x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] + \dots + [x^{99}] + [x^{100}] = 50 \cdot (-1) = -50$$

$\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$     $\downarrow$   
 $-1$     $0$     $-1$     $0$     $-1$     $0$

مقادیر لاک جزوی: ← در شکات زیر  $k$  عدد رند (صحیح) است.

$$[n] = k \xrightarrow{\text{صحت}} k < n < k+1$$

$$[n] \geq k \longrightarrow n \geq k$$

$$[n] \leq k \longrightarrow n < k+1$$

$$[2n] = 5 \longrightarrow 5 < 2n < 6$$

۲۴- اگر  $[2x - 1] = 0$  ، حاصل  $|x| + |x - 2|$  کددام است؟

حذف:  $0 < x - 1 < 1$

$$1 < x < 2$$

بازه  $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$  بازه  $\frac{1}{2} \leq x < 1$

$$\cancel{(x)} + (\cancel{-x} + 2) = 2$$

بازه بده  
۱ ۲ ۳ ۴  
قدر: تقریب علامت  
خ: تقریب عدد

$$1 \ 0 - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \textcircled{1 \ \omega}$$

نکات = ABC خبری صحیح

A

$$\begin{aligned} 0 &< x - [x] < 1 \\ -1 &< [x] - x \leq 0 \end{aligned}$$

$$0 < \Delta - [ \Delta ] < 1$$

B

$$[x] + [-x] = \begin{cases} 0 & \text{if } x \in \mathbb{Z} \\ -1 & \text{if } x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} [ ] + [ - ] &= 0 \text{ or } -1 \\ [ \cos ] + [ -\cos ] &= 0 \text{ or } -1 \\ [ \sin ] + [ -\sin ] &= 0 \text{ or } -1 \end{aligned}$$

C

$$[x+k] = [x] + k$$

$$[a + [b]] = [a] + [b]$$

$$[x - 1] = [x] - 1$$

$$[x + r[x]] = [x] + r[x] = r[x]$$

دست



(۲۵) اگر  $f(x) = 2x - [2x]$  و  $g(x) = \frac{-x^2 + 4x}{-1 + 4}$  باشند، بُرد تابع  $g \circ f$  کدام است؟ [ ]، نماد جزء صحیح است)

سراسری - ۱۳۹۹

(۴)  $[1, 4)$

(۳)  $[0, 4)$

(۲)  $[0, 3)$

(۱)  $[0, 2)$

$$0 \leq f < 1$$

براشتر  
 $g \circ f = g(f)$   
 قان  
 $g(1.5) = 0.5, 1.5$   
 $0.5, 1.5$

$0 < f < 1$   
 $g(0) = 0$   
 $g(1) = 3$

$g \circ f = [0, 3)$

(۲۶) اگر  $f(x) = [x] - x$  و  $g(x) = \frac{1-2x}{x+1}$  باشند، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟  $[ ]$ ، نماد جزء

خارج از کشور - ۱۳۹۹

صحیح است.  $-1 < f \leq 0$

(۴)  $(-\infty, 1]$

(۳)  $[1, +\infty)$

(۲)  $(-1, 1]$

(۱)  $[-1, 1]$

$$-1 < [n] - n \leq 0 \xrightarrow{\text{نکته } A} g \circ f = g(f(n)) = g(-1 < f \leq 0)$$

چون  $-1 < f \leq 0$  است بنابراین حداقل حد اکثر  $f$  را راضل و لذت و حد در  $f$  و یا همان برد  $f$  و بدست می آید.

$$-1 < f \leq 0 \Rightarrow \begin{aligned} g(f(n)) &= g(-1) = \frac{3}{0} = \infty \text{ (باز)} \\ g(f(n)) &= g(0) = \frac{1}{1} = 1 \text{ (پایه)} \end{aligned} \Rightarrow 1 \leq g \circ f < \infty$$

$[1, \infty)$



حاصل  $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ x + 2 & x < 0 \end{cases}$  ،  $f(x) = [x] + [-x]$  اگر (۲۷)

$x^2 + 1$  (۴)     $[x] + 2$  (۳)    ۱ (۲)    -۱ (۱)     $g \circ f(x)$  کدام است؟

نکته  $\rightarrow [n] + [-n] = 0$  یا  $-1 \rightarrow g \circ f = g(f(n))$

$f(n) = 0 \rightarrow g(f(n)) = g(0) = 1$  در حالت جدا به  $\rightarrow g \circ f(n) = 1$

$f(n) = -1 \rightarrow g(f(n)) = g(-1) = 1$

تذکر: وقت کنید  $[n] + [-n]$  بصورت بازه نیت، فقط ۲ مقدار ۰ یا ۱ - را می گیرید.

وقتسه عاشق ریاضی بشی !!!




استاد مهدی شاکریان

 Riazi\_Jazb


 Mehdi\_Shakeryan

 Shakeryan.com

پستیانی:

 051 - 38117

 @Sebghat\_Support

 09014253050

 RotbesaziShakerian.apk

راه های ارتباطی  
با استاد شاکریان

تمام آدرس ها لینک دار هستند  
(لمس کنید)

اپلیکیشن اندروید  
رتبه سازی شاکریان

