www.konkur.in

آزمون «۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۲»

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۴۵ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۱۰ سؤال

	نام درس	تعداد سؤال	شمارهٔ سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	حسابان دوازدهم	۲۰	۱-۲۰	۳۰'
اجباری	هندسه دوازدهم	۱۵	۲۱-۳۵	۲۰'
اجباری	ریاضیات گسسته دوازدهم	۱۵	۳۶-۵۰	۲۰'
اجباری	فیزیک دوازدهم	۳۰	۵۱-۸۰	۴۵'
اجباری	شیمی دوازدهم	۳۰	۸۱-۱۱۰	۳۰'
	جمع کل	۱۱۰	۱-۱۱۰	۱۴۵'

پدیدآورندگان

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام‌پور-عادل حسینی-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-احمدرضا فلاح
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست‌پیمان-معصومه شریعت‌ناصری-سعید طاهری‌بروجنی پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-شادمان ویسی
	شیمی	علی افخمی‌نیا-امیرحسین بختیاری-جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-علی جدی-احمدرضا جشانی‌پور-کامران جعفری-امیر حاتمیان پیمان خواجوی‌مجد-حسن رحمتی‌کوکنده-محمدرضا زهره‌وند-رضا سلیمانی-امیرحسین طیبی‌سودکلایی-محمد عظیمیان‌زواره مهدی محمدی-امیرحسین مسلمی-محمد نکو-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیر حاتمیان محبوبه بیک‌محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح الله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

حسابان ۲: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۱- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $p(x)=x^۳+ax-۱$ بر $x-۲$ برابر ۱- است. مقدار a کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۴-

۳) ۱۱ ۴) ۱-

۲- به ازای چند مقدار صحیح x، نامساوی $(\frac{۱}{۲})^{۲x} < ۲^{۳-x^۲}$ برقرار است؟

۱) صفر ۲) ۲

۳) ۳ ۴) بی‌شمار

۳- مقدار مشتق تابع $f(x)=(۲x-\sqrt{\frac{۲x}{x+۱}})^۲$ در $x=۱$ کدام است؟

۱) ۳/۵ ۲) ۴

۳) ۷ ۴) ۸

۴- تابع $f(x)=x^۴+۴x^۳+mx^۲$ نقطهٔ عطف ندارد. حداقل مقدار صحیح m کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۵

۳) ۶ ۴) ۷

۵- تابع $f(x)=\begin{cases}\frac{x}{۱-x} & ; \quad x<۰\\ x^۳-x^۲+x & ; \quad x\geq ۰\end{cases}$ چند نقطهٔ عطف دارد؟

۱) ۳ ۲) ۲

۳) ۱ ۴) صفر

۶- از بین مثلث‌های متساوی‌الساقینی که محیط ثابت ۱۲ دارند، مقدار مساحت مثلثی که بیشترین مساحت را دارد، کدام است؟

۱) $۸\sqrt{۳}$ ۲) ۲۴

۳) ۱۲ ۴) $۴\sqrt{۳}$

۷- فرض کنید $f(x)=\frac{|۲x-۳|-mx}{|mx|-x+۱}$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=۱$. حاصل $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۵}$

۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۷}$

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۸- اگر f و g توابعی مشتق‌پذیر در $x=۱$ باشند، به‌طوری که $\lim_{h\to ۰}\frac{۲-f(۱+h)}{h}=۳$ و $\lim_{h\to ۰}\frac{h}{g(۱+h)-۳}=۲$ باشد، مقدار $(\frac{f}{g})'(۱)$ کدام است؟

۱) $\frac{۸}{۹}$

۲) $-\frac{۱۰}{۹}$

۳) $-\frac{۸}{۹}$

۴) $\frac{۱۰}{۹}$

۹- تابع $f(x)=a\sin x+b\cos x$ مفروض است. اگر $f''(۵)=f'(۵)=۴$ باشد، حاصل $a^۲+b^۲$ کدام است؟

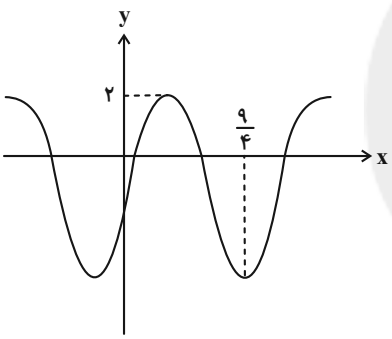
۱) ۱۸

۲) ۲۰

۳) ۱۵

۴) ۲۵

۱۰- بخشی از نمودار تابع $f(x)=a\sin b\pi x-۱$ در شکل زیر رسم شده است. حاصل ab کدام است؟



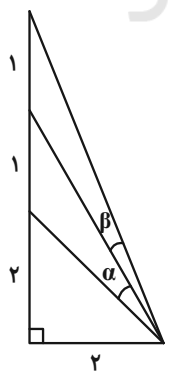
۱) ۲

۲) ۳

۳) $\frac{۳}{۲}$

۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۱- با توجه به شکل زیر و اندازه‌های مشخص شده، مقدار $\tan(\alpha-\beta)$ کدام است؟



۱) $\frac{۱}{۱۳}$

۲) $\frac{۱}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۸}$

۴) $\frac{۳}{۴۱}$

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۲- به ازای چند مقدار صحیح m معادلهٔ $\cos 2x + m\sin x = 2m - 7$ جواب دارد؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۴ ۴) ۵

۱۳- اگر $x = -8$ طول ماکزیمم نسبی نمودار تابع $f(x) = (x+a)\sqrt[3]{x^2}$ باشد، مجموع مقادیر اکسترمم نسبی تابع کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۰

۳) ۴۸ ۴) ۲۰

۱۴- تابع $f(x) = |x^2 - 1| - 2|x - 1| - 2|x + 1|$ در چند نقطه مشتق‌پذیر نیست؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

۱۵- اگر $f(x) = \begin{cases} 4 & ; \quad x = 2 \\ x^2 + 2 & ; \quad x \neq 2 \end{cases}$ و $g(x) = (x-2)^2 f(x)$ باشد، مقدار $g''(2)$ کدام است؟

۱) ۱۲ ۲) ۸

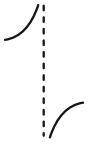
۳) ۶ ۴) وجود ندارد.

۱۶- اگر $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}$ و $g(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{(x-1)^2}$ نمودار تابع $f - g$ در اطراف $x = 1$ چگونه است؟

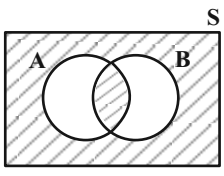
۱)

۲)

۳)

۴) 

۱۷- تابع $f(x) = x^2(x-2)^2$ در فاصلهٔ $[-1, 3]$ تعریف شده است. اگر S مجموعه نقاط بحرانی، A مجموعهٔ نقاط اکسترمم مطلق و B مجموعهٔ نقاط اکسترمم نسبی باشد، مجموعهٔ هاشورخورده چند عضو دارد؟



۱) ۴

۲) ۳

۳) ۲

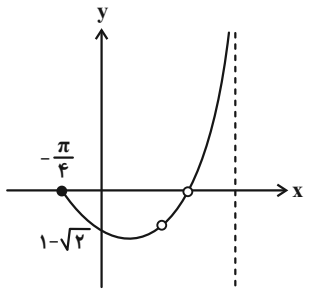
۴) ۱

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۸- بخشی از نمودار تابع $y=\frac{a+b\cos x}{c+\tan x}$ به صورت زیر است. مقدار b کدام است؟



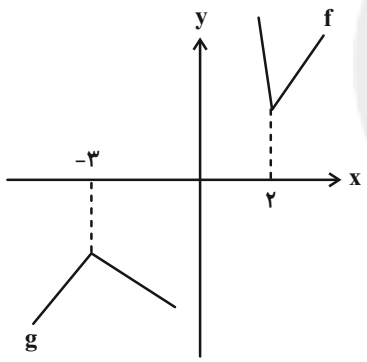
۱) ۲-

۲) $-\sqrt{2}$

۳) ۲

۴) $\sqrt{2}$

۱۹- در شکل زیر نمودارهای دو تابع f و g رسم شده‌اند که از نیم‌خط‌هایی با شیب‌های ۱-، ۲ و ۴- تشکیل شده‌اند. برای رسم نمودار تابع g، نمودار تابع f را ابتدا نسبت به مبدأ مختصات قرینه کرده‌ایم، سپس طول نقاط آن را m برابر کرده و با n واحد جمع کرده‌ایم. در این صورت حاصل $m+n$ کدام است؟



۱) ۹-

۲) $-\frac{۱}{۲}$

۳) ۵

۴) $\frac{۳}{۲}$

۲۰- اگر m عددی طبیعی باشد و تابع $f(x)=\sin(\frac{\pi x}{m})\sqrt[۳]{x-۲}$ در نقطهٔ $x=۲$ ماکزیمم نسبی داشته باشد، مقدار $f(m+۱)$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۱-

۳) $\frac{۱}{۲}$

۴) صفر

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

هندسه ۳ : کل کتاب — وقت پیشنهادی: **۲۰ دقیقه**

۲۱- ماتریس $A=[a_{ij}]_{۲\times ۲}$ که در آن $a_{ij}=\begin{cases} i-j & ; \ i\neq j \\ i+j & ; \ i=j \end{cases}$ و ماتریس قطری B طوری مفروض‌اند که مجموع درایه‌های ماتریس $A^۲B$ برابر ۶ است. مجموع درایه‌های ماتریس B برابر کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۲۲- اگر A یک ماتریس مربعی و $A^۳+A^۲+A+I=\bar{O}$ باشد، حاصل $A^{۴!}+A^{۵!}+\ldots+A^{۱۴۰۲!}$ کدام است؟

۱) $۶۹۹A+۷۰۰I$ ۲) $۱۳۹۹A$ ۳) $A+۱۳۹۸I$ ۴) $۱۳۹۹I$

۲۳- اگر A ماتریسی مربعی از مرتبهٔ ۳ باشد به‌طوری که $A^۲=A$، حاصل دترمینان $A^۲(A+I)^۴$ کدام است؟ (I ماتریس همانی است.)

۱) $۲^۴|A|$ ۲) $۲^۸|A|$ ۳) $۲^{۱۲}|A|$ ۴) $۲^{۱۵}|A|$

۲۴- اگر A ماتریسی اسکالر از مرتبهٔ ۳ و $|A+۲I|=|A|+۲۶$ باشد، مجموع مقادیر $|A|$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) -۲ ۳) -۹ ۴) -۲۶

۲۵- به ازای چند عدد صحیح a دو دایره $x^۲+y^۲+۲x-۶y+۹=۰$ و $x^۲+y^۲-۴x+۲y+a=۰$ متقاطع‌اند؟

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۱

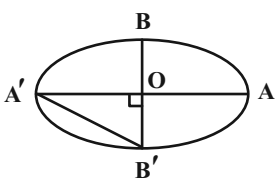
۲۶- نقاط $F(۱,۲)$ و $F'(۱,-۳)$ کانون‌های یک بیضی هستند که نقطهٔ $M(۳,۱)$ روی این بیضی قرار دارد. طول قطر کوچک این بیضی کدام است؟

۱) $\sqrt{۵}$ ۲) $\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$ ۳) $۲\sqrt{۵}$ ۴) $۳\sqrt{۵}$

۲۷- در یک بیضی فاصلهٔ مرکز از یک کانون، ۴ برابر فاصلهٔ آن کانون از نزدیک‌ترین رأس بیضی است. اگر M نقطه‌ای دلخواه روی بیضی و حداکثر مساحت مثلث MFF' برابر ۴۸ باشد، طول قطر کوچک بیضی کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۲۸- در بیضی زیر اگر طول پاره‌خط $A'B'$ برابر با فاصلهٔ A' از دورترین کانون باشد، خروج از مرکز بیضی کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۲۹- مرکز دایره‌هایی که از نقطهٔ $(۳,-۱)$ می‌گذرند و بر خط $۲x+۸=۰$ مماس‌اند، روی منحنی S قرار گرفته است. این منحنی محور عرض‌ها را در دو نقطه قطع می‌کند. فاصلهٔ این دو نقطه از یکدیگر کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) $۲\sqrt{۱۵}$ ۴) $۴\sqrt{۳}$

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۳۰- چند نقطه روی سهمی $x^2+2x+4y+9=0$ وجود دارد که از کانون آن و نقطهٔ $A(3,5)$ به یک فاصله باشند؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) بی‌شمار

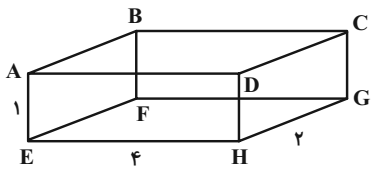
۳۱- به ازای کدام مقادیر a، نقطهٔ $A=(a,1-a,2a-7)$ در ناحیهٔ شمارهٔ ۸ دستگاه مختصات R^3 واقع است؟

۱) $0<a<\frac{7}{2}$
۲) $a>\frac{7}{2}$
۳) $1<a<\frac{7}{2}$
۴) $a<1$

۳۲- اگر $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{c}$ بردارهایی به ترتیب به طول‌های ۲، ۴ و ۱ باشند که دوبه‌دو با یکدیگر زاویهٔ 60° می‌سازند، آن‌گاه اندازهٔ بردار $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ کدام است؟

۱) $2\sqrt{7}$
۲) $\sqrt{35}$
۳) $\sqrt{42}$
۴) ۷

۳۳- در مکعب مستطیل زیر از A به وسط هر کدام از یال‌های EH و FG یک خط رسم می‌کنیم. کسینوس زاویهٔ بین این دو خط کدام است؟



۱) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

۳۴- بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ به‌ترتیب به طول‌های ۳ و ۲ مفروض‌اند. اگر مساحت مثلث ایجاد شده توسط این دو بردار برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ و زاویهٔ بین این دو بردار کمتر از 90° باشد، کسینوس زاویهٔ بین دو بردار $\vec{a}$ و $3\vec{a}-2\vec{b}$ کدام است؟

۱) $\frac{7}{\sqrt{61}}$
۲) $\frac{3}{7}$
۳) $\frac{\sqrt{61}}{11}$
۴) $\frac{3}{8}$

۳۵- اگر $|\vec{b}|=6$ و $|\vec{a}|=2$ و اندازهٔ تصویر قائم بردار $\vec{b}$ روی بردار $\vec{a}$ برابر ۱/۵ باشد، حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{b}$ بنا می‌شود، کدام است؟

۱) ۱۶۹
۲) ۲۴۳
۳) ۲۵۶
۴) ۳۲۴

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته: کل کتاب — وقت پیشنهادی: **۲۰ دقیقه**

۳۶- در تقسیم تعدادی عدد دو رقمی بر عدد طبیعی b، خارج قسمت ۸ و باقی‌مانده حداکثر مقدار ممکن شده است. چند مقدار برای b وجود دارد؟

۱) ۸ ۲) ۹

۳) ۱۰ ۴) ۱۱

۳۷- بزرگ‌ترین عدد طبیعی دو رقمی n که عدد $۱۲^n + ۱۵$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد، کدام است؟

۱) ۹۶ ۲) ۹۷

۳) ۹۸ ۴) ۹۹

۳۸- اگر دوازدهم اردیبهشت ماه یک سال، روز یکشنبه باشد، آخرین چهارشنبه شهریور ماه آن سال چندمین روز این ماه است؟

۱) بیست و نهم ۲) سی‌ام

۳) بیست و هشتم ۴) سی و یکم

۳۹- یک گراف ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶، حداکثر چند دور به طول فرد دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴

۳) ۶ ۴) ۸

۴۰- مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس گراف G دارای ۴ عضو است. اگر تعداد یال‌های گراف $\bar{G}$، ۳۰ واحد بیشتر از تعداد یال‌های گراف G باشد، درجهٔ هر رأس گراف $\bar{G}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۷

۳) ۸ ۴) ۹

۴۱- در گراف G از مرتبهٔ ۹، $\gamma(G) = ۱$ است و این گراف فقط ۲ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم دارد. اختلاف بین حداقل و حداکثر تعداد یال‌های ممکن برای این گراف کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۷

۳) ۱۸ ۴) ۱۹

۴۲- در گراف G از مرتبهٔ ۸، $\gamma(G) = ۲$ است. مجموع حداقل و حداکثر اندازهٔ این گراف کدام است؟

۱) ۱۵ ۲) ۱۸

۳) ۲۷ ۴) ۳۰

۴۳- با ۶ حرف x و ۷ حرف y چند کلمهٔ ۱۳ حرفی می‌توان ساخت به طوری‌که از چپ و راست یکسان خوانده شود؟

۱) ۲۰ ۲) ۳۰

۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۴۴- تعداد جواب‌های طبیعی معادله $a^۲ + ab + ac = ۱۵$ کدام است؟

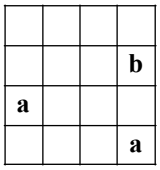
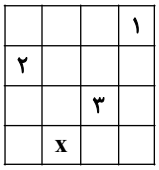
۱) ۱۳ ۲) ۱۴

۳) ۱۵ ۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

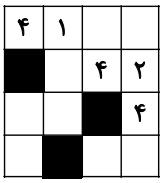
forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۵- اگر مربع لاتین  با اعمال جایگشتی از مربع لاتین  به دست آمده باشد، x کدام است؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۴۶- اگر جدول زیر یک مربع لاتین باشد، آن‌گاه حاصل جمع اعداد در خانه‌های رنگی چقدر است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۷

۴۷- ۳ مهره به رنگ‌های مختلف را به چند حالت می‌توان در ۵ جعبه متمایز گذاشت به طوری‌که در هر جعبه حداکثر یک مهره باشد و جعبهٔ اول خالی نباشد؟

۱) ۳۶
۲) ۲۴
۳) ۱۸
۴) ۱۲

۴۸- ۵ کبوتر به چند طریق می‌توانند در ۳ لانه بنشینند به طوری‌که تعداد کبوترهای هیچ لانه‌ای برابر با ۱ نباشد؟ (کبوترها را یکسان درنظر بگیرید.)

۱) ۱۵
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۸

۴۹- در جعبه‌ای ۵۰ کارت با شماره‌های ۱ تا ۵۰ وجود دارد. حداقل چند کارت از جعبه خارج کنیم تا مطمئن باشیم حاصل ضرب عددهای خارج شده مضرب ۴ است؟

۱) ۲۵
۲) ۲۶
۳) ۲۷
۴) ۲۸

۵۰- در یک جعبه پنج مهره به شماره‌های ۱ تا ۵ هست. ۳ مهره به تصادف از این جعبه خارج می‌کنیم. حداقل چند بار این آزمایش را تکرار کنیم تا یقین داشته باشیم که دست‌کم دو بار حاصل جمع اعداد خارج شده یکسان است؟

۱) ۱۱
۲) ۱۰
۳) ۹
۴) ۸

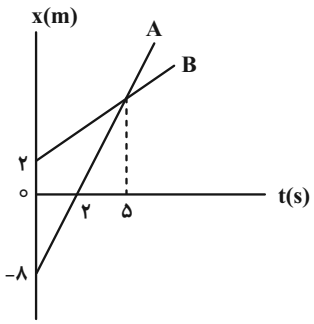
محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

فیزیک ۳: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۴۵ دقیقه**

۵۱- نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B به‌صورت زیر است. در لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد، متحرک B در چند متری مبدأ مکان است؟



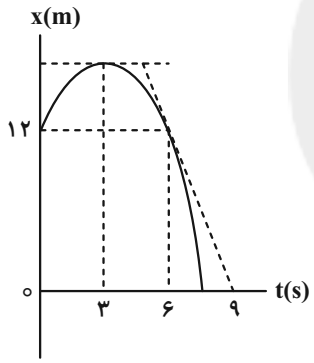
۱) ۱۲

۲) ۸

۳) ۲

۴) ۶

۵۲- نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راستی حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۸}{۳}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $-\frac{۸}{۳}$

۴) $-\frac{۴}{۳}$

۵۳- معادلهٔ مکان- زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند به صورت $x = -۲t^۲ + ۶t - ۴$ است. مسافت طی شده توسط متحرک در ۲ ثانیهٔ اول چند متر است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۱۰

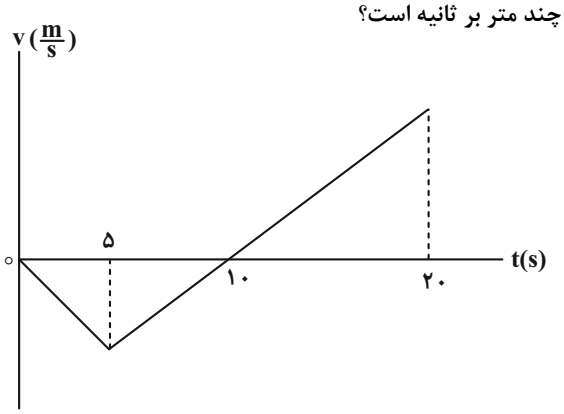
۴) ۱۱

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۴- نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $5s$ تا $12s$ برابر $-21m$ باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۲

۲) ۳

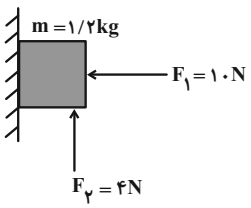
۳) ۶

۴) ۱۲

۵۵- جسمی ۳۶ درصد کل جابه‌جایی سقوط آزادش را در ثانیهٔ آخر حرکتش طی می‌کند. این جسم از ارتفاع چند متری رها شده است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

۱) ۸۰ ۲) ۳۱/۲۵ ۳) ۵۰۰ ۴) ۱۲۵

۵۶- در شکل زیر، جسم در آستانهٔ حرکت قرار دارد. اگر نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ ثابت باشند و جسم شروع به حرکت کند، چند گرم از جرم جسم بکاهیم تا جسم با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به سمت پایین حرکت کند؟ $(g = 10\frac{m}{s^2}$ ، $\mu_k = 0/4$ و $\mu_s = 0/8)$



۱) ۱۰۰۰

۲) ۲۰۰

۳) ۱۰۰

۴) ۳۰۰

۵۷- شخصی به جرم $75kg$ بر روی یک ترازوی فنری در کف آسانسوری ساکن ایستاده است. آسانسور ابتدا با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ شروع به بالا رفتن می‌کند و سپس طی حرکتی با شتاب ثابت متوقف می‌شود. اگر کل زمان حرکت از لحظهٔ شروع تا توقف آسانسور $5s$ باشد و آسانسور مسافت $15m$ را در این مدت طی کرده باشد، اختلاف حداکثر و حداقل عددی که ترازوی فنری در این مدت نشان می‌دهد، چند نیوتون است؟

۱) ۲۶۵ ۲) ۳۷۵ ۳) ۴۲۵ ۴) ۴۰۰

محل انجام محاسبات

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۸- با فنری افقی با ثابت k و جرم ناچیز، جسمی به جرم $2kg$ را روی یک سطح افقی می‌کشیم. در لحظه‌ای که طول فنر به $25cm$ می‌رسد، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد و وقتی طول فنر به $27/5cm$ می‌رسد، شتاب حرکت جسم $1\frac{m}{s^2}$ می‌شود. ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۰

۳) ۸۰ ۴) ۵۰

۵۹- اگر انرژی جنبشی گلوله‌ای ۴۴ درصد افزایش یابد، اندازهٔ تکانهٔ آن $12\frac{kg.m}{s}$ می‌شود. اندازهٔ تکانهٔ اولیهٔ گلوله چند کیلوگرم متر بر ثانیه بوده است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۲

۳) ۸ ۴) ۶

۶۰- فضانوردی به جرم $81kg$ درون سفینه‌ای که در فاصلهٔ ۳۲۰۰ کیلومتری سطح زمین است، قرار دارد. وزن این فضانورد در درون سفینه چند نیوتون است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و شعاع کرهٔ زمین $6400km$ است.)

۱) ۳۶۰ ۲) ۱۸۰

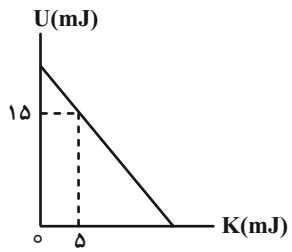
۳) ۵۴۰ ۴) ۸۱۰

۶۱- معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به‌صورت $x=0/02\cos 10\pi t$ است. در بازهٔ زمانی $t_1=\frac{1}{30}s$ تا $t_2=\frac{1}{6}s$ تندی متوسط نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰

۳) ۳۵ ۴) ۴۵

۶۲- نمودار انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در شکل زیر نشان داده است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی این نوسانگر $8mJ$ است، انرژی پتانسیل آن چند میکروژول می‌باشد؟



۱) ۱۲

۲) ۲۴

۳) 12×10^3

۴) 24×10^3

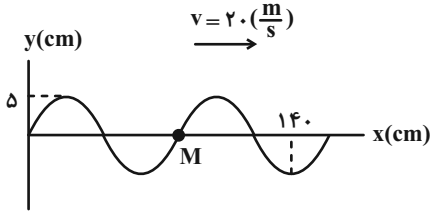
محل انجام محاسبات

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

۶۳- شکل زیر، موجی را در لحظهٔ $t=0$ نشان می‌دهد که با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ در جهت محور x منتشر می‌شود. در لحظهٔ $t=\frac{۳}{۱۰۰}s$ شتاب ذرهٔ M چند واحد SI و جهت آن کدام است؟ $(\pi^۲=۱۰)$



۱) ۲۰۰ ، پایین

۲) ۱۲۵۰ ، پایین

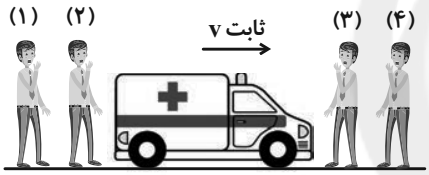
۳) ۲۰۰ ، بالا

۴) ۱۲۵۰ ، بالا

۶۴- شنونده‌ای در فاصلهٔ d از چشمهٔ صوتی قرار دارد. اگر فاصلهٔ شنونده از چشمهٔ صوت را به اندازهٔ D افزایش دهیم، تراز شدت صوت در این حالت ۱۴ دسی‌بل کاهش می‌یابد. نسبت $\frac{D}{d}$ چقدر است؟ $(\log ۲=۰/۳)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶۵- در شکل زیر، چشمهٔ صوتی (آمبولانس) با تندی ثابت، از ناظرهای ساکن (۱)، (۲) دور و به ناظرهای ساکن (۳) و (۴) نزدیک می‌شود. کدام رابطه در مورد بسامد دریافتی توسط این ناظرها درست است؟



۱) $f_۱<f_۲<f_۴<f_۳$

۲) $f_۲>f_۱>f_۳>f_۴$

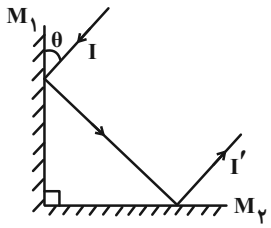
۳) $f_۱=f_۲<f_۳=f_۴$

۴) $f_۱=f_۲>f_۳=f_۴$

۶۶- شخصی در مقابل یک دیوار بلند ایستاده است. این شخص به وسیلهٔ بلندگویی صوتی با بسامد ثابت به سمت دیوار ارسال می‌کند و ۰/۲۵s بعد، پژواک صوت را می‌شنود. اگر فاصلهٔ دیوار از شخص ۴۰m و طول‌موج صوت ایجاد شده توسط شخص ۲cm باشد، بسامد صوت چند کیلوهرتز است؟

۱) ۶۴ ۲) ۳ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۶۷- مطابق شکل زیر، پرتو I به آینهٔ $M_۱$ تابیده شده و پس از برخورد با آینه‌ها، در نهایت پرتو I' از آینهٔ $M_۲$ بازتاب می‌شود. اگر زاویهٔ θ را به اندازهٔ ۵ درجه کاهش دهیم، زاویهٔ بین پرتوهای I و I' چگونه تغییر می‌کند؟



۱) ۵ درجه کاهش می‌یابد.

۲) ۱۰ درجه کاهش می‌یابد.

۳) ۱۰ درجه افزایش می‌یابد.

۴) تغییر نمی‌کند.

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۶۸- اگر طول‌موج نور زرد در خلأ برابر $۰/۵\mu m$ باشد، بسامد این نور در محیطی با ضریب شکست $n=\frac{۴}{۳}$ چند هرتز است؟ $(c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s})$

۱) ۲×۱۰^{۱۴} ۲) $۲۴/۵\times۱۰^{۱۴}$ ۳) ۶×۱۰^{۱۴} ۴) ۸×۱۰^{۱۴}

۶۹- پرتو نوری از هوا به سطح یک تیغهٔ شیشه‌ای می‌تابد. قسمتی از این پرتو نور بازتاب می‌شود و قسمت دیگر آن با زاویهٔ انحراف ۱۵ درجه وارد شیشه می‌گردد. اگر زاویهٔ بین پرتو بازتابش و شکست ۱۰۵ درجه باشد، ضریب شکست شیشه چقدر است؟ (ضریب شکست هوا برابر ۱ است.)

۱) ۲ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $۲\sqrt{۲}$ ۴) $\sqrt{۲}$

۷۰- در آزمایش یانگ، فاصلهٔ بین دو نوار روشن متوالی از یکدیگر برابر $۱mm$ است. اگر طول موج نور به کار رفته در آزمایش ۱/۲ برابر شود، فاصلهٔ بین دو نوار روشن و تاریک متوالی چند میلی‌متر می‌شود؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۵ ۳) ۱/۲ ۴) ۱

۷۱- دو سیم هم‌جنس و هم‌طول A و B را بین دو نقطه بسته و با نیروی یکسان می‌کشیم. اگر بسامد هماهنگ دوم سیم B با بسامد هماهنگ سوم سیم A برابر باشد، نسبت سطح مقطع سیم B به سطح مقطع سیم A کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۴}{۹}$ ۴) $\frac{۹}{۴}$

۷۲- توان مصرفی یک چشمهٔ موج الکترومغناطیسی $۴۰۰W$، بازدهٔ آن ۰/۰۲ درصد و طول‌موج گسیلی ۶۶۰ آنگستروم است. در هر دقیقه چند فوتون از این چشمهٔ موج گسیل می‌شود؟ $(h=۶/۶\times۱۰^{-۳۴}J.s$ و $c=۳\times۱۰^{۸}\frac{m}{s})$

۱) $۱/۶\times۱۰^{۱۸}$ ۲) $۳/۲\times۱۰^{۱۸}$ ۳) $۴/۸\times۱۰^{۱۸}$ ۴) $۱/۶\times۱۰^{۱۶}$

۷۳- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور فرودی به فلز، ۵ برابر بسامد قطع فلز است. اگر تابع کار این فلز $۳eV$ باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های خارج شده از فلز چند ژول است؟ $(e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) ۱۸ ۲) $۲۸/۸\times۱۰^{-۱۹}$ ۳) ۱۲ ۴) $۱۹/۲\times۱۰^{-۱۹}$

۷۴- بلندترین طول‌موج رشتهٔ لیمان $(n'=۱)$ چند برابر کوتاه‌ترین طول‌موج رشتهٔ بالمر $(n'=۲)$ است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۷۵- در اتم هیدروژن، انرژی الکترون در ترازی برابر با الکترونی $-\frac{۱}{۲۵}E_R$ است. اگر الکترون به تراز n' انتقال یابد، فوتونی با بسامد $\frac{۲۷}{۴}\times ۱۰^{۱۳}Hz$ گسیل می‌شود. کوتاه‌ترین طول‌موج گسیلی مربوط به تراز n' چند نانومتر می‌باشد؟ ($E_R = ۱۳/۶eV$ ، $R = \frac{۱}{۱۰۰}(nm)^{-۱}$ و $c = ۳\times ۱۰^۸ \frac{m}{s}$)

۱) ۵۰۰ ۲) ۲۰۰۰ ۳) ۱۶۰۰ ۴) ۱۰۰۰

۷۶- در اتم هیدروژن الکترونی از تراز $۲n$ به تراز $n' = n$ گذار کرده و فوتونی با طول‌موج ۵۱۲nm گسیل می‌کند. در این گذار انرژی الکترون چند الکترون‌ولت تغییر می‌کند؟ ($R = \frac{۱}{۹۶}(nm)^{-۱}$ و $E_R = ۱۳/۶eV$)

۱) ۲/۵۵ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۶/۷۵ ۴) ۱۰/۲

۷۷- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) انرژی معادل با یک گرم هیدروژن با انرژی معادل با یک گرم هلیم یکسان است.

ب) انرژی بستگی هسته، انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته از یکدیگر است.

پ) جرم هسته بیشتر از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن است.

ت) انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوانتیده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

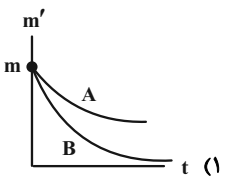
۷۸- هستهٔ مادر $^{A}_{Z}X$ پس از گسیل دو ذرهٔ آلفا به همراه گسیل پرتو گاما به هستهٔ دختر $^{۲۱۰}_{۸۶}Y$ تبدیل می‌شود. هستهٔ مادر $(^{A}_{Z}X)$ چند نوترون دارد؟

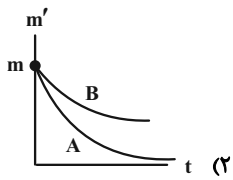
۱) ۱۲۸ ۲) ۲۱۸ ۳) ۱۲۹ ۴) ۲۱۹

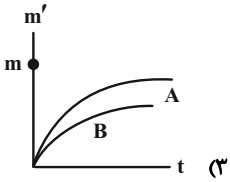
۷۹- اگر پس از گذشت ۱۲ روز، ۸۷/۵ درصد از هسته‌های یک مادهٔ پرتوزا واپاشیده شود، نیمه‌عمر آن چند روز است؟

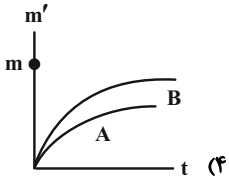
۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۸۰- جرم مساوی از دو مادهٔ پرتوزای A و B در اختیار داریم. اگر نیمه‌عمر مادهٔ B بزرگ‌تر از نیمه‌عمر مادهٔ A باشد، نمودار جرم واپاشیده (m') برحسب زمان این دو ماده مطابق کدام گزینه است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

شیمی ۳: کل کتاب | وقت پیشنهادی: **۳۰ دقیقه**

۸۱- چند مورد از مطالب موجود در جدول زیر نادرست است؟

ویژگی / نوع مخلوط	سوسپانسیون	محلول	کلوئید
مثال	دوغ	آب نمک	کات کبود
رفتار در برابر نور	نور را پخش می‌کند	نور را پخش نمی‌کند	نور را پخش می‌کند
همگن بودن	ناهمگن	همگن	همگن
پایداری	ناپایدار	پایدار	ناپایدار
ذره‌های سازنده	توده‌های مولکولی بزرگ	توده‌های مولکولی کوچک	ذرات ریز ماده

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۷ ۴) ۴

۸۲- ۲۰ میلی‌لیتر از محلول هیدروبرمیک اسید را با مقداری آب مخلوط می‌کنیم تا به حجم نهایی ۴۰۰ میلی‌لیتر برسد. اگر در دمای اتاق ۴۰ میلی‌لیتر از این محلول به ۱۰ میلی‌لیتر محلول سود سوزآور با $pH = ۱۲$ اضافه شود و در محلول نهایی $\frac{[H^+]}{[OH^-]} = ۹\times۱۰^{۱۰}$ باشد، غلظت اولیهٔ محلول هیدروبرمیک اسید چند مول بر لیتر بوده است؟ (دما $۲۵^\circ C$ در نظر گرفته شود.)

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۸

۸۳- pH محلول سیرشدهٔ آمونیاک در دمای ۲۵ درجهٔ سلسیوس به تقریب کدام است؟ (انحلال‌پذیری آمونیاک در این دما برابر ۵۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب بوده و چگالی محلول سیرشدهٔ آن برابر $۰/۸ g.mL^{-۱}$ است. ثابت یونش بازی آمونیاک در این دما برابر ۴×۱۰^{-۶} مول بر لیتر است.) $(N = ۱۴ , H = ۱ : g.mol^{-۱})$ $NH_۳(aq) + H_۲O(l) \rightleftharpoons NH_۴^+(aq) + OH^-(aq)$ $(\log ۲ \simeq ۰/۳)$

۱) ۱۱/۹ ۲) ۱۲/۳ ۳) ۱۲/۹ ۴) ۱۱/۱

۸۴- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد اسید HA با ثابت یونش $۴/۵\times۱۰^{-۴} mol.L^{-۱}$ در مقایسه با اسید HB با ثابت یونش $۴/۹\times۱۰^{-۱۱} mol.L^{-۱}$ کمتر است؟

* رسانایی الکتریکی محلول (با غلظت ۱ مولار)
* سرعت واکنش با فلز منیزیم در دما و غلظت یکسان
* pH محلول در دمای اتاق با غلظت ۰/۱ مولار
* درجه یونش در دما و غلظت یکسان
* زمان لازم برای تولید مقدار برابری گاز هیدروژن در واکنش با فلز (در دما و غلظت یکسان)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۸۵- کدام گزینه نادرست است؟

۱) هیدروکلریک اسید یک اسید قوی و هیدروفلوئوریک اسید یک اسید ضعیف است.

۲) مقدار عددی ثابت تعادل در دمای ثابت به مقدار آغازی واکنش‌دهنده‌ها بستگی ندارد.

۳) باران اسیدی حاوی نیتریک اسید و هیدروکلریک اسید است در حالی که باران معمولی حاوی کربنیک اسید است.

۴) گسترهٔ pH در محلول‌های آبی و در دمای اتاق از ۰ تا ۱۴ است و آب و همهٔ محلول‌های آبی، محتوی یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید هستند.

۸۶- اگر درصد یونش باز ضعیف AOH برابر ۲۵٪ باشد، غلظت اولیه این باز چند برابر ثابت یونش آن است و برای خنثی کردن اسید HCl با حجم ۲ لیتر و $pH=2$ چند مول از این باز نیاز است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۰/۰۲ – ۶ ۲) ۰/۰۱۶ – ۱۲ ۳) ۰/۰۱۶ – ۶ ۴) ۰/۰۲ – ۱۲

۸۷- ۲ لیتر آب مقطر موجود است، افزودن کدام مادهٔ زیر pH آب مقطر موجود را ۴ واحد افزایش می‌دهد؟ (از تغییر حجم محلول صرف‌نظر و دما $25^\circ C$ در نظر گرفته شود.) $(Ca=40, S=32, Na=23, O=16, N=14, H=1: g.mol^{-1})$

۱) ۲/۸ گرم CaO خالص ۲) ۳ گرم گاز SO_2

۳) ۵/۴ گرم N_2O_5 با خلوص ۸۰ درصد ۴) ۸۰ میلی‌گرم $NaOH$

۸۸- در محلولی با ..... غلظت یون .... تقریباً ..... برابر غلظت یون ..... است. (دما در تمام محلول‌ها $25^\circ C$ است.)

۱) $pH=2$ ، H^+ ، 10^{-8} ، OH^- ۲) $pH=1/7$ ، OH^- ، $2/5\times10^{-11}$ ، H^+

۳) $pH=13$ ، OH^- ، 10^{-10} ، H^+ ۴) $pH=12/3$ ، H^+ ، $2/5\times10^{-12}$ ، OH^-

۸۹- چه تعداد از موارد زیر صحیح می‌باشند؟

الف) فرمول شیمیایی لکه‌های سفیدرنگی که بر اثر شست‌وشوی لباس‌ها با صابون در آب‌های سخت ایجاد می‌شود، به صورت $RCOOMg$ و $RCOOCa$ می‌باشد.

ب) برای افزایش قدرت پاک‌کننده‌های غیرصابونی و عدم تشکیل رسوب به آن‌ها نمک‌های فسفات می‌افزایند.

پ) N_2O_5 یک اکسید اسیدی است که با انحلال هر مول آن در آب، ۴ مول یون تشکیل می‌شود.

ت) باران معمولی به دلیل وجود کربنیک اسید، خاصیت اسیدی داشته و همانند باران اسیدی غلظت یون هیدرونیوم در آن بیشتر از غلظت یون هیدروکسید است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۹۰- اگر غلظت مولار یون $OH^-(aq)$ در یک لیتر محلول لوله بازکن حاوی $NaOH$ برابر $5\times10^{-5} mol.L^{-1}$ باشد، چند مورد از مطالب زیر، دربارهٔ این محلول درست است؟ $(Na=23, O=16, H=1: g.mol^{-1})$ (دما را $25^\circ C$ در نظر بگیرید.) $(\log 5 \simeq 0/7)$

* pH آن برابر ۹/۳ است و گل ادریسی در این محلول قرمز رنگ است.
* با دی‌نیتروژن پنتااکسید واکنش می‌دهد.
* درهر لیتر از آن 2×10^{-4} گرم $NaOH$ وجود دارد و مانند پتاس سوزآور (KOH) ماده‌ای خورنده به شمار می‌رود.
* محلول $NaOH$ رنگ کاغذ pH را به آبی تغییر می‌دهد.
* با افزودن یک لیتر آب به این محلول، pH محلول جدید برابر ۱۰ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۹۱- کدام عبارت درست است؟

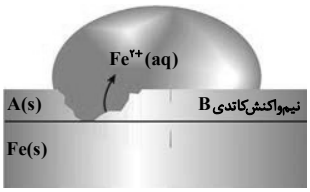
۱) در سلول گالوانی با افزایش قدرت کاهندگی الکترود آند، E° سلول کاهش می‌یابد.

۲) در برقکافت آب، حجم گاز آزاد شده در قطب منفی دو برابر حجم گاز آزاد شده در قطب مثبت است.

۳) emf سلول گالوانی $(Zn-H_2)$ از $(Al-H_2)$ بیش‌تر است.

۴) دیواره متخلخل در سلول گالوانی $(Cu-Ag)$ از رفتن کاتیون‌ها به سمت قطب مثبت جلوگیری می‌کند.

۹۲- شکل زیر مربوط به چه نوع آهنی است و در آن جایگزینی درست A و نادرست B به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟



۱) حلبی، Sn ، $Sn^{2+}+2e^- \rightarrow Sn$

۲) آهن گالوانیزه، Zn ، $Fe^{2+}+2e^- \rightarrow Fe$

۳) حلبی ، Sn ، $O_2+2H_2O+4e^- \rightarrow 4OH^-$

۴) آهن گالوانیزه، Zn ، $O_2+2H_2O+4e^- \rightarrow 4OH^-$

۹۳- در یک سلول الکترولیتی دارای مقدار کافی از $AgNO_3(aq)$ که نیم‌واکنش آندی آن اکسایش آب و نیم‌واکنش کاتدی، کاهش یون‌های $Ag^+(aq)$ است، اگر حجم الکترولیت برابر ۳L بوده و ۰/۳ مول الکترون از آند به کاتد منتقل شود، pH محلول باقی‌مانده و جرم نقرهٔ تولید شده به تقریب برابر چند گرم است؟ $(Ag=108 g.mol^{-1})$ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)
(از تغییر حجم آب صرف‌نظر کنید.)

$Ag^+(aq)+e^- \rightarrow Ag(s)$ (معادله‌ها موازنه شوند.)

$H_2O(aq) \rightarrow O_2(g)+H^+(aq)+e^-$

۱) ۱- ۳۲/۴ ۲) ۰/۵ - ۱۰/۸ ۳) ۱ - ۱۰/۸ ۴) ۰/۵ - ۳۲/۴

۹۴- چند مورد از مطالب زیر صحیح است؟

الف) عدد اکسایش اتم اکسیژن در همهٔ ترکیب‌هایش برابر ۲- است.

ب) در فرایند هال همانند واکنش ترمیت فلز مذاب تولید می‌شود.

پ) جمع جبری عدد اکسایش اتم‌های کربن در مولکول بنزوئیک اسید (C_6H_5COOH) با عدد اکسایش گوگرد در پتاسیم سولفید برابر است.

ت) رتبه‌بندی فلزها به ترتیب افزایش E° آن‌ها را، سری الکتروشیمیایی می‌گویند.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۵- به ازای جابه‌جایی مقادیر یکسانی از الکترون در دو سلول (آهن – آلومینیم) و (روی – سدیم)، تغییرات مجموع جرم الکترودهای آند و کاتد در سلول (آهن – آلومینیم) چند برابر همین تغییرات در سلول (روی- سدیم)می‌باشد؟ (یون آهن را Fe^{2+} در نظر بگیرید.)
$(Zn=65, Fe=56, Na=23, Al=27 : g.mol^{-1})$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۹۶- اگر قدرت کاهندگی چند اتم فلزی به صورت: $Z > B > D > A$ بوده و پتانسیل کاهشی استاندارد آن‌ها کوچک‌تر از صفر باشد، کدام موارد از مطالب زیر صحیح می‌باشند؟

الف) قاشقی از جنس فلز D با محلول BNO_3 واکنش نمی‌دهد.

ب) emf سلول گالوانی «B-D» از emf سلول گالوانی «A-B» بیشتر خواهد بود.

پ) قدرت اکسندگی اتم D نسبت به اتم B بیشتر خواهد بود.

ت) یون A نسبت به یون سایر فلزات در شرایط یکسان راحت‌تر الکترون می‌گیرد.

۱) الف و پ ۲) ب و ت ۳) الف و ت ۴) ب و پ

۹۷- با توجه به پتانسیل‌های کاهشی استاندارد داده شده چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

$E^\circ[Al^{3+}(aq)/Al(s)] = -1/66V$ ، $E^\circ[Cu^{2+}(aq)/Cu(s)] = +0/34V$ ، $E^\circ[Ag^+(aq)/Ag(s)] = +0/8V$

$E^\circ[Zn^{2+}(aq)/Zn(s)] = -0/76V$

آ) بیشترین emf سلول در این مجموعه به سلول گالوانی آلومینیم – نقره مربوط است.

ب) در سلول گالوانی حاصل از نیم‌سلول‌های مس و روی، جرم تیغه مس کاهش می‌یابد.

پ) محلول نمک‌های نقره را نمی‌توان درظرفی از جنس روی نگهداری کرد.

ت) قدرت اکسندگی Zn^{2+} از قدرت اکسندگی Al^{3+} بیشتر است.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۹۸- کدام موارد از عبارت‌های زیر نادرست اند؟

آ) عدد اکسایش Si در یون سیلیکات با عدد اکسایش کربن در یون کربنات یکسان است.

ب) محلول‌هایی که محتوی هریک از یون‌های وانادیم (IV) و وانادیم (III) هستند به ترتیب سبز رنگ و آبی می‌باشند.

پ) در بین ترکیب‌های یونی LiF ، Na_2O ، KBr و MgO ، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ LiF از بقیه بیشتر است.

ت) اتم مرکزی در آمونیاک و گوگردتری‌اکسید به‌ترتیب دارای بار جزئی منفی و مثبت می‌باشد.

ث) یافته‌های تجربی نشان می‌دهد که عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت اکسیژن و سیلیسیم هستند.

۱) (آ)، (ب) و (پ) ۲) (ب)، (پ) و (ث) ۳) (آ)، (ت)، (ث) ۴) (ب)، (پ)

۹۹- چه تعداد از موارد زیر درست‌اند؟

* ماندگاری و استحکام مناسب از جمله ویژگی‌های تیتانیم می‌باشد که در میان عنصرهای دسته d از دوره پنجم جدول دوره‌ای قرار دارد.
* از فلز تیتانیم به دلیل ماندگاری در موتور جت استفاده می‌شود.
* قدرت اکسندگی یون روی بیشتر از کاتیون وانادیم (III) است.
* با کمک مدل دریای الکترون می‌توان برخی از ویژگی‌های فیزیکی فلزها را توجیه کرد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۰- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف) جامدهای یونی به دلیل در برداشتن ذره‌های باردار الکتریکی، در دمای اتاق رسانای جریان برق هستند.

ب) در تولید برق از انرژی خورشیدی، شارهٔ HF مناسب‌تر از NaCl است.

پ) با کاهش درصد جرمی اکسیژن در اکسید فلزهای قلیایی خاکی، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور آن‌ها افزایش می‌یابد.

ت) از میان متداول‌ترین یون‌های عنصرهای سدیم، فلوئور، منیزیم و اکسیژن، بزرگ‌ترین شعاع یونی به اکسیژن و کوچک‌ترین آن، به منیزیم مربوط است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۱- چه تعداد از مقایسه‌های زیر به درستی انجام شده است؟

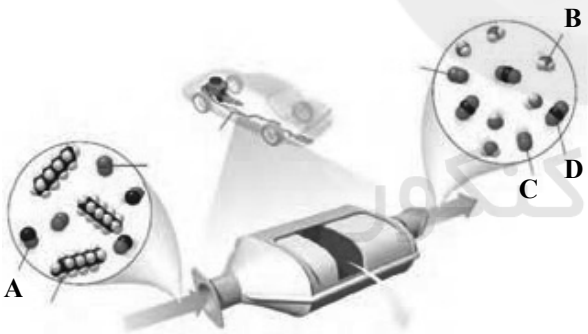
* چگالی بار یون: $Na^+ < O^{2-} < Mg^{2+}$
* شعاع یونی: $K^+ < Cl^- < S^{2-}$
* انرژی فروپاشی شبکه: $KBr < NaF < CaO$
* نقطهٔ ذوب: $K_2O < CaO < Al_2O_3$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۲- اگر برای تبدیل ۴/۴ گرم کلسیم کلرید به یون‌های گازی سازنده ۹۰/۲kJ گرما مصرف شود، مقدار ΔH برای واکنش: $CaCl_2(s) \rightarrow Ca^{2+}(g) + 2Cl^-(g)$ برحسب kJ کدام است؟ ($Ca = 40$ ، $Cl = 35/5 : g.mol^{-1}$)

۱) ۲۵۲۵ ۲) ۲۳۵۵ ۳) ۲۵۳۵ ۴) ۲۲۵۵

۱۰۳- کدام یک از گزینه‌های زیر دربارهٔ شکل زیر، درست است؟



قطعه A

۱) عملکرد قطعه A به دما وابسته است و در ساختار مولکول D همانند مولکول B، اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی است.

۲) پس از مدتی کارایی قطعه A کاهش می‌یابد و بیشترین مولکول گازی که در اگزوز خودروها تولید می‌شود، متعلق به گاز A است.

۳) در سطح مبدل کاتالیستی، روی سطح سرامیکی، توده‌های فلزی به قطر ۲ تا ۱۰ میلیمتر وجود دارند که دارای نقش کاتالیزگری هستند.

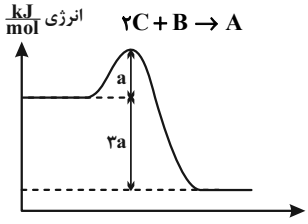
۴) در میان سه واکنش مربوط به حذف آلاینده‌ها در قطعهٔ A، مولکول C در دو واکنش به عنوان واکنش‌دهنده و مولکول D در دو واکنش به عنوان فراورده شرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۴- واکنش گازی زیر را با ۰/۴ مول از مجموع واکنش‌دهنده‌ها در یک پیستون متحرک آغاز می‌کنیم. کدام یک از موارد زیر در رابطه با این واکنش صحیح می‌باشد؟



۱) رابطهٔ $\Delta H = a = Ea$ برای این واکنش برقرار می‌باشد.

۲) بعد از تولید ۰/۱ مول از فراورده، حجم پیستون نصف می‌شود.

۳) به کار بردن کاتالیزگر مناسب باعث افزایش سرعت واکنش رفت و کاهش سرعت واکنش برگشت می‌شود.

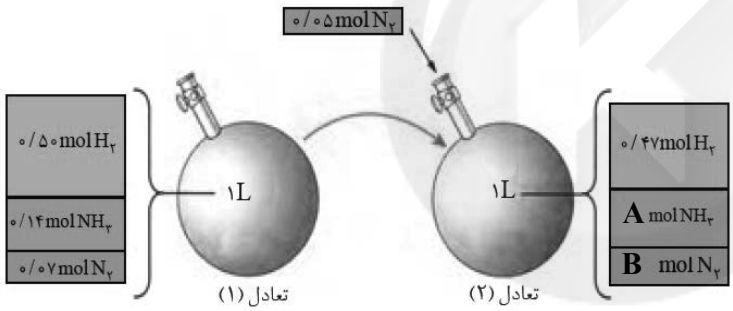
۴) کمترین مقدار انرژی لازم برای تبدیل فراورده‌ها به واکنش‌دهنده برابر $۳a$ کیلوژول می‌باشد.

۱۰۵- مقداری گاز گوگرد تری‌اکسید را در ظرفی در بسته به حجم V لیتر وارد می‌کنیم. اگر پس از برقراری تعادل مقدار گازهای گوگردتری‌اکسید و گوگرددی‌اکسید هرکدام برابر ۰/۲ مول باشد، مول اولیه SO_3 و حجم ظرف برحسب لیتر به‌ترتیب از چپ به راست کدام‌اند؟

$$۲SO_3(g) \rightleftharpoons ۲SO_2(g) + O_2(g)\ ,\ K = ۲۵\times۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

۱) ۳ – ۰/۳ ۲) ۳ – ۰/۴ ۳) ۴ – ۰/۳ ۴) ۴ – ۰/۴

۱۰۶- با توجه به شکل زیر که نشان‌دهندهٔ واکنش در دمای ثابت است، همهٔ عبارت‌های زیر درست‌اند، به‌جز :



$$N_2(g) + ۳H_2(g) \rightleftharpoons ۲NH_3(g)$$

۱) تفاوت مقدار عددی A و B با مقدار N_2 وارد شده در تعادل (۲) یکسان است.

۲) مقدار عددی ثابت تعادل در هر دو تعادل یکسان است.

۳) با افزایش مقداری N_2 به ظرف تعادل، تعادل در جهت تولید آمونیاک جابه‌جا شده است.

۴) نسبت شمار مول‌های NH_3 به هیدروژن در تعادل (۱) و تعادل (۲) به‌تقریب با هم یکسان است.

۱۰۷- واکنش گازی: $۲N_2O_5 \rightleftharpoons ۴NO_2 + O_2$ با ۶ مول واکنش‌دهنده در ظرفی به حجم نیم‌لیتر آغاز شده و بعد از ۴۰ ثانیه به تعادل می‌رسد. اگر در لحظه تعادل شمار مول واکنش‌دهنده دو برابر شمار مول فراورده‌ها باشد. مقدار ثابت تعادل برحسب $mol^{۳}.L^{-۳}$ برابر .... بوده و سرعت واکنش در بازه زمانی تا رسیدن به لحظه تعادل برابر ..... مول بر دقیقه می‌باشد. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)

۱) ۱ -۲/۵۶ ۲) ۰/۷۵ – ۲/۵۶ ۳) ۰/۷۵ – ۰/۰۴ ۴) ۱ – ۰/۰۴

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۸- در یک ظرف یک لیتری تعادل $IO_4^-(aq)+2H_2O(l) \rightleftharpoons H_4IO_6^-(aq)$ ، $K=4\times10^{-2}$ با ۵ مول یون IO_4^- در لحظهٔ تعادل برقرار است؛ با افزودن ۶۵ گرم NaH_4IO_6 به این ظرف و پس از رسیدن به تعادل مجدد در دمای ثابت، غلظت یون IO_4^- چند گرم بر لیتر تغییر می‌کند؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید، ترکیب یونی اضافه شده به طور کامل به یون‌های سازندهٔ خود تفکیک می‌شود؛ $I=127, Na=23, O=16, H=1 : g.mol^{-1}$)

۱) ۴۷/۲۵ ۲) ۴۷/۷۵

۳) ۴۸/۲۵ ۴) ۴۸/۷۵

۱۰۹- کدامیک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) برای تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، از مواد اکسنده‌ای مانند $KMnO_4$ استفاده می‌شود.

۲) در واکنش تهیهٔ اتیلن گلیکول از گاز اتن، عدد اکسایش هر یک از اتم‌های کربن از ۲- به ۱- می‌رسد.

۳) ترفتالیک اسید دارای ۲۲ پیوند اشتراکی است.

۴) اتیلن گلیکول برخلاف اتن، به طور مستقیم در نفت خام وجود ندارد.

۱۱۰- واکنش زیر یکی از مراحل تولید متانول مورد نیاز برای واکنش با PET است. بر این اساس چند مورد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (واکنش موازنه شود.) $A(g)+H_2O(g) \rightarrow CO(g)+H_2(g)$

* گاز A، واکنش‌پذیری زیادی دارد و در میدان‌های نفتی به فراوانی یافت می‌شود.
* مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه شده واکنش برابر ۵ است.
* انرژی فعال‌سازی واکنش کم است، به همین دلیل سرعت بالایی دارد.
* ماده A بی‌رنگ و بسیار سمی است و به الکل چوب معروف است.

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

forum.konkur.in

www.konkur.in

آزمون آمادگی شناختی ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

یادگیری فرایندی است که نیازمند پشتیبانی ساز و کارهای شناختی مغز است. آگاهی از این ساز و کارها می‌تواند توانایی یادگیری شما را توسعه دهد. آمادگی شناختی توانایی بهره‌مندی از کارکردهای شناختی مغز در موقعیت های مختلف است.

آمادگی شناختی					
توجه	حافظه	فراشناخت	حل مساله	سازگاری	خلاقیت

بنیاد علمی آموزشی قلم چی در راستای حمایت از فراگیران با همکاری اساتید علوم اعصاب شناختی دانشگاه شهید بهشتی در مرکز پژوهشی علوم اعصاب شناختی از دی ماه ، آمادگی شناختی داوطلبان را به صورت دوره‌ای مورد سنجش قرار داده است و توصیه هایی را در قالب راهکارهای آنلاین ، و پاسخ تشریحی سوالات دانش شناختی در اختیار دانش آموزان قرار داده است. سوالات این بخش پاسخ درست و یا غلط ندارد و هدف این سوالات آگاهی شما از میزان آمادگی شناختی خود است. هدف این بخش حمایت شرکت‌کنندگان برای استفاده بهتر از توانایی‌های شناختی خود در فرایند یادگیری است. کارنامه این آزمون را در صفحه شخصی دریافت خواهید کرد.

سوالات را به دقت بخوانید و نزدیکترین پاسخ مرتبط با خود را انتخاب و در پاسخبرگ علامت بزنید. دقت داشته باشید که سوال ها از شماره ۲۶۱ شروع می شود .

۲۶۱. در موقع مطالعه افکار غیرمرتبط به سراغم می‌آید.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۲. صداهای مزاحم مانع درس خواندن من می‌شوند.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۳. زودتر از زمان مورد انتظار از درس خواندن خسته می‌شوم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۴. می‌توانم برای به خاطر سپاری مطالب درسی را دسته‌بندی کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۵. می‌توانم در حین خواندن بین مطالب جدید و قبلی ارتباط برقرار کنم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۶. درک مطلب جملات طولانی برایم سخت است.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۷. درک درستی از توانایی مطالعه خود دارم.

۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۶۸. عوامل بر هم زننده توجه خود را می‌شناسم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۶۹. روش‌های به خاطر سپاری دقیق را می‌دانم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۰. آینده برایم ارزشمند است.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۱. می‌توانم برای نتیجه بهتر صبر کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۲. برای رسیدن به هدف، قوانینی برای خودم در نظر گرفته ام.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۳. با تغییر شرایط مطالعه، برنامه‌ریزی‌ام به هم می‌ریزد.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۴. نمی‌توانم اتفاقات غیرمنتظره را مدیریت کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۵. تغییر دادن برنامه‌ریزی درسی‌ام برایم سخت است.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۶. می‌توانم سوال‌های جدیدی از مطالب درسی استخراج کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۷. راه حل‌های متفاوت یک مساله را دوست دارم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

۲۷۸. برای درک مطالب درسی از مثال‌های عجیب مخصوص خودم استفاده می‌کنم.
۱. هرگز ۲. به ندرت ۳. گاهی اوقات ۴. همیشه

با توجه به سازه‌های مورد ارزیابی اهمیت کدام سازه را برای عملکرد تحصیلی خود بیشتر می‌دانید و مایل به دریافت توصیه‌های مرتبط با آن در سال آینده هستید؟ در پاسخ نامه برای سوال ۲۷۹ و۲۸۰ یک گزینه را انتخاب کنید.

۲۷۹ ۱- توجه وتمرکز ۲- حافظه ۳-فراشناخت ۴- تصمیم‌گیری و حل مساله

۲۸۰ ۱- سازگاری ۲-خلاقیت ۳-.همه موارد ۴- هیچکدام

forum.konkur.in

www.konkur.in

دفترچه پاسخ

آزمون ۲۹ اردیبهشت ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

	نام درس	نام طراحان
اختصاصی	حسابان ۲	کاظم اجلالی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام‌پور-عادل حسینی-جهانبخش نیکنام
	هندسه	امیرحسین ابومحبوب-علی ایمانی-افشین خاصه‌خان-سوگند روشنی-فرشاد صدیقی‌فر-احمدرضا فلاح
	ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب-محسن بهرام‌پور-سوگند روشنی-محمد صحت‌کار-احمدرضا فلاح
	فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-محمدعلی راست‌پیمان-معصومه شریعت‌ناصری-سعید طاهری‌بروجنی پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-علیرضا گونه-حسین مخدومی-سیدعلی میرنوری-حسام نادری-شادمان ویسی
	شیمی	علی افخمی‌نیا-امیرحسین بختیاری-جعفر پازوکی-محمدرضا پورجاوید-علی جدی-احمدرضا جشانی‌پور-کامران جعفری امیر حاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-حسن رحمتی‌کوکنده-محمدرضا زهره‌وند-رضا سلیمانی-امیرحسین طیبی‌سودکلایی محمد عظیمیان‌زواره- مهدی محمدی-امیرحسین مسلمی-محمد نکو-امین نوروزی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲	هندسه	ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلالی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم امیر حاتمیان محبوبه بیک‌محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری	
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده	
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری	مسئول دفترچه: الهه شهبازی
حروف‌نگار	فرزانه فتح اله‌زاده	
ناظر چاپ	سوران نعیمی	

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین – پلاک ۹۲۳ – کانون فرهنگی آموزش – تلفن: ۶۴۶۳-۰۲۱

forum.konkur.in

www.konkur.in

حسابان ۲

۱- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

$p(2)$ را باید برابر ۱- قرار دهیم:

$$p(2)=(2)^3+(2)a-1=7+2a=-1\Rightarrow a=-4$$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۹ و ۲۰)

۲- **گزینهٔ «۳»** (عادل حسینی)

$$2^{-2x}<2^{3-x^2}$$

تابع $y=2^{\square}$ را اکیداً صعودی در نظر می‌گیریم. پس برای برقراری نامساوی بالا باید نامساوی $-2x<3-x^2$ را حل کنیم.

$$\Rightarrow x^2-2x-3=(x-3)(x+1)<0\Rightarrow -1<x<3$$

بازهٔ $(-1\ ,\ 3)$ شامل سه عدد صحیح صفر، ۱ و ۲ است.

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۳- **گزینهٔ «۱»** (عادل حسینی)

$$f(1)=1$$

$$f'(x)=2(2x-\sqrt{\frac{2x}{x+1}})(2x-\sqrt{\frac{2x}{x+1}})'$$

$$(2x-\sqrt{\frac{2x}{x+1}})'=2-\frac{2}{2\sqrt{\frac{2x}{x+1}}(x+1)^2}$$

به ازای $x=1$ مقدار عبارت بالا برابر است با:

$$2-\frac{1}{\frac{2}{2}}=\frac{7}{4}$$

$$\Rightarrow f'(1)=2(1)(\frac{7}{4})=\frac{7}{2}=3/5$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۴- **گزینهٔ «۳»** (کاظم اجلالی)

$$f'(x)=4x^3+12x^2+2mx$$

$$f''(x)=12x^2+24x+2m=2(6x^2+12x+m)$$

برای این‌که f نقطهٔ عطف نداشته باشد، کافی است تابع f'' ریشهٔ ساده نداشته باشد، پس با توجه به آن‌که f'' درجه دو است، کافی است که Δ ی آن را نامثبت کنیم:

$$\Delta=12^2-4(6)(m)=144-24m=24(6-m)\le 0$$

$$\Rightarrow 6-m\le 0\Rightarrow m\ge 6$$

پس کمترین مقدار صحیح m برابر ۶ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۶)

۵- **گزینهٔ «۲»** (عادل حسینی)

تابع هموگرافیک $y=\frac{x}{1-x}$ نقطه عطف ندارد و تابع درجهٔ سوم $y=x^3-x^2+x$ در $x=\frac{1}{3}$ دارای نقطه عطف است. پس تا اینجا $x=\frac{1}{3}$ یکی از نقاط عطف نمودار تابع f است. در این تابع دو ضابطه‌ای نقطهٔ مرزی بین ضابطه‌ها را نیز باید بررسی کنیم:

$$f'(x)=\begin{cases}\frac{1}{(x-1)^2} & ;\ x<0\\ 3x^2-2x+1 & ;\ x\ge 0\end{cases}$$

تابع f در $x=0$ مشتق‌پذیر است و $f(0)=0$ است. حال اگر f'' در آن تغییر علامت دهد، نقطه عطف نیز حساب می‌شود:

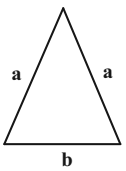
$$f''(x)=\begin{cases}\frac{-2}{(x-1)^3} & ;\ x<0\\ 6x-2 & ;\ x>0\end{cases}$$

که $f''_-(0)>0$ و $f''_+(0)<0$ است. در نتیجه $x=0$ طول دیگر نقطه عطف نمودار تابع f است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۳۸ و ۱۴۱ تا ۱۴۳)

۶- **گزینهٔ «۴»** (عادل حسینی)

مثلث متساوی‌الساقین را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:



$$2a+b=12$$

روش اول: در حالتی بیشترین مقدار مساحت حاصل می‌شود که مثلث متساوی‌الاضلاع شود:

$$\xrightarrow{b=a} 3a=12\Rightarrow a=4\Rightarrow S=\frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2=4\sqrt{3}$$

روش دوم: ارتفاع وارد بر قاعده $h=\sqrt{a^2-\frac{b^2}{4}}$ و مساحت آن $S=\frac{bh}{2}$ است:

$$\Rightarrow S(a)=\frac{12-2a}{2}\sqrt{a^2-\frac{(12-2a)^2}{4}}=(6-a)\sqrt{12a-36}$$

$$\Rightarrow S(a)=2(6-a)\sqrt{3a-9}$$

بیشترین مساحت در جواب معادلهٔ $S'(a)=0$ رخ می‌دهد.

$$S'(a)=2(-\sqrt{3a-9}+\frac{3(6-a)}{2\sqrt{3a-9}})=\frac{-9(a-4)}{\sqrt{3a-9}}$$

$$\xrightarrow{S'(a)=0} a-4=0\Rightarrow a=4$$

پس بیشترین مساحت $S(4)=4\sqrt{3}$ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۷- **گزینهٔ «۱»** (کاظم اجلالی)

ابتدا توجه کنید که: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2x-mx}{|m|x-x}=\frac{2-m}{|m|-1}=1$

$$\Rightarrow |m|-1=2-m\Rightarrow\begin{cases}m-1=2-m\Rightarrow m=\frac{3}{2}\\ -m+1=2-m\Rightarrow 1=2\ \text{غ ق ق}\end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{|2x-3|-\frac{3}{2}x}{|\frac{3}{2}x|-x+1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x-\frac{3}{2}x}{-\frac{3}{2}x-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-\frac{7}{2}x}{-\frac{5}{2}x}=\frac{7}{5}$$

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۲)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۸- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

برای محاسبهٔ $(\frac{f}{g})'(1)$ به مقادیر $f(1)$، $g(1)$، $f'(1)$ و $g'(1)$ نیاز داریم:

$$(\frac{f}{g})'(1)=\frac{f'(1)g(1)-f(1)g'(1)}{(g(1))^2} \quad (*)$$

حال از روابط داده شده استفاده می‌کنیم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{2-f(1+h)}{h}=-\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-2}{h}$$
$$=-f'(1)=3\Rightarrow f'(1)=-3$$

دقت کنید در حد بالا، حد مخرج صفر است. اما حاصل حد عددی حقیقی است، پس باید حد صورت هم صفر باشد؛ یعنی $\lim_{h\to 0} f(1+h)=2$ است و از آنجا که f در $x=1$ پیوسته و مشتق‌پذیر است $f(1)=2$ به دست می‌آید. با استدلال مشابهی در عبارت دوم $g(1)=3$ به دست می‌آید. حال داریم:

$$\lim_{h\to 0}\frac{h}{g(1+h)-3}=\frac{1}{\lim_{h\to 0}\frac{g(1+h)-3}{h}}$$
$$=\frac{1}{g'(1)}=2\Rightarrow g'(1)=\frac{1}{2}$$

در نهایت طبق (*) داریم: $(\frac{f}{g})'(1)=\frac{(-3)(3)-(2)(\frac{1}{2})}{(3)^2}=-\frac{10}{9}$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰ و ۹۴)

۹- **گزینهٔ «۲»** *(سیدرضا اسلامی)*

$$f'(x)=a\cos x-b\sin x$$
$$f''(x)=-a\sin x-b\cos x$$

در دو ضابطهٔ بالا $x=5$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$f'(5)=a\cos 5-b\sin 5=2 \quad (1)$$
$$f''(5)=-a\sin 5-b\cos 5=4\Rightarrow b\cos 5+a\sin 5=-4 \quad (2)$$

برای محاسبهٔ a^2+b^2 دو طرف معادلات (۱) و (۲) را به توان ۲ می‌رسانیم:

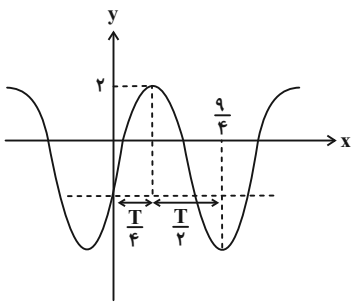
$$(\cos^2 5)a^2+(\sin^2 5)b^2-(2\sin 5\cos 5)ab=4$$
$$(\cos^2 5)b^2+(\sin^2 5)a^2+(2\sin 5\cos 5)ab=16$$

با جمع تساوی‌های بالا داریم:

$$\underbrace{(\sin^2 5+\cos^2 5)}_{1}a^2+\underbrace{(\sin^2 5+\cos^2 5)}_{1}b^2=20$$
$$\Rightarrow a^2+b^2=20$$

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۹۵ و ۹۸)

۱۰- **گزینهٔ «۱»** *(عادل حسینی)*



با توجه به نمودار بالا $\frac{3T}{4}$ برابر $\frac{9}{4}$ است.

$$\Rightarrow T=3\Rightarrow \frac{2\pi}{|b|\pi}=3\Rightarrow |b|=\frac{2}{3}$$

از طرفی بیشترین مقدار تابع برابر ۲ است. پس داریم:

$$y_{max}=|a|-1=2\Rightarrow |a|=3$$

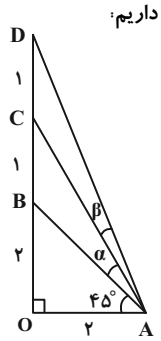
اما چون تابع در $x=0$ صعودی است، پس a و b هم‌علامت‌اند و داریم:

$$ab=|a||b|=3\times\frac{2}{3}=2$$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۲۷)

۱۱- **گزینهٔ «۴»** *(عادل حسینی)*

در شکل زیر زاویهٔ $\hat{OAB}$ برابر 45° است. حال با توجه به تانژانت زاویهٔ $\hat{OAC}$ در مثلث OAC داریم:



$$\tan\hat{OAC}=\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=\frac{\tan\alpha+1}{1-\tan\alpha}=\frac{OC}{OA}=\frac{3}{2}$$
$$\Rightarrow \tan\alpha=\frac{1}{5}$$

از مثلث OAD نیز $\tan\beta$ را حساب می‌کنیم:

$$\tan(\beta+(\alpha+\frac{\pi}{4}))=\frac{\tan\beta+\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})}{1-\tan\beta\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})}$$
$$=\frac{\tan\beta+\frac{3}{2}}{1-\frac{3}{2}\tan\beta}=\frac{OD}{OA}=2\Rightarrow\tan\beta=\frac{1}{8}$$

در نهایت داریم: $\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}=\frac{\frac{1}{5}-\frac{1}{8}}{1+\frac{1}{40}}=\frac{\frac{3}{40}}{\frac{41}{40}}=\frac{3}{41}$

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحهٔ ۴۲)

۱۲- **گزینهٔ «۴»** *(جهانبخش نیکنام)*

با توجه به حضور $\sin x$ در معادله $\cos 2x$ را برحسب $\sin x$ می‌نویسیم:

$$1-2\sin^2 x+m\sin x=2m-7$$
$$\Rightarrow 2\sin^2 x-m\sin x+2m-8=0$$
$$\Rightarrow (2\sin x-m+4)(\sin x-2)=0$$
$$\Rightarrow \sin x=2 \quad \text{یا} \quad \sin x=\frac{m-4}{2}$$

اگر تجزیهٔ عبارت معادله به صورت بالا برایتان دشوار است، معادله را از روش Δ حل کنید.

حال بدیهی است که معادلهٔ $\sin x=2$ جواب ندارد، پس معادلهٔ $\sin x=\frac{m-4}{2}$ باید جواب داشته باشد، پس داریم:

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$-1 \le \frac{m-4}{2} \le 1 \Rightarrow 2 \le m \le 6$$

بازهٔ $[2, 6]$ شامل ۵ عدد صحیح است.

(حسابان ۲- مثلثات؛ صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

۱۳- **گزینهٔ «۳»** *(محسن بهرام‌پور)*

$x=-8$ طول اکسترمم نسبی است، پس مشتق تابع f در $x=-8$ برابر صفر است:

$$f'(x)=\sqrt[3]{x^2}+\frac{2(x+a)}{3\sqrt[3]{x}}=\frac{5x+2a}{3\sqrt[3]{x}}$$

$$\xrightarrow{f'(-8)=0} 5(-8)+2a=0 \Rightarrow a=20 \Rightarrow f'(x)=\frac{5x+40}{3\sqrt[3]{x}}$$

جدول تغییرات رفتار تابع به صورت زیر است:

x		-8		0	
f'	$+$	0	$-$	$+\infty$	$+$
f	↗		↘		↗

پس $x=0$ طول مینیمم نسبی نمودار است، در واقع تابع در این نقطه بازگشتی است. $f(x)=(x+20)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow f(0)=0\ ,\ f(-8)=48$

پس مجموع مقادیر اکسترمم برابر ۴۸ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۱۴- **گزینهٔ «۴»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا ضابطهٔ تابع را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$f(x)=|x-1||x+1|-2(|x-1|+|x+1|)$$
$$=(|x-1|-2)(|x+1|-2)-4$$

تابع $y=|x-1|-2$ در $x=1$ مشتق‌ناپذیر است. اما چون در این نقطه $|x+1|-2$ عامل صفرکننده است، تابع f در $x=1$ مشتق‌پذیر است.

به‌طور مشابه $x=-1$ نقطه مشتق‌ناپذیر تابع $y=|x+1|-2$ و نقطهٔ مشتق‌پذیر تابع f است؛ زیرا در این نقطه $|x-1|-2$ عامل صفرکننده است. پس f نقطهٔ مشتق‌ناپذیری ندارد.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۴ تا ۸۹)

۱۵- **گزینهٔ «۱»** *(کاظم اجلالی)*

ابتدا $g'(2)$ را حساب می‌کنیم تا از رابطهٔ زیر $g''(2)$ را حساب کنیم:

$$g''(2)=\lim_{x\to 2}\frac{g'(x)-g'(2)}{x-2} \qquad (*)$$

داریم: $g'(2)=\lim_{x\to 2}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)^2 f(x)-0}{x-2}=0$

از طرفی $g'(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$g'(x)=2(x-2)f(x)+(x-2)^2 f'(x)$$

حال طبق (*) می‌نویسیم:

$$g''(2)=\lim_{x\to 2}\frac{2(x-2)f(x)+(x-2)^2 f'(x)-0}{x-2}$$
$$=\lim_{x\to 2}(2f(x)+(x-2)f'(x))=2\lim_{x\to 2}f(x)+\lim_{x\to 2}(x-2)f'(x)$$
$$=2\times(2^2+2)+0=12$$

توجه کنید که $f'(x)=2x \ ;\ x\neq 2$ در نتیجه $\lim_{x\to 2}f'(x)=4$ است.

(حسابان ۲- مشتق؛ صفحه‌های ۸۰ و ۹۸)

۱۶- **گزینهٔ «۳»** *(کاظم اجلالی)*

روش اول: توجه کنید که:

$$(f-g)x=f(x)-g(x)=\frac{\sqrt{x}}{(x-1)^2}-\frac{\sqrt[3]{x}}{(x-1)^2}=\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{(x-1)^2}$$

بنابراین اگر فرض کنیم $t=\sqrt[6]{x}$، نتیجه می‌شود:

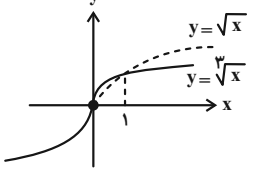
$$\lim_{x\to 1}(f-g)(x)=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x}-\sqrt[3]{x}}{(x-1)^2}=\lim_{t\to 1}\frac{t^3-t^2}{(t^6-1)^2}$$
$$=\lim_{t\to 1}\frac{t^2(t-1)}{(t-1)^2(t^5+t^4+\ldots+t+1)^2}$$
$$=\lim_{t\to 1}\frac{t^2}{(t-1)(t^5+t^4+\ldots+1)^2}$$

بنابراین داریم:

$$\lim_{x\to 1^+}(f-g)(x)=\frac{1}{0^+}=+\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to 1^-}(f-g)(x)=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

پس نمودار تابع $f-g$ در اطراف $x=1$ به صورت است.

روش دوم: به نمودار توابع $y=\sqrt{x}$ و $y=\sqrt[3]{x}$ توجه کنید:



واضح است که:

$$x\to 1^+ : \sqrt{x}>\sqrt[3]{x} \Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt[3]{x}>0$$
$$x\to 1^- : \sqrt{x}<\sqrt[3]{x} \Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt[3]{x}<0$$

بنابراین مخرج $(f-g)(x)$ در دو طرف $x=1$ مثبت است و صورت آن در سمت راست $x=1$ مثبت و در سمت چپ $x=1$ منفی است. پس حد راست تابع $f-g$ در $x=1$ برابر $+\infty$ و حد چپ آن برابر $-\infty$ است.

(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۵۵ تا ۵۸)

۱۷- **گزینهٔ «۳»** *(سیدرضا اسلامی)*

$$f(x)=(x(x-2))^2$$

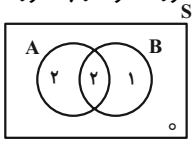
در این تابع $f(-1)=f(3)=9$ است. حال نقاط بحرانی درونی بازهٔ $(-1, 3)$ را می‌یابیم:

$$f'(x)=2x(x-2)(x^2-2x)'=2x(x-2)(2x-2)$$
$$\Rightarrow f'(x)=4x(x-1)(x-2)$$
$$\xrightarrow{f'(x)=0} x=0 \quad \text{یا} \quad x=1 \quad \text{یا} \quad x=2$$

و مقادیر تابع در این نقاط برابر است با: $f(0)=f(2)=0\ ,\ f(1)=1$

پس رابطهٔ مقابل را داریم: $f(0)=f(2)<f(1)<f(-1)=f(3)$

این یعنی تابع در $x=0$ و $x=2$ هم اکسترمم نسبی دارد و هم مطلق، در $x=1$ فقط اکسترمم نسبی دارد و در $x=-1$ و $x=3$ نیز فقط اکسترمم مطلق دارد. پس نمودار ون صورت سؤال را به صورت زیر تکمیل می کنیم:



در نتیجه مجموعهٔ هاشورخورده ۲ عضو دارد.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۸- **گزینهٔ «۴»** *(سیدرضا اسلامی)*

$x=-\frac{\pi}{4}$ یک صفر تابع است، پس ریشهٔ عبارت صورت ضابطه است:

$$a+b\cos(-\frac{\pi}{4})=a+\frac{b}{\sqrt{2}}=0\Rightarrow a=-\frac{b}{\sqrt{2}}$$

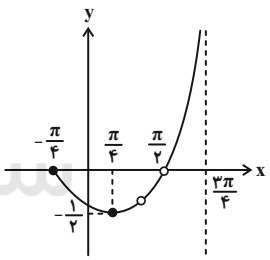
$$\Rightarrow y=\frac{b(\cos x-\frac{1}{\sqrt{2}})}{c+\tan x}$$

مجانب قائم نمودار جایی رخ می‌دهد که حد صورت غیرصفر اما حد مخرج صفر شود. حفره‌ای که در آن حد تابع مخالف صفر است، جایی رخ می‌دهد که حد صورت و مخرج هر دو برابر صفر شوند و اما حفره‌ای که در آن حد تابع صفر است، جایی رخ می‌دهد که حد صورت مخالف صفر اما حد مخرج ∞ شده است. در این تابع دو مدل حفره را داریم. پس در $x=\frac{\pi}{4}$ که حد صورت صفر است، حد مخرج هم باید صفر باشد، پس داریم:

$$c=-\tan\frac{\pi}{4}=-1\Rightarrow y=\frac{b(\cos x-\frac{1}{\sqrt{2}})}{\tan x-1}$$

از طرفی عرض از مبدأ تابع برابر $\sqrt{2}-1$ است.

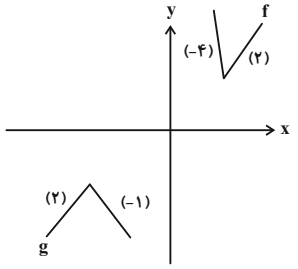
$$\Rightarrow 1-\sqrt{2}=\frac{b(1-\frac{1}{\sqrt{2}})}{0-1}\Rightarrow b=\frac{\sqrt{2}-1}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}}=\sqrt{2}$$



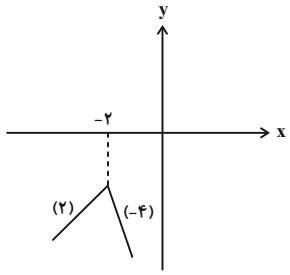
(حسابان ۲- حدهای نامتناهی- حد در بی‌نهایت؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۵۸)

۱۹- **گزینهٔ «۱»** *(سیدرضا اسلامی)*

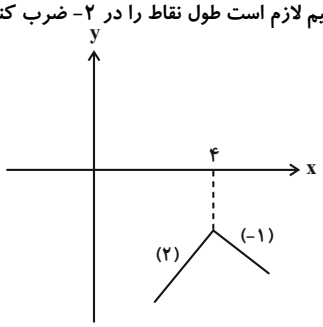
در ابتدا باید شیب نیم‌خط‌ها را تعیین کنیم. ۴ نیم‌خط داریم با سه مقدار شیب، پس شیب نیم‌خط‌ها به صورت زیر است:



حال تبدیلات گفته شده را به ترتیب روی f انجام می‌دهیم. در ابتدا آن را نسبت به مبدأ مختصات قرینه می‌کنیم. پس نمودار آن به صورت زیر است:



پس برای این‌که شیب نیم‌خط‌های نمودار بالا را به شیب نیم‌خط‌های نمودار تابع g تبدیل کنیم لازم است طول نقاط را در ۲- ضرب کنیم که داریم:

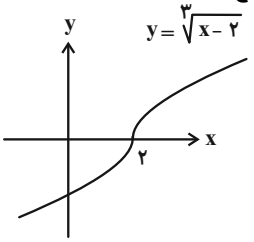


پس $m=-2$ است. حال برای این‌که نمودار بالا را بر g منطبق کنیم، لازم است آن را ۷ واحد به سمت چپ منتقل کنیم. یعنی ۷- واحد به طول آن‌ها اضافه کنیم، این یعنی $n=-7$ است. $\Rightarrow m+n=-9$

(حسابان ۲- تابع؛ صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۲۰- **گزینهٔ «۲»** *(کاظم اجلالی)*

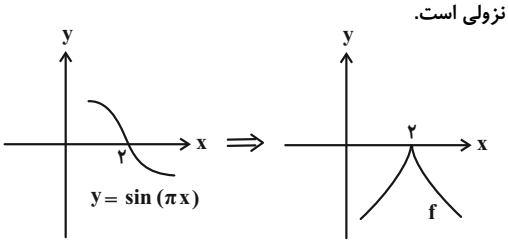
$x=2$ ریشهٔ سادهٔ تابع $y=\sqrt[3]{x-2}$ است.



پس اگر f در $x=2$ اکسترمم داشته باشد، باید عبارت $\sin\frac{\pi x}{m}$ در $x=2$ عامل صفر کننده باشد.

$$\Rightarrow \frac{2\pi}{m}=k\pi\Rightarrow m=\frac{2}{k}\xrightarrow{m\in\mathbb{N}}k=1\text{ یا }2$$

پس m می‌تواند مقادیر طبیعی ۱ یا ۲ باشد. از طرفی برای این‌که f در $x=2$ ماکزیمم باشد نه مینیمم نسبی، لازم است که تابع $y=\sin(\frac{\pi}{m}x)$ در $x=2$ نزولی باشد؛ که این تابع به ازای $m=2$ در $x=2$ نزولی است.



$$\Rightarrow f(x)=\sin(\frac{\pi x}{2})\sqrt[3]{x-2}\Rightarrow f(m+1)=f(3)=\sin(\frac{3\pi}{2})=-1$$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۶)

forum.konkur.in

www.konkur.in

هندسه ۳

۲۱- **گزینهٔ «۴»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۱ & ۴\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}۲ & -۱\\ ۱ & ۴\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}a & ۰\\ ۰ & b\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳ & -۶\\ ۶ & ۱۵\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}a & ۰\\ ۰ & b\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}۳a & -۶b\\ ۶a & ۱۵b\end{bmatrix}\Rightarrow ۹a+۹b=۶\Rightarrow a+b=\frac{۲}{۳}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۰ تا ۲۱)

۲۲- **گزینهٔ «۴»** *(سوگند روشنی)*

با توجه به فرض سؤال $A\neq I$ و در نتیجه $A-I\neq\bar{O}$ است، پس می‌توانیم طرفین رابطهٔ داده شده را در $(A-I)$ ضرب کنیم.

$$(A-I)(A^۳+A^۲+A+I)=(A-I)\times\bar{O}$$

$$\Rightarrow A^۴-I=\bar{O}\Rightarrow A^۴=I$$

می‌دانیم به ازای $n\geq ۴$ ، $n!$ همواره مضرب ۴ است، پس داریم:

$$A^۴=I\xrightarrow{\text{به توان } ۳!}A^{۴!}=I\xrightarrow{\text{به توان } ۵}A^{۵!}=I$$

$$\rightarrow\ldots\rightarrow A^{۱۴۰۲!}=I$$

$$A^{۴!}+A^{۵!}+\ldots A^{۱۴۰۲!}=\underbrace{I+I+\ldots+I}_{\text{۱۳۹۹ جمله}}=۱۳۹۹I$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

۲۳- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

$$A^۲=A\xrightarrow{\times A}A^۳=A^۲=A\Rightarrow A^۴=A$$

بنابراین $A^۴=A^۲$ است و در نتیجه داریم:

$$A^۲(A+I)^۴=A^۴(A+I)^۴=(A^۲+AI)^۴=(A+A)^۴=(۲A)^۴$$

$$|(۲A)^۴|=|۲^۴A|=(۲^۴)^۳\,|A|=۲^{۱۲}\,|A|$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۴- **گزینهٔ «۴»** *(علی ایمانی)*

فرض کنید $A=\begin{bmatrix}x & ۰ & ۰\\ ۰ & x & ۰\\ ۰ & ۰ & x\end{bmatrix}$ باشد، در این صورت داریم:

$$A+۲I=\begin{bmatrix}x+۲ & ۰ & ۰\\ ۰ & x+۲ & ۰\\ ۰ & ۰ & x+۲\end{bmatrix}\Rightarrow|A+۲I|=(x+۲)^۳$$

$$|A+۲I|=|A|+۲۶\Rightarrow(x+۲)^۳=x^۳+۲۶$$

$$\Rightarrow x^۳+۶x^۲+۱۲x+۸=x^۳+۲۶$$

$$\Rightarrow ۶x^۲+۱۲x-۱۸=۰\xrightarrow{\div ۶}x^۲+۲x-۳=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\ x=-۳\end{cases}$$

$$|A|=x^۳\Rightarrow\begin{cases}|A|=۱\\ |A|=-۲۷\end{cases}\Rightarrow|A|\text{ مجموع مقادیر }=-۲۶$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

۲۵- **گزینهٔ «۲»** *(افشین خاصه‌خان)*

$$C:(x+۱)^۲+(y-۳)^۲=۱\Rightarrow O_۱=(-۱,۳)\ ,\ r_۱=۱$$

$$C':(x-۲)^۲+(y+۱)^۲=۵-a\Rightarrow O_۲=(۲,-۱)\ ,\ r_۲=\underbrace{\sqrt{۵-a}}_{a<۵}$$

$$O_۱O_۲=\sqrt{(-۱-۲)^۲+(۳+۱)^۲}=۵$$

شرط متقاطع بودن دو دایره آن است که:

$$|r_۱-r_۲|<O_۱O_۲<r_۱+r_۲\Rightarrow|\sqrt{۵-a}-۱|<۵<\sqrt{۵-a}+۱$$

$$\begin{cases}\sqrt{۵-a}>۴\Rightarrow ۵-a>۱۶\Rightarrow a<-۱۱ & (۱)\\ -۵<\sqrt{۵-a}-۱<۵\Rightarrow\sqrt{۵-a}<۶\\ \Rightarrow ۵-a<۳۶\Rightarrow a>-۳۱ & (۲)\end{cases}$$

$$(۱)\cap(۲)\Rightarrow-۳۱<a<-۱۱$$

بنابراین مقادیر صحیح a عبارت‌اند از $-۳۰\ ,\ -۲۹\ ,\ \ldots\ ,\ -۱۲$ که شامل ۱۹ مقدار است.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۰ تا ۴۶)

۲۶- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$۲c=FF'=|۲-(-۳)|=۵\Rightarrow c=\frac{۵}{۲}$$

$$۲a=MF+MF'=\sqrt{(۱-۳)^۲+(۲-۱)^۲}+\sqrt{(۱-۳)^۲+(-۳-۱)^۲}$$

$$=\sqrt{۵}+۲\sqrt{۵}=۳\sqrt{۵}\Rightarrow a=\frac{۳\sqrt{۵}}{۲}$$

$$a^۲=b^۲+c^۲\Rightarrow\frac{۴۵}{۴}=b^۲+\frac{۲۵}{۴}\Rightarrow b^۲=\frac{۲۰}{۴}=۵$$

$$\Rightarrow b=\sqrt{۵}\Rightarrow\text{طول قطر کوچک بیضی}=۲b=۲\sqrt{۵}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

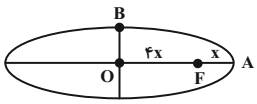
۲۷- **گزینهٔ «۳»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

ابتدا می‌دانیم که حدکثر مساحت مثلث MFF' هنگامی است که M روی B قرار گیرد، یعنی:

$$S=\frac{۲c\times b}{۲}=bc\Rightarrow bc=۴۸$$

$$OF=۴x\ ,\ FA=x\Rightarrow a=۵x\ ,\ c=۴x$$

از طرفی طبق فرض داریم:



$$a^۲=b^۲+c^۲\Rightarrow(۵x)^۲=b^۲+(۴x)^۲\Rightarrow b^۲=۹x^۲\Rightarrow b=۳x$$

$$bc=۴۸\Rightarrow(۳x)(۴x)=۴۸\Rightarrow ۱۲x^۲=۴۸\Rightarrow x^۲=۴\Rightarrow x=۲$$

$$\text{طول قطر کوچک}=۲b=۲(۳\times۲)=۱۲$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ و ۴۸)

۲۸- **گزینهٔ «۳»** *(احمدرضا فلاح)*

$$\overset{\Delta}{OA'B'}:A'B'^۲=OA'^۲+OB'^۲=a^۲+b^۲\Rightarrow A'B'=\sqrt{a^۲+b^۲}$$

طبق فرض سؤال داریم:

$$A'B'=a+c\Rightarrow\sqrt{a^۲+b^۲}=a+c\xrightarrow{\text{به توان } ۲}$$

$$a^۲+b^۲=(a+c)^۲\Rightarrow a^۲+(a^۲-c^۲)=a^۲+c^۲+۲ac$$

$$\Rightarrow ۲c^۲+۲ac-a^۲=۰\xrightarrow{\div a^۲}۲(\frac{c}{a})^۲+۲(\frac{c}{a})-۱=۰$$

با حل معادله از روش Δ داریم:

$$\Delta=۲^۲-۴(۲)(-۱)=۱۲$$

$$\frac{c}{a}=\frac{-۲\pm۲\sqrt{۳}}{۴}\Rightarrow\begin{cases}\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{۳}-۱}{۲}\\ \frac{c}{a}=\frac{-\sqrt{۳}-۱}{۲}<۰\end{cases}\quad\text{غ ق ق}$$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۴۷ تا ۴۹)

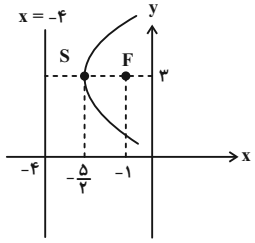
forum.konkur.in

www.konkur.in

۲۹- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

منحنی S یک سهمی به کانون $F(-۱ , ۳)$ و خط هادی $x=-۴$ است.

مطابق شکل رأس سهمی، نقطهٔ $S(-\frac{۵}{۲} , ۳)$ و فاصلهٔ کانونی سهمی $a=\frac{۳}{۲}$ است. دهانهٔ سهمی رو به راست باز می‌شود و معادلهٔ آن به صورت زیر است:



$$(y-۳)^۲=۴(\frac{۳}{۲})(x+\frac{۵}{۲})\Rightarrow (y-۳)^۲=۶x+۱۵$$

$$\xrightarrow{x=۰}(y-۳)^۲=۱۵\Rightarrow y-۳=\pm\sqrt{۱۵}\Rightarrow y=۳\pm\sqrt{۱۵}$$

فاصلهٔ دو نقطه $=|y_۱-y_۲|=|(۳+\sqrt{۱۵})-(۳-\sqrt{۱۵})|=۲\sqrt{۱۵}$

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۳۰- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

ابتدا معادلهٔ سهمی را به حالت متعارف تبدیل می‌کنیم:

$$x^۲+۲x=-۴y-۹\xrightarrow{+۱}x^۲+۲x+۱=-۴y-۸$$

$$\Rightarrow (x+۱)^۲=-۴(y+۲)$$

سهمی رو به پایین باز می‌شود. رأس آن نقطهٔ $S(-۱ , -۲)$ و فاصلهٔ کانونی آن $a=۱$ است و داریم:

کانون سهمی : $F(h , k-a)=(-۱ , -۳)$

نقاط A و F به یک فاصله هستند که روی عمودمنصف پاره‌خط AF قرار داشته باشند. اگر M وسط AF باشد، آن‌گاه داریم:

$$M=\frac{A+F}{۲}=(۱ , ۱)$$

$$m_{AF}=\frac{-۳-۵}{-۱-۳}=۲\Rightarrow m_d=-\frac{۱}{۲}$$

معادلهٔ خط d (عمودمنصف AF) به صورت زیر است:

$$y-۱=-\frac{۱}{۲}(x-۱)\Rightarrow ۲y-۲=-x+۱\Rightarrow ۲y=-x+۳$$

نقطهٔ تلاقی این خط و سهمی را پیدا می‌کنیم:

$$x^۲+۲x+۲(-x+۳)+۹=۰\Rightarrow x^۲+۱۵=۰$$

معادله جواب ندارد، پس چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

(هندسه ۳- آشنایی با مقاطع مخروطی؛ صفحه‌های ۵۰ تا ۵۶)

۳۱- **گزینهٔ «۳»** *(افشین خاصه‌خان)*

در ناحیهٔ ۸، علامت x مثبت و علامت‌های y و z منفی است، پس داریم:

$$\begin{cases} a>۰ \\ ۱-a<۰\Rightarrow a>۱ \\ ۲a-۷<۰\Rightarrow a<\frac{۷}{۲} \end{cases}$$

اشتراک جواب‌ها به صورت $۱<a<\frac{۷}{۲}$ است.

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحهٔ ۶۴)

۳۲- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین ابومحبوب)*

$$|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^۲=|\vec{a}|^۲+|\vec{b}|^۲+|\vec{c}|^۲+۲(\vec{a}.\vec{b}+\vec{b}.\vec{c}+\vec{c}.\vec{a})$$

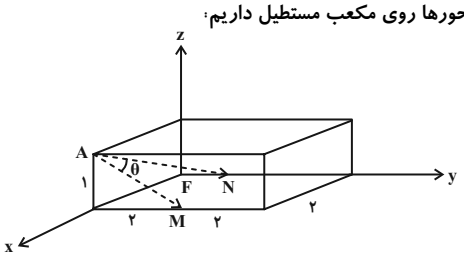
$$=۲^۲+۴^۲+۱^۲+۲(۲\times۴\times\frac{۱}{۲}+۴\times۱\times\frac{۱}{۲}+۱\times۲\times\frac{۱}{۲})$$

$$=۴+۱۶+۱+۲(۴+۲+۱)=۳۵\Rightarrow|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{۳۵}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۷۹)

۳۳- **گزینهٔ «۱»** *(فرشاد صدیقی‌فر)*

با متناظر کردن محورها روی مکعب مستطیل داریم:



$A(۲ , ۰ , ۱)$

$M(۲ , ۲ , ۰)$

$N(۰ , ۲ , ۰)$

اگر θ زاویهٔ بین خطوط AM و AN باشد، آن‌گاه داریم:

$$\left.\begin{matrix}\overrightarrow{AM}=(۰ , ۲ , -۱)\\ \overrightarrow{AN}=(-۲ , ۲ , -۱)\end{matrix}\right\}\Rightarrow\cos\theta=\frac{\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}}{|\overrightarrow{AM}||\overrightarrow{AN}|}=\frac{۰+۴+۱}{\sqrt{۵}\times\sqrt{۹}}=\frac{\sqrt{۵}}{۳}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۳۴- **گزینهٔ «۱»** *(علی ایمانی)*

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{۱}{۲}|\vec{a}\times\vec{b}|=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=۳\sqrt{۳}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^۲+(\vec{a}.\vec{b})^۲=|\vec{a}|^۲|\vec{b}|^۲\Rightarrow ۲۷+(\vec{a}.\vec{b})^۲=۹\times۴$$

$$\Rightarrow(\vec{a}.\vec{b})^۲=۹\xrightarrow{\vec{a}.\vec{b}>۰}\vec{a}.\vec{b}=۳$$

$$|۳\vec{a}-۲\vec{b}|^۲=۹|\vec{a}|^۲-۱۲\vec{a}.\vec{b}+۴|\vec{b}|^۲=۹\times۹-۱۲\times۳+۴\times۴$$

$$\Rightarrow|۳\vec{a}-۲\vec{b}|^۲=۶۱\Rightarrow|۳\vec{a}-۲\vec{b}|=\sqrt{۶۱}$$

اگر زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $۳\vec{a}-۲\vec{b}$ برابر θ باشد، آن‌گاه داریم:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}.(۳\vec{a}-۲\vec{b})}{|\vec{a}||۳\vec{a}-۲\vec{b}|}=\frac{۳|\vec{a}|^۲-۲\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}||۳\vec{a}-۲\vec{b}|}=\frac{۳\times۹-۲\times۳}{۳\times\sqrt{۶۱}}$$

$$\Rightarrow\cos\theta=\frac{۲۱}{۳\sqrt{۶۱}}=\frac{۷}{\sqrt{۶۱}}$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

۳۵- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

اگر بردار $\vec{b}'$ تصویر قائم بردار $\vec{b}$ بر امتداد بردار $\vec{a}$ باشد، آن‌گاه داریم:

$$|\vec{b}'|=\frac{|\vec{b}.\vec{a}|}{|\vec{a}|}\Rightarrow ۱/۵=\frac{|\vec{a}.\vec{b}|}{۶}\Rightarrow|\vec{a}.\vec{b}|=۹$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}|^۲+(\vec{a}.\vec{b})^۲=|\vec{a}|^۲|\vec{b}|^۲\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|^۲+۹^۲=۶^۲\times۳^۲$$

$$\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۲۴۳$$

حجم متوازی‌السطوحی که روی سه بردار $\vec{a}$، $\vec{b}$ و $\vec{a}\times\vec{b}$ بنا می‌شود، برابر است با:

$$V=|(\vec{a}\times\vec{b}).(\vec{a}\times\vec{b})|=|\vec{a}\times\vec{b}|^۲=۲۴۳$$

(هندسه ۳- بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۴)

forum.konkur.in

www.konkur.in

ریاضیات گسسته

۳۶- **گزینهٔ «۳»** (احمدرضا فلاح)

می‌دانیم در تقسیم عدد صحیح a بر عدد طبیعی b، اعداد منحصربه‌فرد r و q وجود دارند که: $a = bq + r$. در این رابطه r باقی‌مانده و $0 \le r < b$ می‌باشد. بنابراین حداکثر مقدار r از رابطهٔ $r_{max} = b - 1$ حاصل می‌شود. طبق فرض داریم: $a = b \times 8 + b - 1 \Rightarrow a = 9b - 1$

$$\xrightarrow{a \text{ دو رقمی است.}} 10 \le 9b - 1 \le 99 \xrightarrow{+1} 11 \le 9b \le 100$$
$$\Rightarrow b = 2, 3, \dots, 11$$

بنابراین ۱۰ مقدار برای b وجود دارد.

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۱۴)

۳۷- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

$$12^n + 15 \overset{7}{\equiv} 0 \Rightarrow 5^n + 1 \overset{7}{\equiv} 0 \Rightarrow 5^n \overset{7}{\equiv} -1$$

بنابراین باید توانی از ۵ را پیدا کنیم که در تقسیم بر ۷ باقی‌مانده ۶ به ما می‌دهد.

$$5^2 \overset{7}{\equiv} 4 \xrightarrow{\times 5} 5^3 \overset{7}{\equiv} 20 \overset{7}{\equiv} -1$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان } 2k+1 \text{ می‌رسانیم.}} 5^{6k+3} \overset{7}{\equiv} -1$$

بنابراین $n = 6k + 3$ و یا به عبارتی n عددی است که در تقسیم بر ۶ باقی‌مانده ۳ به ما می‌دهد و بزرگ‌ترین مقدار طبیعی دو رقمی آن ۹۹ است.

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۳)

۳۸- **گزینهٔ «۴»** (محسن بهرام‌پور)

ابتدا حساب می‌کنیم اول شهریور ماه چند شنبه است:

$$x \overset{7}{\equiv} \underbrace{(31-12)}_{\text{اردیبهشت}} + \underbrace{(3 \times 31)}_{\text{خرداد، تیر، مرداد}} + 1 \overset{7}{\equiv} 113 \overset{7}{\equiv} 1$$

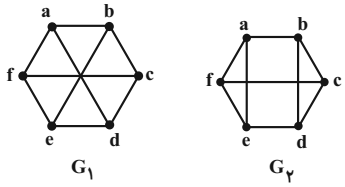
بنابراین اول شهریور ماه، دوشنبه است. در نتیجه اولین چهارشنبه شهریور سوم است. حال ۷ تا ۷ جلو می‌رویم تا به آخرین چهارشنبه برسیم؛

شهریور $3 + 4 \times 7 = 31$

(ریاضیات گسسته – آشنایی با نظریهٔ اعداد؛ صفحهٔ ۲۴)

۳۹- **گزینهٔ «۴»** (امیرحسین ابومحبوب)

دو گراف ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ قابل رسم است که در شکل زیر با نام‌های G_1 و G_2 مشخص شده‌اند.



گراف G_1 فقط دورهایی به طول ۴ یا ۶ دارد و فاقد دور به طول فرد است، ولی برای گراف G_2 داریم:

دورهای به طول ۳: $aefa$, $bcdb$

دورهای به طول ۵:

$abcdea$, $abdefa$, $abdcfa$, $abcfea$, $afcdea$, $bcfedb$

یعنی این گراف ۲ دور به طول ۳ و ۶ دور به طول ۵ (با حذف هر یک از رأس‌ها، دوری به طول ۵ حاصل می‌شود) و در مجموع ۸ دور به طول فرد دارد.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحهٔ ۳۸)

۴۰- **گزینهٔ «۳»** (امیرحسین ابومحبوب)

مجموعهٔ همسایگی بستهٔ هر رأس گراف، علاوه بر رأس‌های مجاور با آن رأس، شامل خود آن رأس نیز می‌شود، پس درجهٔ هر رأس این گراف برابر ۳ و در نتیجه گراف ۳- منتظم است. برای گراف G داریم:

$$2q = 3p \Rightarrow q = \frac{3p}{2}$$

در نتیجه تعداد یال‌های گراف $\bar{G}$، برابر است با: $\frac{p(p-1)}{2} - \frac{3p}{2}$

$$q(\bar{G}) - q(G) = 30 \Rightarrow \left(\frac{p(p-1)}{2} - \frac{3p}{2}\right) - \frac{3p}{2} = 30$$
$$\xrightarrow{\times 2} p(p-1) - 3p - 3p = 60 \Rightarrow p^2 - 7p - 60 = 0$$
$$\Rightarrow (p-12)(p+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} p = 12 \\ p = -5 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$
$$d_G(v) + d_{\bar{G}}(v) = p - 1 \Rightarrow 3 + d_{\bar{G}}(v) = 12 - 1 \Rightarrow d_{\bar{G}}(v) = 8$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۴۱- **گزینهٔ «۲»** (امیرحسین ابومحبوب)

چون $\gamma(G) = 1$ است، پس حتماً گراف G دارای رأس فول (رأس از درجهٔ ۸) است و چون گراف G فقط دارای ۲ مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم است، پس این گراف تنها دو رأس فول دارد. با توجه به این‌که سایر رأس‌های گراف با این دو رأس مجاور هستند، پس مینیمم درجهٔ ممکن در برای ۷ رأس دیگر برابر ۲ است. چون گراف نمی‌تواند به تعداد فرد، رأس درجهٔ فرد داشته باشد، پس در حالت‌هایی که بیشترین و کمترین تعداد یال‌ها را داشته باشند، درجهٔ رأس‌ها به صورت زیر است:

حالت ماکزیمم: $8, 8, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6$

حالت مینیمم: $8, 8, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 2$

$$2q_{max} = 2 \times 8 + 6 \times 7 + 6 = 64 \Rightarrow q_{max} = 32$$
$$2q_{min} = 2 \times 8 + 7 \times 2 = 30 \Rightarrow q_{min} = 15$$
$$q_{max} - q_{min} = 32 - 15 = 17$$

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۳۹، ۴۰ و ۴۴)

۴۲- **گزینهٔ «۴»** (احمدرضا فلاح)

در گراف، با حداقل اندازه، یک رأس را منفرد در نظر گرفته و برای هفت رأس دیگر یک رأس را با درجه ۶ در نظر می‌گیریم:

$q_{min} = 6$

و در گراف با حداکثر یال کافی است گراف ۶- منتظم مرتبهٔ ۸ را در نظر بگیریم که دارای $\frac{8 \times 6}{2} = 24$ یال است. $q_{max} + q_{min} = 24 + 6 = 30$

توجه: اگر گراف مرتبهٔ ۸، درجهٔ رأسی برابر ۷ (رأس فول) باشد، آن‌گاه در این گراف $\gamma = 1$ است.

(ریاضیات گسسته – گراف و مدل‌سازی؛ صفحه‌های ۴۳ تا ۵۰)

۴۳- **گزینهٔ «۱»** (سوگند روشنی)

یک حرف y را وسط قرار می‌دهیم. سپس ۳ حرف x و ۳ حرف y در یک سمت آن (مثلاً سمت چپ) $\frac{6!}{3!3!} = 20$ حالت جابه‌جایی دارند و در سمت دیگر (سمت راست) فقط ۱ حالت اتفاق می‌افتد.

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۶۱)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۴۴- **گزینهٔ «۲»** *(سوگند روشنی)*

$a^2+ab+ac=a(a+b+c)=15$

چون مقادیر a، b و c طبیعی‌اند، پس $a<a+b+c$ و در نتیجه a از بین مقسوم‌علیه‌های ۱۵، فقط مقادیر ۱ و ۳ را می‌پذیرد:

$a=1\Rightarrow b+c=14\Rightarrow$ تعداد جواب‌های طبیعی $:\binom{13}{1}=13$

$a=3\Rightarrow b+c=2\Rightarrow$ تعداد جواب‌های طبیعی $:\binom{1}{1}=1$

تعداد کل جواب‌ها: $13+1=14$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحه‌های ۵۹ تا ۶۱)

۴۵- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

فرض می‌کنیم $a\to m$، لذا برای مربع لاتین دوم خواهیم داشت:

			۱
۲			
m		۳	
	x		m

عدد m، مقادیر ۱، ۲ و ۳ را نمی‌تواند بپذیرد. در نتیجه ۴ است و خواهیم داشت:

۳	۲	۴	۱
۲	۴	۱	۳
۴	۱	۳	۲
۱	۳	۲	۴

بنابراین $x=3$ است.

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحهٔ ۶۴)

۴۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد صحت‌کار)*

تنها حالت ممکن برای پُر کردن خانه‌های خالی این مربع لاتین مطابق شکل زیر است. بنابراین حاصل جمع اعداد در خانه‌های رنگی برابر است با:

$1+1+4=6$

۴	۱	۲	۳
۱	۳	۴	۲
۳	۲	۱	۴
۲	۴	۳	۱

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

۴۷- **گزینهٔ «۱»** *(محمد صحت‌کار)*

تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه مهره‌ها به مجموعه جعبه‌ها با شرط این‌که دقیقاً یک مهره در جعبهٔ اول باشد. پس باید ابتدا تعداد یک مهره در جعبهٔ اول قرار دهیم و سپس تعداد توابع یک‌به‌یک از مجموعه ۲ عضوی مهره‌های باقی‌مانده به مجموعه ۴ عضوی جعبه‌های دیگر را حساب کنیم. بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب:

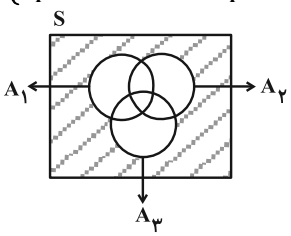
$$\binom{3}{1}\times P(4,2)=3\times\frac{4!}{2!}=36$$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحهٔ ۷۸)

۴۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد صحت‌کار)*

تعداد کل حالت‌ها برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3=5$ و تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با تعداد جواب‌هایی از این معادله که در آن‌ها هیچ کدام از x_i ها برابر ۱ نباشد.

$$\begin{cases} A_i=\{(x_1,x_2,x_3): x_1+x_2+x_3=5, x_i=1\} \\ x_i\in Z \quad , \quad x_i\geq 0 \end{cases}$$



تعداد حالت‌های مطلوب $=|A_1'\cap A_2'\cap A_3'|=|S|-|A_1\cup A_2\cup A_3|$

$$=\binom{7}{2}-\left[\binom{5}{1}+\binom{5}{1}+\binom{5}{1}-1-1-1+0\right]$$

$$=21-(15-3)=21-12=9$$

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحه‌های ۷۴ تا ۷۶)

۴۹- **گزینهٔ «۳»** *(سوگند روشنی)*

می‌دانیم اگر دو عدد زوج خارج شود، حاصل‌ضرب مضرب ۴ است بنابراین چون ۲۵ عدد فرد داریم، اگر $25+2=27$ عدد خارج شود، قطعاً دو عدد زوج خارج شده است.

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحهٔ ۸۰)

۵۰- **گزینهٔ «۴»** *(محمد صحت‌کار)*

برای انتخاب ۳ مهره از میان ۵ مهره، $\binom{5}{3}=10$ حال امکان‌پذیر است که مجموع ۳ عدد انتخاب شده مطابق جدول زیر می‌تواند اعداد ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ باشد:

حاصل جمع	اعداد انتخاب شده
۶	$\{1,2,3\}$
۷	$\{1,2,4\}$
۸	$\{1,2,5\}$, $\{1,3,4\}$
۹	$\{1,3,5\}$, $\{2,3,4\}$
۱۰	$\{1,4,5\}$, $\{2,3,5\}$
۱۱	$\{2,4,5\}$
۱۲	$\{3,4,5\}$

بنابراین حاصل جمع اعداد انتخاب شده ۷ عدد مختلف می‌تواند باشد و براساس اصل لانهٔ کبوتری اگر حداقل $8=1+7$ بار این آزمایش را تکرار کنیم آن‌گاه یقین خواهیم داشت که دست کم ۲ بار حاصل جمع اعداد انتخاب شده با هم برابر است.

(ریاضیات گسسته – ترکیبیات (شمارش)؛ صفحهٔ ۸۰)

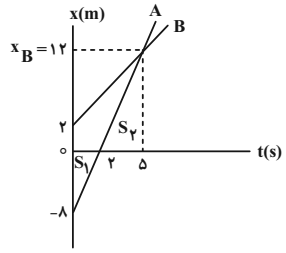
forum.konkur.in

www.konkur.in

فیزیک ۳

۵۱- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

روش اول: با توجه به نمودار مکان- زمان داده شده، متحرک A در لحظهٔ $t = ۲s$ از مبدأ مکان می‌گذرد. بنابراین کافی است معادلهٔ مکان- زمان متحرک B را بیابیم و در معادله به جای t مقدار آن یعنی $۲s$ را قرار دهیم. به همین منظور از تشابه مثلث‌های $S_۱$ و $S_۲$ استفاده می‌کنیم:



$$\frac{x_B}{۸} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow x_B = ۱۲m$$

سرعت متحرک B برابر شیب خط B می‌باشد که برابر است با:

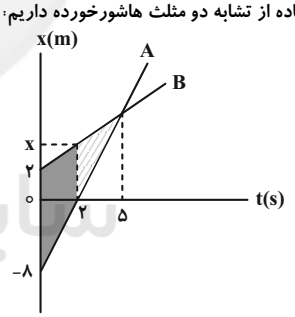
$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{۱۲-۲}{۵-۰} = ۲\frac{m}{s}$$

در آخر با استفاده از معادلهٔ مکان- زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x_B = v_B t + x_{۰B} \xrightarrow[v_B = ۲\frac{m}{s}]{x_{۰B} = ۲m} x_B = ۲t + ۲$$

$$\xrightarrow{t=۲s} x_B = (۲\times ۲) + ۲ = ۶m$$

روش دوم: با استفاده از تشابه دو مثلث هاشورخورده داریم:



$$\frac{x}{۱۰} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow x = ۶m$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۵)

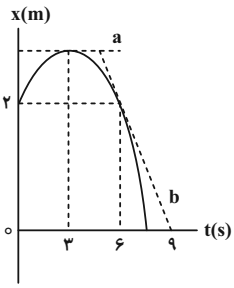
۵۲- **گزینهٔ «۴»** *(حسام نادری)*

برای پاسخ دادن به این سوال لازم است بدانیم:

۱) ۳ ثانیهٔ دوم یعنی، بازهٔ زمانی $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۶s$

۲) شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است.

بنابراین، ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم. مطابق شکل زیر در لحظهٔ $t_۱ = ۳s$، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ برابر صفر است، لذا $v_۳ = ۰$ می‌باشد. برای لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ سرعت متحرک برابر است با:



$$v_{۳s} = a \text{ شیب خط} = ۰ \Rightarrow v_۳ = ۰$$

$$v_{۶s} = b \text{ شیب خط} = \frac{۰-۱۲}{۹-۶} \Rightarrow v_{۶s} = -۴\frac{m}{s}$$

با داشتن $v_{۳s}$ و $v_{۶s}$، شتاب متوسط را به صورت زیر می‌یابیم:

$$a_{av} = \frac{v_{۶s} - v_{۳s}}{\Delta t} = \frac{-۴-۰}{۶-۳} \Rightarrow a_{av} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۳- **گزینهٔ «۲»** *(علیرضا گونه)*

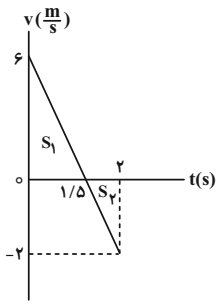
ابتدا با مقایسهٔ معادلهٔ مکان- زمان متحرک با فرم کلی معادلهٔ حرکت با شتاب ثابت بر روی خط راست، معادلهٔ سرعت- زمان متحرک را به‌دست می‌آوریم و سپس سرعت در لحظهٔ $t = ۲s$ و همچنین لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \\ x = -۲t^۲ + ۶t - ۴ \end{cases} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = -۲ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۶ \xrightarrow{t=۲s} v = (-۴\times ۲) + ۶ = -۲\frac{m}{s}$$

$$v = -۴t + ۶ \xrightarrow{v=۰} ۰ = -۴t + ۶ \Rightarrow t = ۱/۵s$$

اکنون نمودار سرعت- زمان متحرک را رسم می‌کنیم و مسافت طی شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت را با استفاده از مساحت زیر نمودار سرعت- زمان، به‌دست می‌آوریم:



$$\ell = |S_۱| + |S_۲| = \left|\frac{۱/۵\times ۶}{۲}\right| + \left|\frac{۰/۵\times(-۲)}{۲}\right| \Rightarrow \ell = ۵m$$

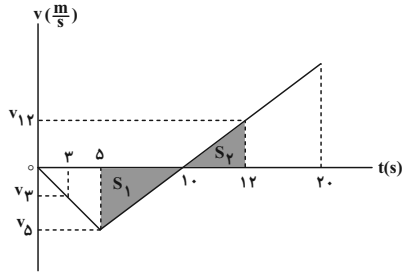
(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۵۴- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از ۵s تا ۲۰s نسبت سرعت در لحظهٔ ۱۲s را به سرعت در لحظهٔ ۵s، می‌یابیم:



$$\frac{|v_5|}{5}=\frac{v_{12}}{2}\Rightarrow v_{12}=0/4|v_5|$$

اکنون با استفاده از مساحت زیر نمودار $v-t$ و جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی ۵s تا ۱۲s، $|v_5|$ را می‌یابیم:

$$\Delta x=S_2-S_1=\frac{v_{12}\times 2}{2}-\frac{|v_5|\times 5}{2}\xrightarrow[\Delta x=-21m]{v_{12}=0/4|v_5|}$$

$$-21=0/4|v_5|-2/5|v_5|\Rightarrow -21=-2/1|v_5|\Rightarrow|v_5|=10\frac{m}{s}$$

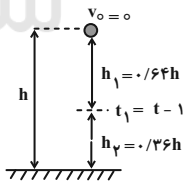
در آخر با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ ۵s، تندی متحرک در لحظهٔ ۳s را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{|v_3|}{3}=\frac{|v_5|}{5}\xrightarrow{|v_5|=10\frac{m}{s}}\frac{|v_3|}{3}=\frac{10}{5}\Rightarrow|v_3|=6\frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۵۵- **گزینهٔ «۴»** *(علیرضا گونه)*

چون متحرک در ثانیهٔ آخر حرکتش ۳۶ درصد کل جابه‌جایی سقوط آزادش را طی کرده است، بنابراین، تا لحظهٔ $(t-1)$ ثانیه به اندازهٔ ۶۴ درصد از کل جابه‌جایی سقوط آزاد را طی می‌کند. در این حالت با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$h_1=\frac{1}{2}gt_1^2\Rightarrow 0/64h=\frac{1}{2}g(t-1)^2$$

$$\xrightarrow{h=\frac{1}{2}gt^2}0/64\times\frac{1}{2}gt^2=\frac{1}{2}g(t-1)^2$$

$$\Rightarrow 0/64t^2=(t-1)^2\xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}}$$

$$0/8t=t-1\Rightarrow 1=0/2t\Rightarrow t=5s$$

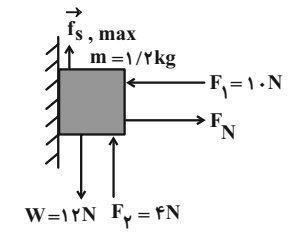
با داشتن زمان کل حرکت، ارتفاع h به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$h=\frac{1}{2}gt^2\xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{t=5s}h=\frac{1}{2}\times 10\times 25=125m$$

(فیزیک ۳ – حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۵۶- **گزینهٔ «۲»** *(عبدالرضا امینی‌نسب)*

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و بیشینهٔ نیروی اصطکاک در آستانهٔ حرکت را می‌یابیم:

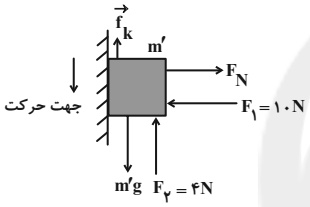


$$F_{net,x}=0\Rightarrow F_N=F_1=10N\Rightarrow F_N=10N$$

$$f_{s,max}=\mu_s.F_N\xrightarrow{\mu_s=0/8}f_{s,max}=0/8\times 10=8N$$

$$W=mg=1/2\times 10=12N$$

در این وضعیت جسم در آستانهٔ حرکت به سمت پایین است. زیرا، برایند نیروهای $\vec{F}_2$ و $m\vec{g}$ برابر ۸N و به سمت پایین است.



اگر جرم جسم بعد از کاهش جرم را m' فرض کنیم، با استفاده از قانون دوم نیوتون m' را می‌یابیم و سپس کاهش جرم را حساب می‌کنیم. دقت کنید، چون در راستای افقی نیروها تغییر نکرده‌اند، $F_N=10N$، ثابت می‌ماند.

$$f_k=\mu_k.F_N\xrightarrow[F_N=10N]{\mu_k=0/4}f_k=0/4\times 10=4N$$

$$F_{net,y}=m'a_y\Rightarrow m'g-F_2-f_k=m'a_y$$

$$\xrightarrow[F_2=4N]{a_y=2\frac{m}{s^2}\ ,\ f_k=4N}m'\times 10-4-4=m'\times 2$$

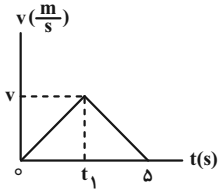
$$\Rightarrow 8m'=8\Rightarrow m'=1kg$$

$$\Delta m=m-m'\xrightarrow{m=1/2kg}\Delta m=1/2-1=0/2kg=200g$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۳)

۵۷- **گزینهٔ «۲»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

در ابتدا حرکت آسانسور تندشونده و در ادامه تا توقف، کندشونده و در هر دو مرحله شتاب ثابت است. بنابراین، ابتدا شتاب آسانسور در مرحلهٔ حرکت کندشونده را پیدا می‌کنیم. به همین منظور، با رسم نمودار سرعت- زمان و استفاده از سطح زیر نمودار آن بیشینهٔ سرعت را می‌یابیم:



forum.konkur.in

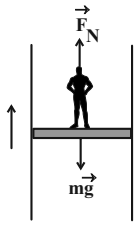
www.konkur.in

$$\Delta x = S = \frac{۵\times v}{۲} \xrightarrow{\Delta x=۱۵m} ۱۵ = \frac{۵v}{۲} \Rightarrow v = ۶\frac{m}{s}$$

$$v = a_۱t_۱ + v_۰ \xrightarrow[a_۱=۲\frac{m}{s^۲}]{v_۰=۰\ ,\ v=۶\frac{m}{s}} ۶ = ۲t_۱ + ۰ \Rightarrow t_۱ = ۳s$$

$$a_۲ = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰-v}{۵-t_۱} \xrightarrow[v=۶\frac{m}{s}]{t_۱=۳s} a_۲ = \frac{۰-۶}{۵-۳} = -۳\frac{m}{s^۲}$$

اکنون به صورت زیر $F_N - F'_N$ را پیدا می‌کنیم.



مرحلهٔ تندشونده $\Rightarrow F_N - mg = ma_۱$ (۱)

مرحلهٔ کندشونده $\Rightarrow F'_N - mg = ma_۲$ (۲)

طرفین رابطه‌های (۱) و (۲) را از هم کم می‌کنیم:

$$F_N - mg - (F'_N - mg) = ma_۱ - ma_۲$$

$$F_N - mg - F'_N + mg = m(a_۱ - a_۲)$$

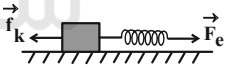
$$\xrightarrow[a_۲=-۳\frac{m}{s^۲}]{a_۱=۲\frac{m}{s^۲}\ ,\ m=۷۵kg} F_N - F'_N = ۷۵\times(۲-(-۳))$$

$$\Rightarrow F_N - F'_N = ۷۵\times۵ = ۳۷۵N$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۳۹)

۵۸- **گزینهٔ «۳»** *(محمدعلی راست‌پیمان)*

چون در حالت اول جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه داده است، نیروی اصطکاک جنبشی بر آن وارد شده است. بنابراین اگر طول اولیهٔ فنر را $L_۱$ فرض کنیم، با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:

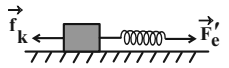


(۱)

$$F_{net} = ۰ \Rightarrow F_e - f_k = ۰ \xrightarrow{F_e=kx}$$

$$kx = f_k \xrightarrow{x=۲۵-L_۱} f_k = k(۲۵-L_۱)$$

در حالت دوم که جسم با شتاب ثابت $a = ۱\frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد، نیروی اصطکاک جنبشی ثابت و همان مقدار قبلی است. بنابراین با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:



(۲)

$$F_{net} = ma \Rightarrow F'_e - f_k = ma \xrightarrow{F'_e=kx'} kx' - f_k = ma$$

$$\xrightarrow[m=۲kg\ ,\ f_k=k(۲۵-L_۱)]{x'=۲۷/۵-L_۱\ ,\ a=۱\frac{m}{s^۲}} k\times(۲۷/۵-L_۱) - k\times(۲۵-L_۱) = ۲\times۱$$

$$۲۷/۵k - kL_۱ - ۲۵k + kL_۱ = ۲ \Rightarrow ۲/۵k = ۲$$

$$\Rightarrow k = \frac{۲}{۲/۵}\frac{N}{cm} = \frac{۲}{۲/۵\times۱۰^{-۲}}\frac{N}{m} = ۸۰\frac{N}{m}$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۳۰ تا ۴۴)

۵۹- **گزینهٔ «۱»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

ابتدا انرژی جنبشی جدید گلوله را بعد از افزایش انرژی جنبشی، می‌یابیم:

$$K_۲ = K_۱ + ۰/۴۴K_۱ \Rightarrow K_۲ = ۱/۴۴K_۱$$

اکنون، با استفاده از رابطهٔ $K = \frac{p^۲}{۲m}$ تکانهٔ اولیه را پیدا می‌کنیم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \xrightarrow{m=\text{ثابت}} \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{p_۲}{p_۱})^۲ \xrightarrow[p_۲=۱۲\frac{kg.m}{s}]{K_۲=۱/۴۴k_۱}$$

$$\frac{۱/۴۴K_۱}{K_۱} = (\frac{۱۲}{p_۱})^۲ \Rightarrow ۱/۴۴ = (\frac{۱۲}{p_۱})^۲ \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}}$$

$$۱/۲ = \frac{۱۲}{p_۱} \Rightarrow p_۱ = ۱۰\frac{kg.m}{s}$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۴۶ تا ۴۸)

۶۰- **گزینهٔ «۱»** *(علیرضا گونه)*

ابتدا شتاب گرانشی در فاصلهٔ ۳۲۰۰ کیلومتری از سطح زمین را می‌یابیم:

$$g = \frac{GM_e}{R_e^۲} \xrightarrow[G=\text{ثابت}]{M_e=\text{ثابت}} \frac{g_h}{g_e} = (\frac{R_e}{R_e+h})^۲$$

$$\xrightarrow[h=۳۲۰۰km]{R_e=۶۴۰۰km\ ,\ g_e=۱۰\frac{N}{kg}} \frac{g_h}{۱۰} = (\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+۳۲۰۰})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{g_h}{۱۰} = (\frac{۶۴۰۰}{۹۶۰۰})^۲ \Rightarrow \frac{g_h}{۱۰} = \frac{۱۶}{۳۶} \Rightarrow g_h = \frac{۴۰}{۹}\frac{N}{kg}$$

اکنون وزن فضانورد را درون سفینه می‌یابیم:

$$W_h = mg_h \xrightarrow{m=۸۱kg} W_h = ۸۱\times\frac{۴۰}{۹} = ۳۶۰N$$

(فیزیک ۳ – دینامیک و حرکت دایره‌ای؛ صفحه‌های ۵۳ تا ۵۶)

۶۱- **گزینهٔ «۴»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا دورهٔ تناوب نوسانگر را می‌یابیم. با توجه به معادلهٔ حرکت نوسانگر هماهنگ ساده داریم:

$$\begin{cases} x = A\cos\omega t \\ x = ۰/۰۲\cos۱۰\pi t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = ۰/۰۲m = ۲cm \\ \omega = ۱۰\pi\frac{rad}{s} \end{cases}$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{\omega=۱۰\pi\frac{rad}{s}} ۱۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۲s$$

اکنون لحظهٔ $t_۱$ و بازهٔ زمانی Δt را برحسب دورهٔ تناوب (T) می‌یابیم:

$$\xrightarrow{t_۱=\frac{۱}{۳۰}s} \frac{t_۱}{T} = \frac{\frac{۱}{۳۰}}{\frac{۲}{۱۰}} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow t_۱ = \frac{T}{۶}$$

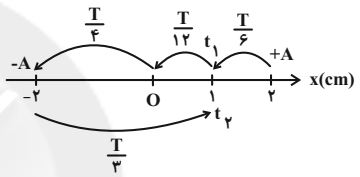
forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\Delta t = t_2 - t_1 \xrightarrow[t_2=\frac{1}{6}s]{t_1=\frac{1}{30}s} \Delta t = \frac{1}{6} - \frac{1}{30} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{2}{10}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \Delta t = \frac{2T}{3}$$

اکنون مکان نوسانگر را در لحظه‌های t_1 و t_2 مشخص کرده و سپس مسافت طی شده توسط نوسانگر را در این بازهٔ زمانی پیدا می‌کنیم. با توجه به شکل زیر، نوسانگر در لحظهٔ $t_1 = \frac{T}{6}$ به مکان $x = +\frac{A}{2}$ می‌رسد و از $+\frac{A}{2}$ تا $-A$ را در مدت $\frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{3}$ طی می‌کند. بنابراین نوسانگر در مدت $\Delta t = \frac{2T}{3}$ از مکان $-A$ دوباره به $+\frac{A}{2}$ بازمی‌گردد. در نتیجه داریم:



$$\ell = \frac{A}{2} + A + A + \frac{A}{2} = 3A \xrightarrow{A=2cm} \ell = 3\times 2 = 6cm$$

در آخر تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t=\frac{2}{15}s} s_{av} = \frac{6}{\frac{2}{15}} = 45\frac{cm}{s}$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۶۲- **گزینهٔ «۳»** *(مصطفی کیانی)*

با توجه به نمودار داده شده در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر $U_1 = 15mJ$ است، انرژی جنبشی آن $K_1 = 5mJ$ می‌باشد. بنابراین، با توجه به این‌که انرژی مکانیکی نوسانگر در تمام لحظه‌ها ثابت و یکسان است. به صورت زیر، U_2 را می‌یابیم:

$$E_2 = E_1 \xrightarrow{E=U+K} U_2 + K_2 = U_1 + K_1$$

$$\xrightarrow[K_2=8mJ]{U_1=15mJ\ ,\ K_1=5mJ} U_2 + 8 = 15 + 5$$

$$U_2 = 12mJ \xrightarrow[m=10^{-3}]{1J=10^6\mu J} U_2 = 12\times 10^{-3}\times 10^6 \mu J$$

$$\Rightarrow U_2 = 12\times 10^3 \mu J$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۶۷)

۶۳- **گزینهٔ «۲»** *(زهره آقامحمدی)*

با توجه به شکل، ابتدا طول‌موج و به دنبال آن دورهٔ تناوب موج را می‌یابیم.

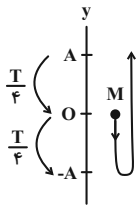
$$\frac{7\lambda}{4} = 140 \Rightarrow \lambda = 80cm = 0/8m$$

$$T = \frac{\lambda}{v} \xrightarrow{v=20\frac{m}{s}} T = \frac{0/8}{20} = 0/04s$$

اکنون تعیین می‌کنیم لحظهٔ $t = \frac{3}{100}s$ چه کسری از دورهٔ تناوب (T) است:

$$\frac{t}{T} = \frac{0/03}{0/04} = \frac{3}{4} \Rightarrow t = \frac{3}{4}T$$

با توجه به این‌که هر ذره از محیط، حرکت ذرهٔ قبل از خود را تکرار می‌کند و در لحظهٔ $t = 0$ ذرهٔ M در نقطهٔ O قرار دارد با توجه به جهت انتشار موج، ذرهٔ M به سمت نقطهٔ $-A$ می‌رود. بنابراین در $t = \frac{3}{4}T$، ذرهٔ M به نقطهٔ $+A$ می‌رسد. چون جهت شتاب همیشه به سمت نقطهٔ تعادل (نقطهٔ O) است، لذا، در این لحظه جهت شتاب به سمت پایین خواهد بود. از طرف دیگر، چون ذرهٔ M در نقطهٔ بازگشتی است، بزرگی شتاب آن بیشینه و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:



$$|a_{max}| = \omega^2 A \xrightarrow[\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi\ rad}{0/04\ s}]{A=5cm=5\times 10^{-2}m}$$

$$|a_{max}| = \frac{4\pi^2}{16\times 10^{-4}}\times 5\times 10^{-2} \xrightarrow{\pi^2=10}$$

$$|a_{max}| = \frac{4\times 10\times 5\times 10^{-2}}{16\times 10^{-4}} = 1250\frac{m}{s^2}$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۶۲ تا ۷۴)

۶۴- **گزینهٔ «۳»** *(سعید طاهری‌بروجنی)*

ابتدا با استفاده از رابطهٔ تغییر تراز شدت صوت، نسبت $\frac{I_2}{I_1}$ را می‌یابیم:

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \xrightarrow{\Delta\beta=-14dB}$$

$$-14 = 10\log\frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1} = -1/4 \xrightarrow{1/4=2-0/6}$$

$$\log\frac{I_2}{I_1} = -(2-2\times 0/3) \xrightarrow{\log 2=0/3}$$

$$\log\frac{I_2}{I_1} = -(\log 10^2 - \log 2^2) \Rightarrow \log\frac{I_2}{I_1} = \log(\frac{10^2}{2^2})^{-1}$$

$$\log\frac{I_2}{I_1} = \log 25^{-1} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 25^{-1}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ زیر نسبت $\frac{D}{d}$ را می‌یابیم:

$$\frac{I_2}{I_1} = (\frac{A_2}{A_1}\times\frac{f_2}{f_1}\times\frac{r_1}{r_2})^2 \xrightarrow[r_1=d\ ,\ r_2=d+D]{A_1=A_1\ ,\ f_2=f_1}$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$۲۵^{-۱}=(۱\times۱\times\frac{d}{D+d})^۲\Rightarrow\frac{۱}{۲۵}=(\frac{d}{D+d})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{۵}=\frac{d}{D+d}\Rightarrow D=۴d\Rightarrow\frac{D}{d}=۴$$

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۱)

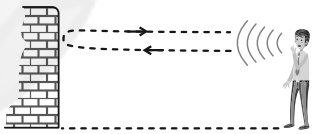
۶۵- **گزینهٔ «۳»** *(زهره آقامحمدی)*

چون تندی چشمهٔ صوت ثابت و ناظرها ساکن‌اند، بسامد دریافتی توسط ناظرهای (۱) و (۲) با هم برابر است $(f_۱=f_۲)$. این مورد برای ناظرهای (۳) و (۴) نیز صحیح است. $(f_۳=f_۴)$. از طرفی، با حرکت آمبولانس به سمت جلو، فاصلهٔ جبهه‌های موج در جلوی ماشین کمتر از پشت آن خواهد شد. بنابراین ناظرهای ساکن (۳) و (۴) طول‌موج کوتاه‌تری را نسبت به وضعیت ساکن ماشین اندازه می‌گیرند، که این به معنی افزایش بسامد برای این دو ناظر است. در حالی که ناظرهای (۱) و (۲) در عقب ماشین، طول‌موج بلندتری را نسبت به وضعیتی که ماشین ساکن بوده، اندازه می‌گیرند و این به معنای کاهش بسامد برای این دو ناظر است. در این حالت می‌توان گفت $f_۱=f_۲<f_۳=f_۴$ است.

(فیزیک ۳ – نوسان و موج؛ صفحه‌های ۸۱ تا ۸۴)

۶۶- **گزینهٔ «۴»** *(مصطفی کیانی)*

چون تندی صوت ثابت است، ابتدا با استفاده از رابطهٔ زیر، تندی صوت را می‌یابیم. دقت کنید، مسیری که صوت در رفت و برگشت طی می‌کند تا به گوش شخص برسد، برابر $\ell=۲d$ است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$v=\frac{\ell}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۰/۲۵s]{\ell=۲d=۲\times۴۰=۸۰m}v=\frac{۸۰}{۰/۲۵}\Rightarrow v=۳۲۰\frac{m}{s}$$

اکنون، بسامد صوت شخص را پیدا می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\xrightarrow[v=۳۲۰\frac{m}{s}]{\lambda=۲cm=۰/۰۲m}۰/۰۲=\frac{۳۲۰}{f}\Rightarrow f=۱۶۰۰۰Hz=۱۶kHz$$

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۲ و ۹۳)

۶۷- **گزینهٔ «۴»** *(سیدعلی میرنوری)*

چون آینه‌های $M_۱$ و $M_۲$ بر یکدیگر عمودند، پرتو I با هر زاویه‌ای به آینهٔ $M_۱$ بتابد، پرتو I' موازی با پرتو I از روی آینهٔ $M_۲$ بازتاب می‌کند، در نتیجه زاویهٔ بین این دو پرتو همواره ۱۸۰ درجه می‌باشد. بنابراین با تغییر زاویهٔ θ، زاویهٔ بین پرتوهای I و I' تغییر نمی‌کند.

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ و ۹۴)

۶۸- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

بسامد نور به چشمهٔ نور بستگی دارد و به محیط انتشار نور بستگی ندارد. بنابراین، چون تندی نور زرد و طول‌موج آن در خلأ را داریم. با استفاده از رابطهٔ زیر، بسامد آن را می‌یابیم:

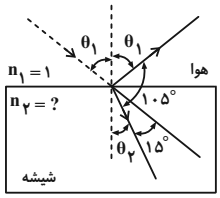
$$\lambda=\frac{c}{f}\xrightarrow[c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}]{\lambda=۰/۵\mu m=۰/۵\times۱۰^{-۶}m}$$

$$۰/۵\times۱۰^{-۶}=\frac{۳\times۱۰^۸}{f}\Rightarrow f=۶\times۱۰^{۱۴}Hz$$

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۶ تا ۹۹)

۶۹- **گزینهٔ «۴»** *(پوریا علاقه‌مند)*

ابتدا با توجه به شکل زیر، زاویهٔ تابش $(\theta_۱)$ و زاویهٔ شکست $(\theta_۲)$ را می‌یابیم:



$$\theta_۱=\theta_۲+۱۵^\circ\Rightarrow\theta_۱-\theta_۲=۱۵^\circ\quad(۱)$$

$$\theta_۱+۱۰۵^\circ+\theta_۲=۱۸۰^\circ\Rightarrow\theta_۱+\theta_۲=۷۵^\circ\quad(۲)$$

از رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}\theta_۱+\theta_۲=۷۵^\circ\\ \theta_۱-\theta_۲=۱۵^\circ\end{cases}\Rightarrow۲\theta_۱=۹۰^\circ\Rightarrow\theta_۱=۴۵^\circ$$

$$\xrightarrow{(۲)}۴۵^\circ+\theta_۲=۷۵^\circ\Rightarrow\theta_۲=۳۰^\circ$$

اکنون با استفاده از قانون شکست اسنل، ضریب شکست شیشه $(n_۲)$ را پیدا می‌کنیم:

$$n_۱\sin\theta_۱=n_۲\sin\theta_۲\xrightarrow{n_۱=۱}۱\times\sin۴۵^\circ=n_۲\times\sin۳۰^\circ$$

$$\xrightarrow[\sin۳۰^\circ=\frac{۱}{۲}]{\sin۴۵^\circ=\frac{\sqrt۲}{۲}}\frac{\sqrt۲}{۲}=n_۲\times\frac{۱}{۲}\Rightarrow n_۲=\sqrt۲$$

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۹۳ تا ۹۹)

۷۰- **گزینهٔ «۱»** *(شارمان ویسی)*

می‌دانیم پهنای نوارهای تاریک و روشن یکسان و ثابت است. از طرف دیگر، فاصلهٔ دو نوار متوالی تاریک و روشن برابر I و فاصلهٔ دو نوار روشن متوالی و یا دو نوار تاریک متوالی برابر $۲I$ است. بنابراین داریم:

$$۲I_۱=۱\Rightarrow I_۱=۰/۵mm$$

با توجه به این‌که پهنای نوارهای تداخلی متناسب با طول موج نور به کار رفته است، می‌توان نوشت:

$$I\propto\lambda\Rightarrow\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}\Rightarrow\frac{I_۲}{۰/۵}=۱/۲\Rightarrow I_۲=۰/۶mm$$

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۴ و ۱۰۵)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۷۱- **گزینهٔ «۳»** (مسعود قره‌قانی)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ $f_n = \frac{nv}{2L}$، نسبت $\frac{v_A}{v_B}$ را می‌یابیم:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{n_A}{n_B} \times \frac{v_A}{v_B} \times \frac{L_B}{L_A} \xrightarrow[L_A=L_B \ , \ n_B=2]{f_A=f_B \ , \ n_A=3}$$

$$1 = \frac{3}{2} \times \frac{v_A}{v_B} \times 1 \Rightarrow \frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{3}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ نسبت $\frac{A_B}{A_A}$ را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{F_A}{F_B} \times \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{A_B}{A_A}} \xrightarrow[F_A=F_B]{\rho_A=\rho_B}$$

$$\frac{2}{3} = \sqrt{1 \times 1 \times \frac{A_B}{A_A}} \Rightarrow \frac{A_B}{A_A} = \frac{4}{9}$$

دقت کنید، رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \xrightarrow{m=\rho V=\rho AL}$$

$$v = \sqrt{\frac{FL}{\rho AL}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$$

(فیزیک ۳ – برهم‌کنش‌های موج؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۷۲- **گزینهٔ «۱»** (خسرو ارغوانی‌فرد)

ابتدا توان خروجی چشمهٔ موج را با استفاده از رابطهٔ بازده می‌یابیم:

$$R = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{مصرفی}}} \xrightarrow[P_{\text{مصرفی}}=400W]{R_{\text{بازده}}=\frac{0/02}{100}} \frac{0/02}{100} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{400}$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 0/08W$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ $E = nhf = nh\frac{c}{\lambda}$ و با توجه به این‌که $E = P_{\text{خروجی}}t$ است. به صورت زیر، تعداد فوتون‌های گسیلی را پیدا می‌کنیم. دقت کنید، هر آنگستروم $(\mathring{A})$ برابر $10^{-10}m$ است.

$$E = nh\frac{c}{\lambda} \xrightarrow{E=P_{\text{خروجی}}\times t} P_{\text{خروجی}} \times t = nh\frac{c}{\lambda}$$

$$\Rightarrow n = \frac{P_{\text{خروجی}} \times t \times \lambda}{hc}$$

$$\xrightarrow[P_{\text{خروجی}}=0/08W \ , \ t=1min=60s \ , \ h=6/6\times10^{-34}J.s]{\lambda=660\mathring{A}=660\times10^{-10}m \ , \ c=3\times10^8\frac{m}{s}}$$

$$n = \frac{0/08\times60\times660\times10^{-10}}{6/6\times10^{-34}\times3\times10^8} \Rightarrow n = 1/6\times10^{18}$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

۷۳- **گزینهٔ «۴»** (معصومه شریعت‌ناصری)

با استفاده از تعریف تابع کار فلز و بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها داریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=5f_0} K_{max} = 5hf_0 - W_0$$

$$\xrightarrow{W_0=hf_0} K_{max} = 5W_0 - W_0 \Rightarrow K_{max} = 4W_0$$

$$\xrightarrow{W_0=3eV} K_{max} = 4\times3 = 12eV$$

با توجه به این‌که $1eV = 1/6\times10^{-19}J$ است، می‌توان نوشت:

$$K_{max} = 12\times1/6\times10^{-19} = 19/2\times10^{-19}J$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

۷۴- **گزینهٔ «۳»** (عبدالرضا امینی‌نسب)

بلندترین طول‌موج گسیلی هر رشته در گذار الکترون از تراز $n = n' + 1$ به تراز n' و کوتاه‌ترین طول‌موج در گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به تراز n' به دست خواهد آمد. بنابراین، برای بلندترین طول‌موج گسیلی رشتهٔ لیمان، $n = 2$ و $n' = 1$ و برای کوتاه‌ترین طول‌موج گسیلی رشتهٔ بالمر، $n = \infty$ و $n' = 2$ است. در این حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow[n=2]{n'=1} \frac{1}{\lambda_{max}} = R\times\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4}\right)$$

$$= R\times\frac{4-1}{4} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_{max}} = \frac{3R}{4} \Rightarrow \lambda_{max} = \frac{4}{3R}$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2}\right) \xrightarrow[n'=2]{n=\infty} \frac{1}{\lambda_{min}} = R\times\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{\infty}\right) = R\times\left(\frac{1}{4} - 0\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda_{min}} = \frac{R}{4} \Rightarrow \lambda_{min} = \frac{4}{R}$$

در آخر داریم:

$$\frac{\lambda_{max}\ \text{لیمان}}{\lambda_{min}\ \text{بالمر}} = \frac{\frac{4}{3R}}{\frac{4}{R}} \Rightarrow \frac{\lambda_{max}\ \text{لیمان}}{\lambda_{min}\ \text{بالمر}} = \frac{1}{3}$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۴)

۷۵- **گزینهٔ «۳»** (پوریا علاقه‌مند)

ابتدا با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن، شمارهٔ ترازی را که الکترون در آن قرار دارد، پیدا می‌کنیم:

$$E = -\frac{E_R}{n^2} \xrightarrow{E=-\frac{1}{25}E_R} -\frac{1}{25}E_R = -\frac{E_R}{n^2}$$

$$\Rightarrow n^2 = 25 \Rightarrow n = 5$$

اکنون با داشتن $f = \frac{27}{4}\times10^{13}Hz$، طول‌موج فوتون گسیلی و به دنبال آن شمارهٔ ترازی را که الکترون به آنجا انتقال می‌یابد، حساب می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow{c=3\times10^8\frac{m}{s}} \lambda = \frac{3\times10^8}{\frac{27}{4}\times10^{13}} = \frac{4\times3\times10^{-5}}{27} = \frac{4}{9}\times10^{-5}m$$

$$\xrightarrow{1m=10^9nm} \lambda = \frac{4}{9}\times10^{-5}\times10^9nm = \frac{4}{9}\times10^4nm$$

سایت کنکور

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\xrightarrow[n=5]{R=\frac{1}{100}(nm)^{-1}}$$

$$\frac{1}{\frac{4}{9}\times10^4}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{25})\Rightarrow\frac{9}{400}+\frac{1}{25}=\frac{1}{n'^2}$$

$$\Rightarrow\frac{9+16}{400}=\frac{1}{n'^2}\Rightarrow n'^2=\frac{400}{25}\Rightarrow n'=\frac{20}{5}=4$$

رشتهٔ مورد نظر براکت $(n'=4)$ است و کوتاه‌ترین طول‌موج آن در گذار الکترون از $n=\infty$ به $n'=4$ به‌دست می‌آید. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\xrightarrow[n'=4]{n=\infty}$$

$$\frac{1}{\lambda_{min}}=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{\infty})=\frac{1}{100}\times(\frac{1}{16}-0)\Rightarrow\lambda_{min}=1600nm$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۷۶- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا شمارهٔ ترازها را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1}{\lambda}=R(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2})\xrightarrow[R=\frac{1}{96}(nm)^{-1}]{\lambda=512nm\ ,\ n'=n}$$

$$\frac{1}{512}=\frac{1}{96}\times(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(2n)^2})\Rightarrow\frac{96}{512}=\frac{1}{n^2}-\frac{1}{4n^2}$$

$$\Rightarrow\frac{96}{512}=\frac{4-1}{4n^2}\Rightarrow\frac{96\times4}{512}=\frac{3}{n^2}$$

$$\Rightarrow n^2=\frac{512\times3}{96\times4}=4\Rightarrow n=2\ ,\ 2n=4$$

در واقع الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=2$ گذار کرده است. بنابراین کافی است، اختلاف انرژی الکترون در این ترازها را بیابیم:

$$\Delta E=E_4-E_2\xrightarrow{E=-\frac{13/6eV}{n^2}}\Delta E=-\frac{13/6}{4^2}-(-\frac{13/6}{2^2})$$

$$\Rightarrow\Delta E=-\frac{13/6}{16}+\frac{13/6}{4}=\frac{3\times13/6}{16}=2/55eV$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۹)

۷۷- **گزینهٔ «۳»** *(حسین مفرومی)*

الف) درست است. طبق رابطهٔ $E=mc^2$، انرژی به جنس اتم بستگی ندارد.

ب) درست است.

پ) نادرست است. جرم هسته از مجموع جرم نوکلئون‌های تشکیل دهندهٔ آن کمتر است.

ت) درست است.

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحهٔ ۱۴۱)

۷۸- **گزینهٔ «۱»** *(مسعود قره‌خانی)*

ابتدا معادلهٔ واپاشی هستهٔ مادر $^A_Z X$ را می‌نویسیم و مقدارهای A و Z را می‌یابیم. دقت کنید، چون گاما (γ) از جنس امواج الکترومغناطیسی است، فاقد بار می‌باشد، بنابراین تاثیری در تعداد پروتون‌ها و نوترون‌ها ندارد.

$$^A_Z X\rightarrow{}^{210}_{86}Y+2(^4_2\alpha)+{}^0_0\gamma$$

$$\Rightarrow\begin{cases}A=210+(2\times4)+0\Rightarrow A=218\\Z=86+(2\times2)+0\Rightarrow Z=90\end{cases}$$

اکنون تعداد نوترون‌ها را می‌یابیم. با توجه به این‌که عدد جرمی (A) برابر مجموع پروتون‌ها (Z) و نوترون‌ها (N) است، می‌توان نوشت:

$$A=Z+N\xrightarrow[Z=90]{A=218}218=90+N\Rightarrow N=128$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۴۵)

۷۹- **گزینهٔ «۱»** *(زهره آقامحمدی)*

ابتدا درصد هسته‌های باقی‌مانده را می‌یابیم:

$$N=N_0-\frac{87/5}{100}N_0=\frac{12/5}{100}N_0\Rightarrow N=\frac{N_0}{8}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ هسته‌های باقی‌مانده n (تعداد نیمه‌عمر سپری شده) و به دنبال آن نیمه عمر را می‌یابیم:

$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow\frac{N_0}{8}=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow2^n=8=2^3\Rightarrow n=3$$

$$n=\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}\xrightarrow[n=3]{t=12\text{روز}}3=\frac{12}{T_{\frac{1}{2}}}\Rightarrow T_{\frac{1}{2}}=4\text{روز}$$

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

۸۰- **گزینهٔ «۳»** *(معصومه شریعت‌ناصری)*

چون در لحظهٔ $t=0$ هنوز هسته‌ای واپاشیده نشده است، بنابراین، نمودارهای جرم واپاشیده برحسب زمان باید از مبدأ مختصات شروع شوند. یعنی گزینه‌های «۱» و «۲» حذف می‌شوند. از طرف دیگر، چون نیمه‌عمر مادهٔ A کوتاه‌تر از نیمه‌عمر مادهٔ B است، مادهٔ A زودتر واپاشیده می‌شود و نمودار آن زودتر به مقدار حدی m_0 (کل جرم مادهٔ پرتوزا) میل می‌کند. بنابراین، گزینهٔ «۳» درست است.

(فیزیک ۳ – آشنایی با فیزیک هسته‌ای؛ صفحه‌های ۱۴۶ و ۱۴۷)

forum.konkur.in

www.konkur.in

شیمی ۳

۸۱- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا جشانی‌پور)*

موارد نادرست موجود در جدول به صورت زیر است:

۱- کات کبود یک کلوئید نیست.

۲- کلوئیدها ناهمگن هستند.

۳- کلوئیدها پایدار هستند.

۴- ذرات سازنده سوسپانسیون‌ها ذرات ریز ماده هستند.

۵- ذرات سازنده در محلول‌ها یون‌ها یا مولکول‌ها هستند.

۶- ذرات سازنده در کلوئیدها، توده‌های مولکولی با اندازه‌های متفاوت هستند.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

۸۲- **گزینهٔ «۴»** *(امیرحسین مسلمی)*

ابتدا باید $[H^+]$ را در محلول نهایی محاسبه کنیم:

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = 9\times10^{10} \xrightarrow{[H^+][OH^-]=10^{-14}}$$

$$[H^+]\times\frac{[H^+]}{9\times10^{10}} = 10^{-14}$$

$$[H^+]^2 = 9\times10^{-4} \Rightarrow [H^+] = 3\times10^{-2}\,mol.L^{-1}$$

$$[H^+]_{\text{نهایی}} = \frac{mol\,H^+ - mol\,OH^-}{V_{\text{اسید}} + V_{\text{باز}}} = \frac{mol\,HBr - mol\,OH^-}{V_{\text{اسید}} + V_{\text{باز}}}$$

$$\Rightarrow 3\times10^{-2} = \frac{mol\,HBr - mol\,NaOH}{(10+40)\times10^{-3}}$$

$$= \frac{mol\,HBr - (10^{-2}\times10^{-2})}{5\times10^{-2}} \Rightarrow mol\,HBr = 16\times10^{-4}$$

غلظت محلول ۴۰ میلی‌لیتری با محلول ۴۰۰ میلی‌لیتری برابر است.

$$[HBr] = \frac{mol\,HBr}{V} = \frac{16\times10^{-4}}{40mL\times\frac{1L}{1000mL}} = 0/04\,mol.L^{-1}$$

به کمک رابطهٔ $M_1V_1 = M_2V_2$ بین محلول ۴۰۰ میلی‌لیتری و محلول اولیه، غلظت محلول اولیه را به دست می‌آوریم:

$$M_1V_1 = M_2V_2 \Rightarrow 0/04\times400 = 20\times M$$

$$\Rightarrow M = 0/8\,mol.L^{-1}$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۳- **گزینهٔ «۱»** *(علی جدی)*

ابتدا غلظت آمونیاک را در محلول سیرشدهٔ آن بدست می‌آوریم:

جرم آمونیاک در محلول سیرشده $= 50g$

$$50g\,NH_3\times\frac{1mol\,NH_3}{17g\,NH_3} \sim 3mol\,NH_3$$

جرم محلول سیرشده $=$ آمونیاک $50g$ + آب $100g = 150g$

$$\text{چگالی} = \frac{\text{جرم محلول}}{\text{حجم محلول}} \Rightarrow 0/8 = \frac{150g}{V}$$

$$\Rightarrow V = 187/5mL \text{ محلول}$$

$$\Rightarrow \text{غلظت مولار} = \frac{\text{مول حل‌شونده}}{\text{لیتر محلول}}$$

$$\Rightarrow M_{NH_3} = \frac{3}{187/5\times10^{-3}} = 16\frac{mol}{L}$$

در محلول آمونیاک، تعادل: $NH_3(aq) + H_2O(l) \rightleftharpoons NH_4^+(aq) + OH^-(aq)$ برقرار است. با توجه به ثابت یونش آمونیاک می‌توان نوشت:

$$K_b = \frac{[NH_4^+]\times[OH^-]}{[NH_3]} \xrightarrow{[NH_4^+]=[OH^-]=x} 4\times10^{-6} = \frac{x^2}{16}$$

$$\Rightarrow x^2 = 64\times10^{-6} \Rightarrow x = 8\times10^{-3}\,mol.L^{-1}$$

غلظت یون هیدروکسید برابر 8×10^{-3} مولار است، غلظت یون هیدرونیوم را بدست آورده و سپس pH را محاسبه می‌کنیم:

در دمای $25^\circ C$: $[OH^-]\times[H^+] = 10^{-14}$

$$\Rightarrow [H^+] = \frac{10^{-14}}{8\times10^{-3}} = \frac{1}{8}\times10^{-11} = 2^{-3}\times10^{-11}\,mol.L^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log 2^{-3}\times10^{-11}$$

$$= -(-3\log 2 + (-11)) = -[(-3\times0/3) - 11] = 11/9$$

(شیمی ۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۸۴- **گزینهٔ «۳»** *(کامران جعفری)*

با توجه به اینکه اسید HA ثابت یونش بزرگ‌تری از HB دارد، بنابراین اسید قوی‌تری از HB بوده و در دما و غلظت یکسان:

- رسانایی الکتریکی HA بیشتر از HB می‌باشد.
- سرعت واکنش HA با منیزیم بیشتر از HB می‌باشد.
- pH محلول HA کمتر از HB خواهد بود.
- درجه یونش HA از HB بیشتر خواهد بود.
- زمان لازم برای تولید مقدار برابری گاز H_2 در HA کمتر خواهد بود.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ تا ۱۸ و ۲۲ تا ۲۴)

۸۵- **گزینهٔ «۳»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

باران اسیدی حاوی نیتریک اسید و سولفوریک اسید است و باران معمولی حاوی کربنیک اسید است.

(شیمی ۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۸، ۲۲، ۲۴ و ۲۶)

۸۶- **گزینهٔ «۴»** *(امیر حاتمیان)*

باز ضعیف $AOH \rightleftharpoons A^+ + OH^-$

$$\%\alpha_{AOH} = \frac{[OH^-]}{[AOH]}\times100 \Rightarrow 25 = \frac{[OH^-]}{[AOH]}\times100$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\Rightarrow [OH^-] = ۰/۲۵[AOH]$$

$$K_{(AOH)} = \frac{[OH^-]\times[A^+]}{[AOH]-[OH^-]} \xrightarrow{[OH^-]=[A^+]}$$

$$K_{(AOH)} = \frac{۰/۲۵[AOH]\times ۰/۲۵[AOH]}{[AOH]-۰/۲۵[AOH]}$$

$$= \frac{۰/۲۵}{۳}[AOH] = \frac{۱}{۱۲}[AOH] \Rightarrow \frac{[AOH]}{k_{(AOH)}} = ۱۲$$

برای خنثی کردن با نوشتن معادلهٔ واکنش داریم:

$$AOH + HCl \rightarrow ACl + H_۲O$$

$$?\,mol\,AOH = ۲L\,HCl \times \frac{۱۰^{-۲}\,mol\,HCl}{۱L\,HCl}$$

$$\times \frac{۱mol\,AOH}{۱mol\,HCl} = ۰/۰۲mol$$

(شیمی۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲)

۸۷- **گزینهٔ «۴»** *(احمدرضا چشانی‌پور)*

تنها موادی با خاصیت بازی باعث افزایش pH آب خالص می‌شوند بنابراین دو گزینهٔ «۲» و «۳» نمی‌توانند باعث افزایش pH آب شوند.

pH آب مقطر ۷ بوده و پس از افزایش ۴ واحدی pH، به ۱۱ می‌رسد، اکنون حساب می‌کنیم که در محلولی با $pH = ۱۱$ چند مول OH^- وجود خواهد داشت:

$$pH = ۱۱ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۱} mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow [OH^-] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{[H^+]} \Rightarrow [OH^-] = ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱}$$

$$?\,mol\,OH^- = ۱۰^{-۳} mol.L^{-۱} \times ۲L = ۲\times ۱۰^{-۳} mol\,OH^-$$

اکنون دو گزینه «۱» و «۴» را مورد بررسی قرار داده و مول OH^- را در محلول آن‌ها به دست می‌آوریم:

گزینهٔ «۱»:

$$CaO(s) + H_۲O(l) \rightarrow Ca(OH)_۲(aq)$$

$$?\,mol\,OH^- = ۲/۸g\,CaO \times \frac{۱mol\,CaO}{۵۶g\,CaO}$$

$$\times \frac{۱mol\,Ca(OH)_۲}{۱mol\,CaO} \times \frac{۲mol\,OH^-}{۱mol\,Ca(OH)_۲} = ۰/۱mol\,OH^-$$

گزینهٔ «۴»:

$$?\,mol\,OH^- = ۸۰mg\,NaOH \times \frac{۱g\,NaOH}{۱۰۰۰mg}$$

$$\times \frac{۱mol\,NaOH}{۴۰g\,NaOH} \times \frac{۱mol\,OH^-}{۱mol\,NaOH} = ۲\times ۱۰^{-۳} mol\,OH^-$$

بنابراین انحلال ۸۰ میلی‌گرم NaOH در ۲ لیتر آب مقطر باعث افزایش ۴ واحدی pH می‌شود.

(شیمی۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۱۶ و ۲۴ تا ۲۸)

۸۸- **گزینهٔ «۲»** *(احمدرضا چشانی‌پور)*

در هرکدام از محلول‌ها با pH مشخص، غلظت دو یون H^+ و OH^- را به دست می‌آوریم:

گزینهٔ «۱»:

$$pH = ۲ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-pH} \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲}$$

$$[OH^-] = ۱۰^{-۱۲} \quad \frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{۱۰^{-۲}}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^{۱۰}$$

گزینهٔ «۲»:

$$pH = ۱/۷ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱/۷}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۲}\times ۱۰^{۰/۳} \Rightarrow [H^+] = ۲\times ۱۰^{-۲} mol.L^{-۱}$$

$$[OH^-] = ۵\times ۱۰^{-۱۳} \quad \frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۵\times ۱۰^{-۱۳}}{۲\times ۱۰^{-۲}} = ۲/۵\times ۱۰^{-۱۱}$$

گزینهٔ «۳»:

$$pH = ۱۳ \rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳}, [OH^-] = ۱۰^{-۱}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H^+]} = \frac{۱۰^{-۱}}{۱۰^{-۱۳}} = ۱۰^{۱۲}$$

گزینهٔ «۴»:

$$pH = ۱۲/۳ \Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۲/۳}$$

$$\Rightarrow [H^+] = ۱۰^{-۱۳}\times ۱۰^{۰/۷} \quad [H^+] = ۵\times ۱۰^{-۱۳}$$

$$[OH^-] = ۲\times ۱۰^{-۲}$$

$$\frac{[H^+]}{[OH^-]} = \frac{۵\times ۱۰^{-۱۳}}{۲\times ۱۰^{-۲}} = ۲/۵\times ۱۰^{-۱۱}$$

(شیمی۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۳۰)

۸۹- **گزینهٔ «۲»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

موارد «پ» و «ت» صحیح می‌باشند.

بررسی نادرستی مورد «الف»: فرمول شیمیایی رسوب‌های تشکیل شده ناشی از واکنش صابون‌ها با کاتیون‌های $(Ca^{۲+}, Mg^{۲+})$ موجود در آب‌های سخت، به صورت $(RCOO)_۲Mg$ و $(RCOO)_۲Ca$ می‌باشد.

بررسی نادرستی مورد «ب»: پاک‌کننده‌های غیرصابونی، با یون‌های موجود در آب‌های سخت $(Ca^{۲+}, Mg^{۲+})$ تشکیل رسوب (واکنش) نمی‌دهند، در نتیجه نیازی به افزون نمک‌های فسفات‌دار برای واکنش با کاتیون‌های موجود در آب‌های سخت و افزایش قدرت پاک‌کنندگی آن‌ها وجود ندارد.

بررسی درستی مورد «پ»: $N_۲O_۵$ یک اکسید نافلزی و اسیدی است و انحلال آن در آب به صورت $N_۲O_۵ + H_۲O \rightarrow ۲H^+ + ۲NO_۳^-$ می‌باشد.

(شیمی۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۹، ۱۲، ۱۶ و ۲۳)

۹۰- **گزینهٔ «۲»** *(رضا سلیمانی)*

فقط عبارت‌های دوم و چهارم درست است. بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول:

$$[H^+] = \frac{۱۰^{-۱۴}}{۵\times ۱۰^{-۵}} = ۲\times ۱۰^{-۱۰} \Rightarrow pH = -\log[H^+] = ۹/۷$$

forum.konkur.in

www.konkur.in

عبارت دوم: گاز دی‌نیتروژن پنتااکسید (اکسید نافلزی) دارای خاصیت اسیدی است و با $NaOH$ واکنش می‌دهد.

عبارت سوم:

$$۵\times۱۰^{-۵}\,mol.L^{-۱}\times\frac{۴۰g\,NaOH}{۱mol NaOH}=\frac{۲\times۱۰^{-۳}g\,NaOH}{۱L}$$

عبارت پنجم: با توجه به ۲ برابر شدن حجم محلول یک باز قوی، pH محلول، ۰/۳ واحد کاهش می‌یابد.

$$\overset{\text{غلیظ}}{M_۱V_۱}=\overset{\text{رقیق}}{M_۲V_۲}\quad V_۲=V_۱+\text{آب}\rightarrow V_۲=۲V_۱$$

$$۵\times۱۰^{-۵}\times V_۱=M_۲\times۲V_۱$$

$$M_۲=۲۵\times۱۰^{-۶}\,mol.L^{-۱}$$

$$\Rightarrow[H^+]=\frac{۱۰^{-۱۴}}{۲۵\times۱۰^{-۶}}=۴\times۱۰^{-۱۰}$$

$$\Rightarrow pH=-\log[H^+]=۹/۴$$

(شیمی۳، مولکول‌ها در خدمت تندرستی؛ صفحه‌های ۲۶، ۲۸، ۳۰ و ۳۴)

۹۱- **گزینهٔ «۲»** *(مهری محمدی)*

در برقکافت آب، در قطب منفی (کاتد) گاز هیدروژن و در قطب مثبت (آند) گاز اکسیژن آزاد می‌شود:

$$(-)\text{کاتد}: ۴H_۲O(l)+۴e^-\rightarrow ۴OH^-(aq)+۲H_۲(g)$$

$$(+)\text{آند}: ۲H_۲O(l)\rightarrow ۴H^+(aq)+O_۲(g)+۴e^-$$

به ازای ۱ مول $O_۲$، دو مول $H_۲$ تولید می‌شود ← حجم $H_۲$، ۲ برابر $O_۲$.

گزینهٔ «۱»: با افزایش قدرت کاهندگی آند، E° سلول گالوانی افزایش می‌یابد.

گزینهٔ «۳»: در جدول سری الکتروشیمیایی E° ، Al پایین‌تر از Zn قرار دارد، پس emf $(Al-H_۲)$ بیش‌تر از $(Zn-H_۲)$ است.

گزینهٔ «۴»: دیواره متخلخل در سلول‌های گالوانی مانع جابه‌جایی یون‌های موجود در دو طرف خود نمی‌شوند.

(شیمی۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ و ۵۴)

۹۲- **گزینهٔ «۱»** *(امین نوروزی)*

با توجه به شکل آهن اکسید شده است پس باید آهن آند باشد که در این صورت $A(s)$ کاتد است و باید $Sn(s)$ باشد و از نوع حلبی است و در کاتد، کاهش $O_۲$ اتفاق می‌افتد.

$$O_۲+۲H_۲O+۴e^-\rightarrow ۴OH^-$$

(شیمی۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۵۶ تا ۵۹)

۹۳- **گزینهٔ «۱»** *(امین نوروزی)*

$$۴Ag^+ + ۴e^-\rightarrow ۴Ag$$

$$۲H_۲O\rightarrow O_۲+۴H^+ +۴e^-$$

$$?\,mol H^+ = ۰/۳\,mol e^-\times\frac{۴mol\,H^+}{۴mol\,e^-}=۰/۳mol\,H^+$$

$$[H^+]=\frac{mol}{L}\Rightarrow\frac{۰/۳}{۳}=۰/۱M$$

$$pH=-\log[H^+]\Rightarrow-\log۱۰^{-۱}\Rightarrow pH=۱$$

$$?\,g\,Ag=۰/۳mole^-\times\frac{۴mol\,Ag}{۴mole^-}\times\frac{۱۰۸g\,Ag}{۱mol\,Ag}$$

$$=۳۲/۴g\,Ag$$

(شیمی۳، ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۴ تا ۲۸ و ۶۰)

۹۴- **گزینهٔ «۳»** *(امیرحسین بختیاری)*

عبارت‌های (ب) و (پ) درست است.

بررسی همه موارد:

الف) در برخی ترکیب‌ها مانند $OF_۲$ عدد اکسایش اتم اکسیژن برابر ۲- نیست.

ب) در هر دو فرایند فلز مذاب تولید می‌شود.

پ) $C_۷H_۶O_۲$ بنزوییک اسید $\Rightarrow ۷x+۶(+۱)+۲(-۲)=۰$

$$\Rightarrow ۷x=-۲$$

$$K_۲S\Rightarrow ۲(+۱)+S=۰\Rightarrow S=-۲$$

ت) سری الکتروشیمیایی، رتبه‌بندی فلزات به‌ترتیب کاهش E° آن‌ها است.

(شیمی۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۷، ۴۹، ۵۲ و ۵۵)

۹۵- **گزینهٔ «۱»** *(محمدرضا زهره‌وند)*

$$Al-Fe\ \text{سلول}\Rightarrow ۲Al(s)+۳Fe^{۲+}(aq)$$

$$\rightarrow ۲Al^{۳+}(aq)+۳Fe(s)$$

در این سلول به ازای جابه‌جایی هر ۶ مول الکترون، ۲ مول $(۲\times۲۷=۵۴g)$ از جرم تیغه Al کاسته شده و ۳ مول $(۳\times۵۶=۱۶۸g)$ به جرم تیغه Fe افزوده می‌شود.

تغییرات مجموع جرم آند و کاتد به ازای جابه‌جایی n مول $e \Rightarrow n\,mole$

$$\times\frac{\text{گرم افزایش جرم}(۱۶۸-۵۴)}{۶mole}=\frac{۱۱۴}{۶}n \quad *$$

$$Zn-Na\ \text{سلول}\Rightarrow ۲Na(s)+Zn^{۲+}(aq)$$

$$\rightarrow ۲Na^+(aq)+Zn(s)$$

در این سلول به ازای جابه‌جایی هر ۲ مول الکترون، ۲ مول $(۲\times۲۳=۴۶g)$ از جرم تیغه سدیم کاسته شده و ۱ مول $(۱\times۶۵=۶۵g)$ به جرم تیغه روی افزوده می‌شود.

تغییرات مجموع جرم آند و کاتد به ازای جابه‌جایی n مول الکترون $\Rightarrow n\,mole$

forum.konkur.in

www.konkur.in

$$\times \frac{\text{گرم افزایش جرم}}{\text{۲ mole}} (۶۵-۴۶) = \frac{۱۹}{۲}n \quad **$$

$$\xrightarrow{*,**} \frac{\frac{۱۱۴}{۶}n}{\frac{۱۹}{۲}n} = \frac{۳۸}{۱۹} = ۲$$

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۶)

۹۶- **گزینهٔ «۳»** *(محمد نکو)*

عبارت‌های «الف و ت» صحیح می‌باشند و منظور از کاهندگی، فعالیت فلز می‌باشد.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت الف: فلز فعال‌تر با محلول حاوی کاتیون فلز غیرفعال‌تر واکنش می‌دهد در حالیکه فعالیت فلز D نسبت به فلز B کمتر بوده، واکنش انجام نمی‌شود.

عبارت ب: هرچه تفاوت فعالیت فلزات بیشتر باشد، emf سلول گالوانی حاصل بیشتر است.

عبارت پ: قدرت اکسندگی باید میان یون‌های حاصل از D و B مقایسه شود نه اتم خنثی آن‌ها!

عبارت ت: هرچه فلز غیرفعال‌تر باشد کاتیون آن اکسندگی بیشتری داشته و راحت‌تر e^- می‌گیرد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۱ تا ۴۷)

۹۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

با توجه به E° های داده شده:

$Ag^+(aq)/Ag(s)$
$Cu^{۲+}(aq)/Cu(s)$
$Zn^{۲+}(aq)/Zn(s)$
$Al^{۳+}(aq)/Al(s)$

آ) درست، زیرا تفاوت E° آن‌ها بیشتر است.

ب) نادرست، در سلول گالوانی حاصل الکترود روی آند سلول را تشکیل می‌دهد و جرم آن کاهش می‌یابد.

پ) درست، زیرا قدرت کاهندگی روی از نقره بیشتر است.

ت) درست، زیرا E° روی مثبت‌تر می‌باشد.

(شیمی ۳، آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی؛ صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

۹۸- **گزینهٔ «۲»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

بررسی عبارت‌ها:

آ) درست، عدد اکسایش Si در $SiO_۴^{۴-}$ و C در $CO_۳^{۲-}$ یکسان و برابر ۴+ می‌باشد.

ب) نادرست، محلول‌های محتوی یون‌های $V^{۴+}$ و $V^{۳+}$ به‌ترتیب آبی و سبز می‌باشند.

پ) نادرست، آنتالپی فروپاشی MgO بیشتر است، زیرا چگالی بار یون‌ها در آن بیشتر می‌باشد.

مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه: $MgO > Na_۲O > LiF > KBr$

ت) درست، زیرا در $NH_۳$ خصلت نافلزی N از H و در $SO_۳$ خصلت نافلزی O از S بیشتر است.

ث) نادرست، عنصرهای اصلی سازندهٔ جامدهای کووالانسی در طبیعت کربن و سیلیسیم می‌باشند.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۶۹، ۷۵، ۸۰، ۸۱، ۸۴ و ۸۸)

۹۹- **گزینهٔ «۱»** *(جعفر پازوکی)*

فقط مورد چهارم درست است.

بررسی موارد نادرست:

مورد اول: عنصر تیتانیم که ماندگاری و استحکام مناسبی دارد از فلزات دستهٔ d دوره چهارم جدول دوره‌ای می‌باشد.

مورد دوم: تیتانیم به دلیل دمای ذوب بالا، چگالی کم و مقاومت در برابر سایش در ساختار موتور جت به کار می‌رود.

مورد سوم: تمامی کاتیون‌های وانادیم قدرت اکسندگی بیشتری نسبت به کاتیون روی دارند.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۸۳ تا ۸۵)

۱۰۰- **گزینهٔ «۱»** *(رضا سلیمانی)*

فقط عبارت چهارم درست است.

یون‌های سدیم، فلوئور، منیزیم و اکسیژن هم الکترون هستند، یون اکسید در هسته خود تعداد پروتون کمتری دارد و یون منیزیم بیشترین پروتون را دارد و به‌ترتیب دارای بیشترین و کمترین شعاع در بین یون‌های فوق هستند.

بررسی سایر عبارت‌ها:

عبارت اول: جامدهای یونی در دمای اتاق، دارای حالت فیزیکی جامد هستند و رسانای جریان برق نمی‌باشند.

عبارت دوم: در تولید برق از انرژی خورشیدی، شارهٔ NaCl مناسب‌تر از HF است، زیرا NaCl یک ترکیب یونی است و نسبت به مواد مولکولی در گستره دمایی بزرگ‌تری به حالت مایع می‌ماند.

عبارت سوم: در گروه فلزهای قلیایی خاکی از بالا به پایین با افزایش جرم اتمی فلز، درصد جرمی اتم اکسیژن در اکسیدهای آن کاهش می‌یابد و همینطور شعاع اتمی فلزهای قلیایی خاکی افزایش می‌یابد که باعث کاهش آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور در آن‌ها می‌شود.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۶ تا ۷۸ و ۸۰)

۱۰۱- **گزینهٔ «۴»** *(جعفر پازوکی)*

هر چهار مورد درست‌اند؛

بررسی موارد:

مورد اول: چگالی بار یون با بار رابطهٔ مستقیم و با شعاع یون رابطه معکوس دارد؛ بنابراین یون منیزیم که کوچک‌ترین شعاع یونی و بار ۲+ دارد، بیشترین چگالی بار و Na^+ که بار کم‌تر دارد کمترین چگالی بار را دارد.

forum.konkur.in

www.konkur.in

مورد دوم: شعاع یونی مانند شعاع اتمی در یک گروه از بالا به پایین افزایش و به‌طور معمول در یک دوره از چپ به راست کاهش می‌یابد، بنابراین

$$K^+ < Cl^- < S^{2-}$$

مورد سوم: انرژی فروپاشی با چگالی بار یون‌ها رابطه مستقیم دارد، بنابراین هرچه بار یون‌ها بیشتر و شعاع یون‌ها کوچک‌تر باشد چگالی بار و انرژی فروپاشی شبکه بیشتر است.

مورد چهارم: هرچه انرژی فروپاشی بلور یونی بیشتر باشد نقطه ذوب ترکیب بیشتر است.

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱۰۲- **گزینهٔ «۴»** *(جعفر پازوکی)*

مقدار ΔH برای فرایند: $CaCl_2(s) \rightarrow Ca^{2+}(g) + 2Cl^-(g)$ همان انرژی فروپاشی شبکه بلور است که مقدار انرژی برای تبدیل یک مول جامد یونی به یون‌های گازی شکل سازنده است. بنابراین:

$$\Delta H = 1mol\,CaCl_2 \times \frac{111g\,CaCl_2}{1mol\,CaCl_2} \times \frac{90/2kJ}{4/44g\,CaCl_2} = 2255kJ$$

(شیمی ۳، شیمی جلوه‌ای از هنر، زیبایی و ماندگاری؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۱)

۱۰۳- **گزینهٔ «۴»** *(رضا سلیمانی)*

واکنش‌های انجام شده در قطعهٔ A به صورت زیر است:

(۱) واکنش حذف کربن مونوکسید: $2CO(g) + O_2(g) \rightarrow 2CO_2(g)$

(۲) واکنش حذف نیتروژن مونوکسید: $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$

(۳) واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته: $2C_xH_y(g) + \left(x + \frac{y}{4}\right)O_2(g) \rightarrow xCO_2(g) + \frac{y}{2}H_2O(g)$

با توجه به شکل، مولکول‌های C و D به‌ترتیب به O_2 و CO_2 هستند. با توجه به واکنش‌های بالا، O_2 و CO_2 در واکنش‌های (۱) و (۳) به‌ترتیب به عنوان واکنش‌دهنده و فراورده شرکت می‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: مولکول‌های D و B به‌ترتیب CO_2 و H_2O هستند. از آنجا که خصلت نافلزی O بیشتر از کربن و هیدروژن است، در مولکول CO_2، اتم کربن (مرکزی) دارای بار جزئی مثبت است.

گزینهٔ «۲»: بیشترین مولکول گازی که در اگزوز خودروها تولید می‌شود، گاز CO_2 است.

گزینهٔ «۳»: در سطح مبدل کاتالیستی، روی سطح سرامیکی، توده‌های فلزی به قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر وجود دارند که دارای نقش کاتالیزگری هستند.

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحهٔ ۹۷)

۱۰۴- **گزینهٔ «۲»** *(علی اخفمی‌نیا)*

بررسی گزینه‌ها:

۱) آنتالپی یک واکنش برابر تفاضل انرژی فعالسازی برگشت از رفت می‌باشد. (نادرست)

$$\Delta H = E_a - E'_a = a - 4a = -3a$$

۲) با تولید ۰/۱ مول از $A(g)$، مقدار به ترتیب زیر تغییر می‌کنند.

	C	$+B$	$\rightarrow A$
مول اولیه	x	y	۰
Δمول (تغییرات مول)	-2α	$-\alpha$	$+\alpha$
مول نهایی	$x-2\alpha$	$y-\alpha$	α

$$\Rightarrow \alpha = 0/1$$

حجم سامانه در نهایت شامل باقی‌ماندهٔ C و B و مقدار تولیدی A می‌باشد.

$$\frac{V_{\text{ثانویه}}}{V_{\text{اولیه}}} = \frac{n_{\text{ثانویه}}}{n_{\text{اولیه}}} \Rightarrow \frac{V_{\text{ثانویه}}}{V_{\text{اولیه}}} = \frac{0/1 + x - 0/2 + y - 0/1}{x + y}$$

$$\xrightarrow{x+y=0/4} \frac{0/1 + 0/4 - 0/2 - 0/1}{0/4} = \frac{0/2}{0/4} = 0/5$$

بنابراین حجم سامانه نصف می‌شود.

۳) به کار بردن کاتالیزگر باعث افزایش سرعت هردو واکنش رفت و برگشت می‌شود.

۴) کمترین مقدار انرژی لازم برای تبدیل فراورده به واکنش‌دهنده، همان انرژی فعال‌سازی برگشت می‌باشد که برابر $4a$ کیلوژول می‌باشد.

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۹۴ تا ۹۸)

۱۰۵- **گزینهٔ «۴»** *(حسن رحمتی‌کوکنده)*

$$2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$$

	A	۰	۰
مول اولیه			
تغییر مول	$-2x$	$+2x$	$+x$
مول در تعادل	$A-2x$	$2x$	x
مول در تعادل	۰/۲	۰/۲	۰/۱

$$n_{SO_2} = 2x = 0/2 \Rightarrow x = 0/1$$

$$K = \frac{[SO_2]^2[O_2]^1}{[SO_3]^2} \Rightarrow 25 \times 10^{-3} = \frac{\left(\frac{0/2}{V}\right)^2\left(\frac{0/1}{V}\right)^1}{\left(\frac{0/2}{V}\right)^2} = \frac{0/1}{V}$$

$$\Rightarrow V = 4L$$

$$A - 2x = 0/2 \Rightarrow A - 0/2 = 0/2 \Rightarrow A = 0/4mol \quad \text{اولیه}$$

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر؛ صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

forum.konkur.in

www.konkur.in

۱۰۶- **گزینهٔ «۴»** *(محمد عظیمیان‌زواره)*

با توجه به شمار مول‌های N_2 وارد شده و شمار مول‌های H_2 و ضرایب استوکیومتری مواد در واکنش تعادلی در تعادل (۲) مقادیر عددی A و B به‌ترتیب برابر ۰/۱۶ و ۰/۱۱ می‌باشد.

۱) درست $0/16-0/11=0/05$

۲) درست، تغییر غلظت تأثیری بر ثابت تعادل ندارد.

۳) درست، با افزایش غلظت یک ماده در تعادل، تعادل در جهت مصرف آن به پیش می‌رود.

۴) نادرست، تعادل (۲) $\frac{0/16}{0/47}\simeq 0/34$ ، تعادل (۱) $\frac{0/14}{0/5}=0/28$

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

۱۰۷- **گزینهٔ «۲»** *(محمد نکو)*

$$2N_2O_5(g)\rightleftharpoons 4NO_2(g)+O_2(g)$$

ابتدا	6mol	0	0
تغییرات	$-2x$	$+4x$	$+x$
تعادل	$6-2x$	$4x$	x

$$\frac{6-2x}{5x}=2\Rightarrow x=0/5\text{mol}$$

$$\xrightarrow{\text{غلظت تعادلی}}\begin{cases}[N_2O_5]=\dfrac{5\text{mol}}{\frac{1}{2}\text{L}}=10\text{mol.L}^{-1}\\ [O_2]=\dfrac{0/5\text{mol}}{\frac{1}{2}\text{L}}=1\text{mol.L}^{-1}\\ [NO_2]=\dfrac{2\text{mol}}{\frac{1}{2}\text{L}}=4\text{mol.L}^{-1}\end{cases}$$

$$K=\frac{[NO_2]^4\times[O_2]}{[N_2O_5]^2}=\frac{4^4\times 1}{10^2}=2/56\text{mol}^3.\text{L}^{-3}$$

$$R_{\text{واکنش}}=R_{O_2}=\frac{0/5\text{mol}}{\frac{2}{3}\text{min}}=0/75\text{mol.min}^{-1}$$

می‌دانیم سرعت کلی واکنش با سرعت ماده‌ای که ضریب استوکیومتری (۱) دارد برابر است.

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۰۸- **گزینهٔ «۲»** *(امیرحسین طیبی‌سودکلایی)*

ابتدا غلظت تعادلی $H_4IO_6^-$ تعادل اولیه را محاسبه می‌کنیم.

$$K=\frac{[H_4IO_6^-]}{[IO_4^-]}\Rightarrow\frac{[H_4IO_6^-]}{5}=4\times10^{-2}$$

$$\Rightarrow[H_4IO_6^-]=0/2\frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

محاسبه میزان یون افزوده شده:

$$NaH_4IO_6\rightarrow Na^+ + H_4IO_6^-$$

$$?\,\text{mol}\,H_4IO_6^-:65\text{g}\,NaH_4IO_6\times\frac{1\text{mol}\,NaH_4IO_6}{250\text{g}\,NaH_4IO_4}$$

$$\times\frac{1\text{mol}\,H_4IO_6^-}{1\text{mol}\,NaH_4IO_6}=0/26\text{mol}$$

واکنش در جهت برگشت جابه‌جا می‌شود:

$$IO_4^-(aq)+2H_2O(l)\rightleftharpoons H_4IO_6^-(aq)$$

$$5+y \qquad 0/46-y$$

$$\Rightarrow 0/04=\frac{0/46-y}{5+y}\Rightarrow 0/2+0/04y=0/46-y$$

$$\Rightarrow 1/04y=0/26\Rightarrow y=0/25\frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

در نتیجه ۰/۲۵ مول بر لیتر غلظت IO_4^- افزایش یافته است.

$$\frac{0/25\text{mol}\,IO_4^-}{1\text{L}}\times\frac{191\text{g}\,IO_4^-}{1\text{mol}\,IO_4^-}=47/75\frac{\text{g}}{\text{L}}$$

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۱۰۹- **گزینهٔ «۳»** *(محمدرضا پورجاوید)*

با توجه به فرمول شیمیایی ترفتالیک اسید $(C_8H_6O_4)$ ، تعداد پیوندهای اشتراکی آن عبارتند از:

$$\text{تعداد پیوندهای اشتراکی در } C_8H_6O_4=\frac{(8\times4)+(6\times1)+(4\times2)}{2}=23$$

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۴ تا ۱۱۶)

۱۱۰- **گزینهٔ «۴»** *(پیمان خواجوی‌مهر)*

هر چهار عبارت نادرست هستند.

* گاز A متان است و واکنش‌پذیری کمی دارد.

* مجموع ضرایب مواد در معادله موازنه شده برابر ۶ است.

$$CH_4+H_2O\rightarrow CO+3H_2$$

* انرژی فعال‌سازی واکنش زیاد است و در دماهای بالا انجام می‌شود.

* ماده A متان است اما توضیحات مربوط به عبارت چهارم به متانول مربوط است.

(شیمی ۳، شیمی راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

forum.konkur.in