



آزمون « ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲ »

اختصاصی دوازدهم ریاضی

مدت پاسخ‌گویی: ۱۴۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۰۰ سؤال

دفترچه سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
اجباری	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
اجباری	۵	۴۱-۴۵	۸'
اجباری	۵	۴۶-۵۰	۷'
اجباری	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
اجباری	۲۰	۶۱-۸۰	۳۰'
اجباری	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰'
اجباری	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۰'
جمع کل	۱۰۰	۱-۱۰۰	۱۴۰'

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
حسابان ۲ و ریاضی پایه	کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام‌پور-عادل حسینی-علی‌اکبر علیزاده
هندسه	امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی-رضا عباسی‌اصل-نریمان فتح‌اللهی-احمدرضا فلاح مهراد ملوندی
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-امیررضا امینی-محبوبه بهادری-محسن بهرام‌پور-سوگند روشنی-بیتا سعیدی-محمد صحت‌کار رحمت عین‌علیان-احمدرضا فلاح-مجید نیکنام
فیزیک	خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید
شیمی	محمدرضا پورجاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیرحاتمیان-پیمان خواجوی‌مجد-حمید ذبیحی-روزبه رضوانی

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک‌محمدی
	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی‌زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: محیا اصغری
حروف‌نگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: کاربردهای مشتق: صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۲۶

۱- تابع f روی فاصله (a, b) پیوسته است. کدام عبارت در مورد این تابع نادرست است؟

(۱) اگر اکیداً نزولی باشد، می‌تواند در بعضی نقاط مشتق ناپذیر باشد.

(۲) اگر اکیداً نزولی باشد، می‌تواند در بعضی نقاط دارای مشتق صفر باشد.

(۳) اگر صعودی باشد، مشتق آن در این فاصله نامنفی خواهد بود.

(۴) اگر صعودی باشد، مشتق آن در این فاصله تغییر علامت نخواهد داد.

۲- تابع $f(x) = x - 2\sqrt{x-2}$ در بازه $(a, 5)$ صعودی است. حداقل مقدار a کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۳- کدام یک از گزینه‌های زیر طول مینیمم نسبی تابع $f(x) = \frac{3 \sin x}{\cos x + 2}$ است؟

 $\frac{5\pi}{3}$ (۲)

 $\frac{4\pi}{3}$ (۱)

 $\frac{8\pi}{3}$ (۴)

 $\frac{7\pi}{3}$ (۳)

۴- تابع $f(x) = \begin{cases} ax^3 & ; x > 1 \\ bx + c & ; x \leq 1 \end{cases}$ فقط دارای یک نقطه بحرانی به طول $x = 3$ است. حاصل $a - c$ کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

-۱۰ (۲)

۱۰ (۱)

۵- مقدار اکسترمم نسبی تابع $f(x) = \frac{x^3 + a}{x^2}$ در بازه $[1, 4]$ برابر ۳ است. ماکزیمم مطلق تابع کدام است؟

۵/۲۵ (۴)

۵ (۳)

۴/۲۵ (۲)

۴ (۱)

محل انجام محاسبات

٦- نقطه‌ای به طول $x = -1$ ، نقطه بحرانی تابع $f(x) = 2x^4 + ax^3 + bx + 10$ است که اکسترمم نسبی محسوب نمی‌شود. مقدار

اکسترمم نسبی این تابع کدام است؟

- (١) -26 (٢) -28 (٣) -36 (٤) -38

٧- نقاط اکسترمم تابع $f(x) = \sqrt[3]{(x^2 - 8)^2}$ در بازه $[-2, 4]$ تشکیل یک مثلث می‌دهند. مساحت این مثلث کدام است؟

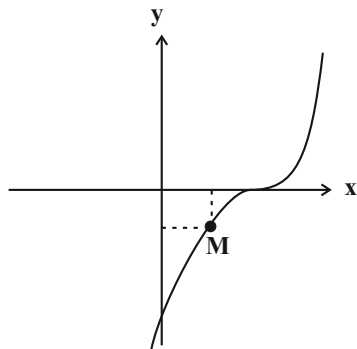
- (١) 8 (٢) 10 (٣) 4 (٤) $4\sqrt{2}$

٨- بیشترین مقدار مربوط به مجموع دو ریشه معادله $(m^2 + 1)x^2 + (m - 1)x = 1$ کدام است؟

- (١) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ (٢) $\frac{1 + 2\sqrt{2}}{4}$ (٣) $\frac{1 - \sqrt{2}}{2}$ (٤) $\frac{3 - \sqrt{2}}{4}$

٩- نقطه $M(x, y)$ روی نمودار $y = (x - 1)^3$ و در ناحیه چهارم را چنان انتخاب کرده‌ایم که حجم حاصل از دوران مستطیل

ایجادشده حول محور y ها، حداکثر باشد. طول نقطه M کدام است؟



(١) $\frac{1}{5}$

(٢) $\frac{2}{5}$

(٣) $\frac{3}{5}$

(٤) $\frac{4}{5}$

١٠- از بین مکعب مستطیل‌هایی با حجم ثابت که دارای قاعده مربع هستند، مکعبی را انتخاب کرده و قاعده آن را به همراه سه وجه

جانبی‌اش رنگ می‌کنیم. در صورتی که کمترین مقدار رنگ را مصرف کرده باشیم، ارتفاع مکعب چند برابر طول ضلع قاعده آن

است؟

- (١) 2 (٢) $\frac{2}{3}$ (٣) $\frac{3}{2}$ (٤) $\frac{1}{2}$



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات پایه: ریاضی ۱: صفحه‌های ۱ تا ۴۷، ۲۷ تا ۶۸ و ۹۴ تا ۱۱۷ / حسابان ۱: ۱ تا ۶ و ۳۷ تا ۹۰

۱۱- اگر $a = 2^{\sqrt{2}-1}$ و $a^b = 2^{\sqrt{2}+1}$ ، مقدار b کدام است؟

(۲) $2 + \sqrt{2}$

(۱) $3 + 2\sqrt{2}$

(۴) $2 - \sqrt{2}$

(۳) $3 - 2\sqrt{2}$

۱۲- اعداد طبیعی زوج را چنان دسته‌بندی کرده‌ایم که دسته اول $\{2\}$ و در دسته‌های بعدی، تعداد اعضای هر دسته برابر کوچک‌ترین

عدد دسته قبلی است. بزرگ‌ترین عدد دسته دوازدهم کدام است؟

(۲) ۸۱۹۰

(۱) ۴۰۹۴

(۴) ۸۱۹۲

(۳) ۴۰۹۶

۱۳- چهار جمله متوالی از یک دنباله حسابی مفروض هستند، به طوری که حاصل ضرب جملات بزرگ‌تر و کوچک‌تر، ده برابر حاصل

ضرب دو جمله میانی است. حال اگر مجموع دو جمله میانی برابر ۳ باشد، مجموع ارقام جمله بزرگ‌تر کدام است؟

(۲) ۵

(۱) ۶

(۴) ۷

(۳) ۸

۱۴- خط $y = k$ نمودار تابع $y = \frac{|x-2|}{x}$ را در دو نقطه قطع می‌کند. حدود k کدام است؟

(۲) $-1 < k < 1$

(۱) $0 < k < 2$

(۴) $-2 < k < 0$

(۳) $0 < k < 1$

محل انجام محاسبات

١٥- اگر $f(x) = 2x + \log_2 x$ ، حاصل $\frac{f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)}$ کدام است؟

- (١) ٢ (٢) $\frac{4}{3}$ (٣) $\frac{3}{2}$ (٤) ١

١٦- اگر $f(x) = |x+2| - |x-1|$ و $g(x) = x|x-3|$ ، اختلاف بیشترین و کمترین مقدار تابع $g \circ f$ کدام است؟

- (١) ١٥/٧٥ (٢) ١٥/٢٥ (٣) ٢٠/٢٥ (٤) ٢٠/٧٥

١٧- اگر $f(x) = \sqrt{x+k} - \frac{x}{2}$ و $g(x) = \sqrt{k-x} + \frac{x}{2}$ ، به ازای چند مقدار طبیعی k ، دامنه تابع $\frac{g}{f}$ دارای شش عضو صحیح است؟

- (١) ٢ (٢) ٣ (٣) ٤ (٤) هیچ مقدار k

١٨- اگر $a = \log_{18} 12$ ، $a = \log_{60} 125$ کدام است؟

- (١) $\frac{2+6a}{a+1}$ (٢) $\frac{1+3a}{2a+1}$ (٣) $\frac{3-6a}{a+1}$ (٤) $\frac{1-2a}{2a+1}$

١٩- اگر $\frac{13}{16} = 2^{-4a} + 3 \times 4^{-a}$ ، معادله $\log_{-x} |x-a| + \log_{-x} 2 = 2$ چند جواب دارد؟

- (١) ٤ (٢) ١ (٣) ٢ (٤) صفر

٢٠- ماده‌ای در طی ٤ روز، $\frac{1}{25}$ گرم خودش را از دست می‌دهد. اگر در ابتدا ١٦٢ گرم از آن موجود باشد، بعد از گذشت چند روز فقط

٦ گرم باقی خواهد ماند؟ ($\log 2 \simeq 0/3$ ، $\log 3 \simeq 0/48$)

- (١) ١٤٠ (٢) ١٧٢ (٣) ٢٨٠ (٤) ٢٨٨



وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳: بردارها: صفحه‌های ۶۱ تا ۸۰

۲۱- اگر فاصله نقطه A از صفحه xy برابر ۲ و از محور x ها برابر ۳ باشد، فاصله آن از صفحه xz کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{13}$

۲۲- معادله خطی در فضا که از نقطه $A = (-2, 5, 1)$ گذشته و موازی محور z ها باشد، کدام است؟

(۱) $z = 1$ (۲) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ (۳) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \\ 0 \leq z \leq 1 \end{cases}$ (۴) $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \\ z \geq 0 \end{cases}$

۲۳- M نقطه‌ای روی صفحه xz و نقطه M' قرینه M نسبت به محور y ها است. اگر فاصله نقطه M از نقطه $(-2, 4, 1)$ ، برابر

فاصله نقطه M' از نقطه $(3, 5, -1)$ باشد، طول نقطه M کدام است؟

(۱) ۳ (۲) $-4/5$ (۳) $1/4$ (۴) -۷

۲۴- اگر $|\vec{a}| = 2$ ، $|\vec{b}| = 3$ و $|\vec{a} + \vec{b}| = 4$ باشد، اندازه بردار $|\vec{a} - \vec{b}|$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{10}$ (۴) $2\sqrt{3}$

۲۵- اگر زاویه بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} برابر 150° بوده و بردارهای \vec{a} و $3\vec{a} + \vec{b}$ بر هم عمود باشند، آنگاه اندازه بردار \vec{a} چند برابر

اندازه بردار \vec{b} است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) ۶

۲۶- برای بردارهای غیرصفر و غیرموازی \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} ، روابط $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0$ و $\vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0$ برقرار است. کدام مورد لزوماً درست

است؟

(۱) $\vec{a} + \vec{c}$ بر \vec{b} عمود است. (۲) $\vec{a} + \vec{c}$ با \vec{b} موازی است.

(۳) $\vec{a} - \vec{c}$ بر \vec{b} عمود است. (۴) $\vec{a} - \vec{c}$ با \vec{b} موازی است.

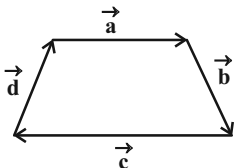
محل انجام محاسبات

۲۷- اندازه تصویر قائم بردار $\vec{a} = (2, -1, 2)$ روی بردار $\vec{b} = (m, -m, 0)$ ، یک و نیم برابر اندازه بردار نا صفر \vec{b} است. اندازه بردار \vec{b}

برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

۲۸- بردارهای \vec{a} ، \vec{b} ، \vec{c} و \vec{d} مطابق شکل یک دوزنقه تشکیل داده‌اند. کدام یک از گزاره‌های زیر صحیح است؟



(۱) \vec{a} مضرب مثبتی از بردار \vec{c} است.

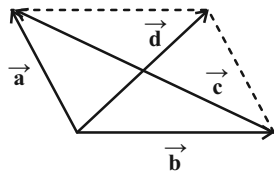
(۲) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ برداری در خلاف جهت بردار \vec{c} است.

(۳) $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{c} \cdot \vec{d})$ برداری در خلاف جهت بردار \vec{d} است.

(۴) $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{c} \cdot \vec{d})$ یک عدد حقیقی منفی است.

۲۹- در متوازی‌الاضلاع ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} ، دو قطر $\vec{c} = 7\vec{i} + \vec{j} + 10\vec{k}$ و $\vec{d} = (-1, 7, 0)$ مشخص شده‌اند.

اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ، زاویه بین بردارهای \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ کدام است؟



(۱) 30°

(۲) 45°

(۳) 60°

(۴) 90°

۳۰- اگر اندازه‌های دو بردار \vec{a} و \vec{b} به ترتیب ۴ و $2\sqrt{2}$ بوده و زاویه این دو بردار با محور xها به ترتیب 60° و 45° باشد، کدام گزینه

در مورد بردار $\vec{a} - \vec{b}$ لزوماً درست است؟

(۲) در صفحه xy قرار دارد.

(۱) عمود بر محور xها است.

(۴) در صفحه xz قرار دارد.

(۳) عمود بر محور yها است.

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته: ترکیبات (شمارش): صفحه‌های ۶۲ تا ۷۸

۳۱- چند مربع لاتین 4×4 می‌توان تشکیل داد که دو سطر اول آن به صورت زیر باشد؟

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲

۲ (۲)

۱ (۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

		۱
	۱	
۱		

است؟

است، چند برابر تعداد مربع‌های لاتین به صورت

	۱	

تعداد مربع‌های لاتینی که به صورت

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۳- ۳ برادر هم سایز، ۳ کت و ۳ شلوار مختلف دارند و می‌خواهند در ۳ روز مختلف هفته که به محل کار خود می‌روند هر روز یک دست

کت و شلوار مختلف بپوشند. این برادرها به چند طریق می‌توانند در روزهای مختلف شلوارها را انتخاب کنند اگر برای کت‌ها

برنامه‌ریزی کرده باشند؟

۶ (۴)

۱۲ (۳)

۳۶ (۲)

۳ (۱)

۳۴- اگر دو مربع لاتین A و B متعامد باشند، ab کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} ۲ & ۴ & ۱ & ۳ \\ ۴ & ۲ & ۳ & ۱ \\ ۱ & ۳ & ۲ & ۴ \\ ۳ & ۱ & ۴ & ۲ \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} ۲ & ۴ & ۱ & ۳ \\ & & & ۴ \\ a & & ۴ & \\ & b & & \end{bmatrix}$$

۴ (۱)

۶ (۲)

۸ (۳)

۳ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۵- دو مربع لاتین A و B از مرتبه ۴ متعامدند و مربع لاتین B' از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ روی اعضای B به دست آمده است. مقدار a

$$A = \begin{bmatrix} 2 & & & \\ & & 2 & \\ & 2 & & \\ & & & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & & 3 & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & a & & \\ & & & 3 \end{bmatrix}$$

کدام است؟

۲ (۱)

۳ (۲)

۱ (۳)

۴ (۴)

۳۶- در یک سمینار علمی ۲۵ نفر حضور دارند که ۱۴ نفر از آنان به اسپانیا، ۱۰ نفر به فرانسه، ۱۱ نفر به آلمان، ۵ نفر به اسپانیا و فرانسه، ۷

نفر به اسپانیا و آلمان و ۴ نفر به فرانسه و آلمان سفر کرده‌اند. اگر ۳ نفر به هیچ کدام از این سه کشور سفر نکرده باشند آن‌گاه چند

نفر فقط به اسپانیا یا فقط به فرانسه مسافرت کرده‌اند؟

۶ (۴)

۷ (۳)

۸ (۲)

۹ (۱)

۳۷- چند عدد از مجموعه مضارب دو رقمی عدد ۳، نسبت به عدد ۲۸ اول هستند؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

۳۸- چند عدد سه رقمی وجود دارد که حداقل یک رقم ۷ و حداقل یک رقم ۳ را شامل شود؟

۵۴ (۴)

۵۲ (۳)

۵۸ (۲)

۶۴ (۱)

۳۹- به چند طریق می‌توان ۲ مداد متمایز و ۳ خودکار متمایز را بین سه نفر تقسیم کرد به طوریکه به هر نفر حداقل یک مداد یا یک

خودکار رسیده باشد؟

۲۷۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۴۰- به چند طریق ۳ جایزه متمایز را بین ۵ نفر می‌توان تقسیم کرد به طوریکه حداقل ۳ نفر از ۵ نفر جایزه‌ای دریافت نکنند؟

۱۸۰ (۴)

۶۰ (۳)

۶۵ (۲)

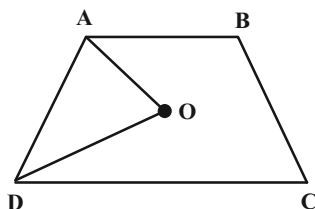
۱۲۵ (۱)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۸ دقیقه

هندسه ۱: کل کتاب: صفحه‌های ۹ تا ۹۶

۴۱- در شکل زیر چهارضلعی ABCD، دوزنقه متساوی الساقینی به ارتفاع ۵ و طول ساق ۸ است. اگر AO و DO نیمسازهای زوایای



داخلی A و D باشند، مساحت مثلث OAD کدام است؟

۱۰ (۱)

۱۵ (۲)

۲۰ (۳)

۲۴ (۴)

۴۲- مثلثی به اضلاع ۳، ۴ و ۶ با مثلثی به اضلاع ۵، x و y متشابه است. $x+y$ کدام یک از مقادیر زیر نمی‌تواند باشد؟

 $\frac{25}{2}$ (۴) $\frac{50}{3}$ (۳) $\frac{45}{4}$ (۲) $\frac{35}{6}$ (۱)

۴۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($A = 90^\circ$)، نقاط M و H به ترتیب پای میانه و ارتفاع وارد بر وتر هستند. اگر $\hat{C} = 52/5^\circ$ و

$BC = 12$ باشد، مساحت مثلث AMH کدام است؟

۹ (۴)

۶ (۳)

۴/۵ (۲)

۳ (۱)

۴۴- عدد مساحت یک چندضلعی شبکه‌ای، ۳ برابر تعداد نقاط مرزی آن است. کمترین مقدار حاصل ضرب تعداد نقاط درونی و نقاط

مرزی این چندضلعی کدام است؟

۹۶ (۴)

۵۰ (۳)

۴۴ (۲)

۱۵ (۱)

۴۵- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

(۱) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.

(۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.

(۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.

(۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۷ دقیقه

آمار و احتمال: آشنایی با مبانی ریاضیات + احتمال: صفحه‌های ۱ تا ۷۲

۴۶- اگر p و q دو گزاره دلخواه باشند، گزاره $[\sim (p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p)]$ هم ارز با کدام یک از گزاره‌های زیر است؟

(۱) T (۲) F

(۳) p (۴) $\sim p$

۴۷- مجموعه $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ را به چند طریق می‌توان به سه مجموعه دو عضوی و یک مجموعه تک عضوی افزایش داد به طوری که

فاقد $\{a\}$ باشد؟

(۱) ۴۵ (۲) ۶۰

(۳) ۷۵ (۴) ۹۰

۴۸- در یک ظرف، ۴ توپ قرمز و ۶ توپ آبی وجود دارد. از این ظرف توپ‌ها را یکی بعد از دیگری و بدون جای گذاری بیرون می‌آوریم تا جایی که

حداقل یک توپ قرمز و یک توپ آبی داشته باشیم. احتمال این که دقیقاً ۴ توپ بیرون بیاوریم، چقدر است؟

(۱) $\frac{6}{35}$ (۲) $\frac{4}{35}$

(۳) $\frac{8}{105}$ (۴) $\frac{13}{105}$

۴۹- در یک پروژه ساختمانی به دلیل کمبود نقدینگی، احتمال اعتصاب کارگران $\frac{6}{10}$ می‌باشد. اگر اعتصاب شود به احتمال $\frac{3}{10}$ و

اگر اعتصاب نشود به احتمال $\frac{8}{10}$ کار پروژه به موقع تمام می‌شود. احتمال اینکه کارگران اعتصاب کرده باشند در صورتی که

بدانیم کار به موقع تمام شده است، کدام است؟

(۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{9}{25}$

(۳) $\frac{11}{25}$ (۴) $\frac{8}{25}$

۵۰- فرض کنید احتمال ابتلای فردی به سرماخوردگی و آنفولانزا در پاییز یک سال به ترتیب $\frac{7}{10}$ و $\frac{4}{10}$ و احتمال اینکه این فرد به هیچ کدام از

این دو بیماری مبتلا نشود $\frac{15}{10}$ باشد. احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، کدام است؟

(۱) $\frac{4}{10}$ (۲) $\frac{45}{10}$

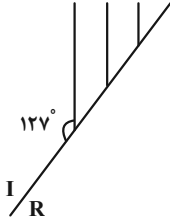
(۳) $\frac{5}{10}$ (۴) $\frac{55}{10}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳: برهم کنش های موج / آشنایی با فیزیک اتمی: صفحه های ۹۴ تا ۱۳۶

۵۱- در شکل زیر، جبهه های فرودی، در مرز آب عمیق و کم عمق در یک تشت نشان داده شده است. اگر زاویه شکست در محیط R،

برابر 45° باشد، کدام ناحیه عمیق تر است و نسبت طول موج در دو محیط $\left(\frac{\lambda_I}{\lambda_R}\right)$ کدام است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6)$ 

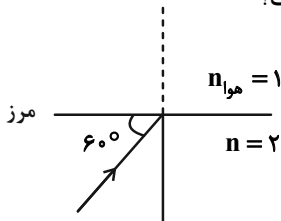
(۱) $0.6\sqrt{2} - R$

(۲) $0.6\sqrt{2} - I$

(۳) $0.8\sqrt{2} - R$

(۴) $0.8\sqrt{2} - I$

۵۲- در شکل زیر پرتو نوری از محیط شفاف وارد هوا می شود. زاویه انحراف چند برابر زاویه شکست است؟



(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{4}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۵۳- چه تعداد از جمله های زیر درست است؟

(الف) در پدیده پراش، به ازای یک طول موج معین، هرچه پهنای شکاف کوچک تر باشد، پراش بارزتر است.

(ب) پدیده پراش فقط برای امواجی رخ می دهد که به محیط مادی نیاز دارند.

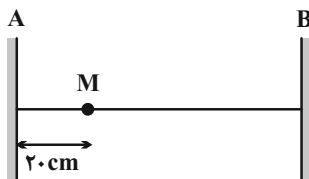
(پ) با دمیدن در صدف حلزونی، گستره وسیعی از بسامدها تولید می شود که اگر یکی از آنها منطبق بر یکی از بسامدهای تشدید صدف شود، یک موج صوتی قوی ایجاد می شود.

(ت) اگر آزمایش ینگ را به جای هوا در آب انجام دهیم، پهنای نوارها بیشتر می شود.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۵۴- در آزمایش ینگ با نور آبی، فاصله دو نوار روشن متوالی برابر با 6mm است. اگر این آزمایش را در همان شرایط با نور نارنجیانجام دهیم، پهنای هر نوار روشن چند میلی متر می شود؟ $(\lambda_{\text{آبی}} = 1/5 \lambda_{\text{نارنجی}})$

(۱) ۴ (۲) ۴/۵ (۳) ۶ (۴) ۹

۵۵- در شکل زیر، سیمی به طول 80cm بین دو نقطه A و B محکم بسته شده است. اگر تندی انتشار موج عرضی در سیم برابر 20m/s باشد، کمترین بسامد نوسان های سیم چند هرتز باشد تا در نقطه M شکم تشکیل شود؟

(۱) ۵۰

(۲) ۲۵

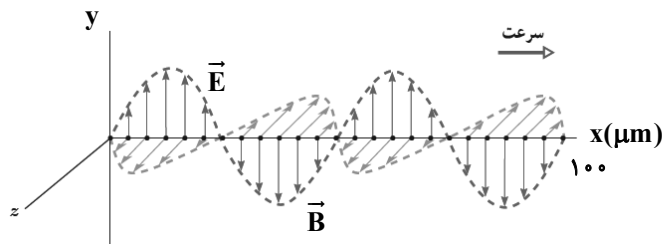
(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۵۰

محل انجام محاسبات

۵۶- شکل زیر تصویری از یک موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که در خلأ در حال انتشار است. انرژی هر فوتون آن چند

الکترون ولت است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



(۱) $2/4 \times 10^{-2}$

(۲) $4/8 \times 10^{-2}$

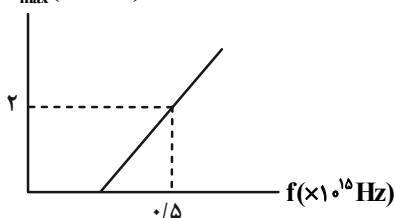
(۳) $2/4 \times 10^{-4}$

(۴) $4/8 \times 10^{-4}$

۵۷- در یک آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون‌ها بر حسب بسامد پرتو نور فرودی مطابق شکل زیر

است. طول موج نور تابشی به فلز چند نانومتر باشد تا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترئون‌های گسیل شده $11 \times 10^{-19} \text{ J}$ شود؟

$K_{\text{max}} (\times 10^{-19} \text{ J})$



($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $h = 6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$)

(۱) ۲۵۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۱۲۰

۵۸- الکترون اتم هیدروژن که در تراز $n = 6$ قرار دارد با گسیل یک فوتون مرئی به تراز پایین‌تر باز می‌گردد. بسامد فوتون گسیل

شده تقریباً چند هرتز است؟ ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$)

(۴) $1/5 \times 10^{14}$

(۳) $3/5 \times 10^{14}$

(۲) 7×10^{14}

(۱) 15×10^{14}

۵۹- در اتم هیدروژن الکترون در تراز $n = 2$ قرار دارد و شعاع مدار آن r است. این الکترون با دریافت انرژی مناسب به مداری

می‌رود که شعاع آن $16r$ است. اگر الکترون از این مدار به مدار اولیه خود برود، انرژی الکترون تقریباً چند الکترون ولت کاهش

می‌یابد؟ ($E_R = 13/6 \text{ eV}$)

(۴) $4/47$

(۳) $2/25$

(۲) $3/18$

(۱) $1/51$

۶۰- در خط‌های طیف گسیلی هیدروژن اتمی، اختلاف بیشترین و کمترین بسامد نور مرئی گسیلی با بسامد کدام خط برابر است؟

(۲) خط چهارم رشته بالمر ($n' = 2$)

(۱) خط اول رشته بالمر ($n' = 2$)

(۴) خط سوم رشته پاشن ($n' = 3$)

(۳) خط ششم رشته پاشن ($n' = 3$)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۳۰ دقیقه

فیزیک ۱: کل کتاب: صفحه‌های ۱ تا ۱۴۹

۶۱- حجم مایعی $7/33 \times 10^4$ میکرومتر مکعب است. حجم این مایع چند سانتی‌متر مکعب است؟

$$(1) \quad 7/33 \quad (2) \quad 7/33 \times 10^{-2}$$

$$(3) \quad 7/33 \times 10^{-4} \quad (4) \quad 7/33 \times 10^{-6}$$

۶۲- چند مورد از عبارتهای زیر نادرست است؟

(الف) در میان کمیت‌های اصلی SI، تنها یکای یک کمیت دارای پیشوند است.

(ب) برخی یکاهای فرعی SI، نامی مخصوص به خود دارند.

(پ) کمیت فشار برخلاف جرم، علاوه بر اندازه به جهت نیز نیاز دارد تا به‌طور دقیق بیان شود.

(ت) جریان الکتریکی کمیتی اصلی و برداری و انرژی کمیتی فرعی و نرده‌ای می‌باشد.

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5)$$

۶۳- روابط فیزیکی $P = ABC + \frac{D}{L}$ و $D = MB$ برقرار است. اگر کمیت P بر حسب پاسکال، کمیت C بر حسب متر، کمیت Lبر حسب متر مربع و کمیت M بر حسب کیلوگرم باشد، یکای کمیت $\frac{AD}{B}$ در SI مطابق کدام گزینه است؟

$$(1) \quad \frac{kg^2}{m^2} \quad (2) \quad \frac{kg^2}{m^3} \quad (3) \quad \frac{m^2}{kg^3} \quad (4) \quad \frac{m^3}{kg^2}$$

۶۴- مطابق شکل زیر، دو ظرف مشابه را با مقدار یکسان آب به‌طور کامل پر می‌کنیم و روی یک سطح افقی قرار می‌دهیم. اگر اندازه

نیروی که از طرف آب به کف ظرف‌های A و B وارد می‌شود را به ترتیب F_1 و F_2 و اندازه نیرویی که از طرف این دو ظرف بهسطح افقی زیر ظرف‌ها وارد می‌شود را به ترتیب F'_1 و F'_2 بنامیم و همچنین اگر فشاری که از طرف آب به کف ظرف‌های A و Bوارد می‌شود را به ترتیب P_1 و P_2 و فشاری که از طرف این دو ظرف به سطح زیر ظرف‌ها وارد می‌شود را به ترتیب P'_1 و P'_2

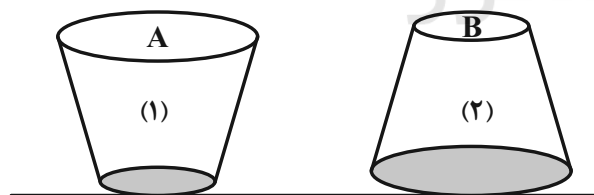
بنامیم، کدام مقایسه زیر به درستی انجام شده است؟

$$(1) \quad P'_1 = P'_2, P_1 = P_2, F'_1 = F'_2, F_1 = F_2$$

$$(2) \quad P'_1 > P'_2, P_1 = P_2, F'_1 = F'_2, F_1 > F_2$$

$$(3) \quad P'_1 = P'_2, P_1 > P_2, F'_1 < F'_2, F_1 = F_2$$

$$(4) \quad P'_1 > P'_2, P_1 = P_2, F'_1 = F'_2, F_1 < F_2$$



۶۵- نسبت فشار کل در عمق ۳۰ متری به فشار کل در عمق ۱۰ متری از سطح آزاد یک دریاچه ساکن، مطابق با کدام گزینه است؟

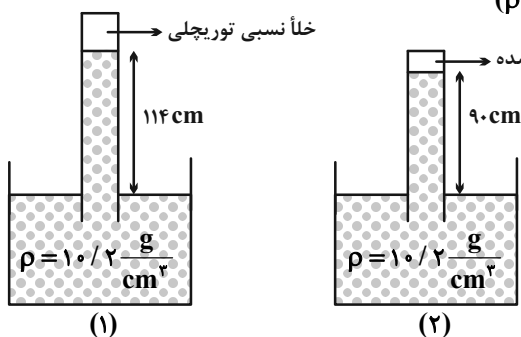
$$(1) \quad \left(\frac{N}{kg} = 10, g = 10 \frac{g}{cm^3} \text{ و } \rho_{\text{آب}} = 10^5 Pa, P_0 = 10^5 Pa \right)$$

$$(1) \quad (2) \quad (3) \quad (4) \quad (5)$$

محل انجام محاسبات

۶۶- مطابق شکل های زیر، در آزمایش توربجلی، از مایعی به چگالی $\frac{10}{2} \frac{g}{cm^3}$ استفاده کرده ایم. فشار هوای حبس شده در آزمایش

مربوط به شکل (۲) چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$)



(۱) ۳۶

(۲) ۲۴

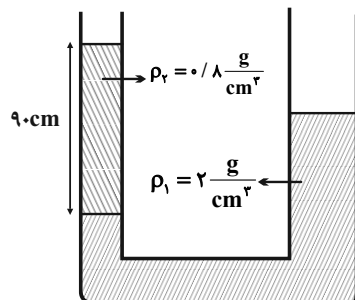
(۳) ۱۸

(۴) صفر

۶۷- در شکل زیر، سطح مقطع لوله سمت راست 3 cm^2 و سطح مقطع لوله سمت چپ، 10 cm^2 می باشد. چند گرم آب به چگالی

$\rho_p = 1 \frac{g}{cm^3}$ در لوله سمت راست اضافه کنیم تا پس از ایجاد تعادل، سطح مایع (۱) نسبت به حالت اولیه در لوله سمت چپ،

3 cm بالا رود؟ (ارتفاع لوله ها به اندازه کافی بلند است و مایعات با یکدیگر مخلوط نمی شوند.)



(۱) ۳۶۰۰

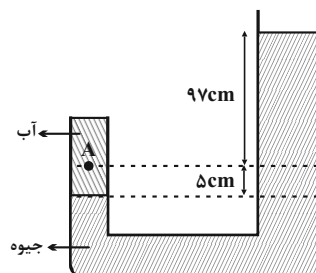
(۲) ۲۴۰۰

(۳) ۱۸۰۰

(۴) ۵۴۰۰

۶۸- در شکل زیر مجموعه در حال تعادل است. فشار پیمانه ای نقطه A چند کیلو پاسکال است؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_{\text{Hg}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



(۱) ۱۳۸۲۲۰

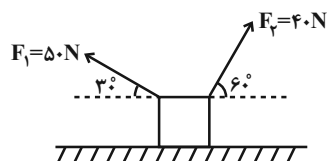
(۲) ۱۳۸۷۲۰

(۳) ۱۳۸/۷۲

(۴) ۱۳۸/۲۲

محل انجام محاسبات

۶۹- مطابق شکل زیر، جسمی بر روی سطح افقی بدون اصطکاک، تحت تأثیر نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 به سمت چپ جابه‌جا می‌شود. اگر طی این جابه‌جایی کار انجام شده توسط نیروی \vec{F}_1 برابر با W_1 و کار انجام شده توسط نیروی \vec{F}_2 برابر با W_2 باشد، حاصل



کدام است؟ $\frac{W_1}{W_2}$

$\frac{-5\sqrt{3}}{4}$ (۲)	$\frac{5\sqrt{3}}{4}$ (۱)
$\frac{-4\sqrt{3}}{15}$ (۴)	$\frac{4\sqrt{3}}{15}$ (۳)

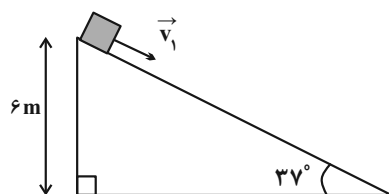
۷۰- جسمی با تندی $8 \frac{m}{s}$ از یک ارتفاع معین به طرف زمین پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی وزن جسم و اندازه کار نیروی مقاومت هوا بر روی جسم از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به زمین به ترتیب $40 J$ و $10 J$ و انرژی جنبشی جسم در لحظه پرتاب $8 J$ باشد، تندی جسم در لحظه برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 m/s^2$)

۸ (۴)	$4\sqrt{19}$ (۳)	۱۶ (۲)	$2\sqrt{19}$ (۱)
-------	------------------	--------	------------------

۷۱- از یک بلندی به ارتفاع $45 m$ گلوله‌ای را با تندی $10 \frac{m}{s}$ به طرف پایین پرتاب می‌کنیم. نسبت انرژی جنبشی گلوله در انتهای $\frac{1}{3}$ اولیه مسیر حرکت به انرژی جنبشی آن در سطح زمین کدام است؟ (اتلاف انرژی ناچیز و $g = 10 \frac{m}{s^2}$ است.)

$\frac{4}{5}$ (۴)	$\frac{3}{5}$ (۳)	$\frac{1}{2}$ (۲)	$\frac{2}{5}$ (۱)
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

۷۲- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم $4 kg$ را از بالای سطح شیب‌داری به طرف پایین هل می‌دهیم و جسم با تندی $10 \frac{m}{s}$ به پایین سطح شیب‌دار می‌رسد. اگر اندازه نیروی اصطکاک در طول مسیر حرکت $8 N$ باشد، تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه بوده



است؟ ($\cos 37^\circ = 0.8, g = 10 \frac{m}{s^2}$)

$2\sqrt{5}$ (۱)
$4\sqrt{5}$ (۲)
۵ (۳)
۴ (۴)

۷۳- دمای جسمی $10^\circ C$ است. اگر دمای این جسم را $54^\circ F$ کاهش دهیم، دمای آن چند کلوین می‌شود؟

۲۵۳ (۴)	۳۳۷ (۳)	۲۳۱ (۲)	۲۹۳ (۱)
---------	---------	---------	---------

۷۴- طول دو میله فلزی که ضریب انبساط طولی آن‌ها به ترتیب $\alpha_1 = 9 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}$ و $\alpha_2 = 2 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ C}$ است، در دمای $10^\circ C$ برابر

$100 m$ است. در چه دمایی بر حسب درجه سلسیوس، طول یکی از آن‌ها $7 cm$ از طول دیگری بیشتر می‌شود؟

۱۲۰ (۴)	۱۱۰ (۳)	۹۰ (۲)	۱۰۰ (۱)
---------	---------	--------	---------

۷۵- مقدار ۹۴۲ گرم آب صفر درجه سلسیوس در محیطی قرار دارد و به واسطه تبخیر سطحی، مقداری از آب تبخیر شده و باقی مانده

آب منجمد می‌شود. جرم آب تبخیر شده چند گرم است؟ ($L_V = 2490 \text{ kJ/kg}$, $L_F = 336 \text{ kJ/kg}$)

$$112 \text{ (۱)} \quad 415 \text{ (۲)} \quad 100 \text{ (۳)} \quad 267 \text{ (۴)}$$

۷۶- M کیلوگرم آب θ درجه سلسیوس با گرمای ویژه c را در کنار $2m$ کیلوگرم یخ θ - درجه سلسیوس با گرمای ویژه $\frac{c}{4}$ قرار

می‌دهیم. M در کدام بازه باشد تا دمای تعادل صفر درجه سلسیوس باشد؟

$$\frac{m}{1 + \frac{L_F}{c\theta}} \leq M \leq 2m + \frac{2mL_F}{c\theta} \text{ (۲)} \quad \frac{m}{1 + \frac{2L_F}{c\theta}} \leq M \leq m \text{ (۱)}$$

$$\frac{m}{1 + \frac{L_F}{c\theta}} \leq M \leq m + \frac{2mL_F}{c\theta} \text{ (۴)} \quad M \leq m + \frac{mL_F}{c\theta} \text{ (۳)}$$

۷۷- چهار کپسول که در هر کدام 0.5 مول از گازهای آرمانی زیر در حال تعادل وجود دارد، در اختیار داریم. دمای گاز در کدام کپسول از

همه بیشتر است؟

$$3 \text{ لیتر گاز هیدروژن در فشار } 300 \text{ kPa} \text{ (۱)}$$

$$6 \text{ لیتر گاز هیدروژن در فشار } 160 \text{ kPa} \text{ (۳)}$$

$$4 \text{ لیتر گاز آرگون در فشار } 250 \text{ kPa} \text{ (۲)}$$

$$8 \text{ لیتر گاز آرگون در فشار } 120 \text{ kPa} \text{ (۴)}$$

۷۸- انرژی درونی مقداری گاز آرمانی با انجام 380 J کار بر روی محیط به میزان 800 J افزایش یافته است. چه مقدار گرما و چگونه

بین گاز و محیط مبادله شده است؟

$$\text{گاز } 1180 \text{ J گرما از محیط گرفته است. (۱)}$$

$$\text{گاز } 420 \text{ J گرما از محیط گرفته است. (۳)}$$

$$\text{محیط } 1180 \text{ J گرما از گاز گرفته است. (۲)}$$

$$\text{محیط } 420 \text{ J گرما از گاز گرفته است. (۴)}$$

۷۹- در شکل زیر، نمودار $P - V$ مربوط به مقدار مشخصی گاز آرمانی نشان داده شده است. کدام گزینه در مورد این گاز الزاماً

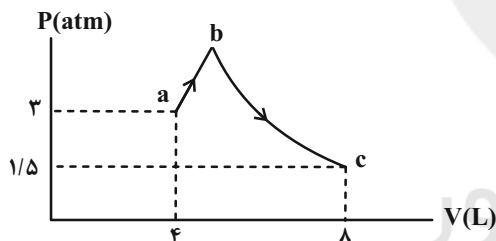
درست است؟

$$Q_{bc} = 0 \text{ (۱)}$$

$$W_{bc} < 0, \Delta U_{bc} > 0 \text{ (۲)}$$

$$W_{abc} = -Q_{abc} \text{ (۳)}$$

$$|\Delta U_{ab}| > |\Delta U_{bc}| \text{ (۴)}$$



۸۰- اگر اندازه کار انجام شده توسط ماشین گرمایی A برابر با $|W|$ ، انرژی داده شده به آن Q_H و بازده آن η_A باشد و همین

مقادیر به ترتیب برای ماشین گرمایی B ، $|W|$ ، Q'_H و η_B باشد، بازده ماشین C که اندازه کار خروجی آن $\frac{|W|}{4}$ و انرژی

داده شده به آن، $\frac{Q_H + Q'_H}{3}$ است، مطابق کدام گزینه است؟

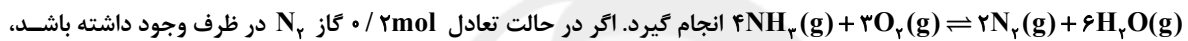
$$\frac{3\eta_A\eta_B}{2(\eta_A - \eta_B)} \text{ (۴)} \quad \frac{2\eta_A\eta_B}{3(\eta_A - \eta_B)} \text{ (۳)} \quad \frac{2}{3}(\eta_A + \eta_B) \text{ (۲)} \quad \frac{3\eta_A\eta_B}{2(\eta_A + \eta_B)} \text{ (۱)}$$

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۳: شیمی، راهی به سوی آینده‌ای روشن‌تر: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۸

۸۱- کدام گزینه نادرست است؟

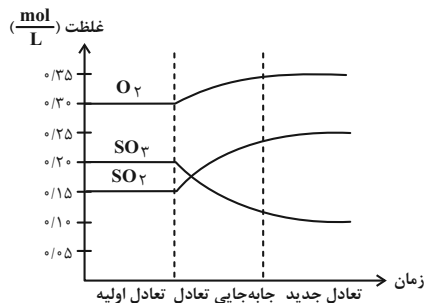
- (۱) با تغییر در فشار یک سامانه، تعادل می‌تواند در جهتی جابه‌جا شود که به تعادل آغازین برسد.
- (۲) انحلال سدیم هیدروکسید همانند افزودن مقداری آب به محلول تعادلی یونش استیک اسید در آب، تعادل را به جهتی مشابه جابه‌جا می‌کند.
- (۳) در واکنش تعادلی تجزیه گرماگیر کلسیم کربنات به کربن دی‌اکسید و کلسیم اکسید، همه موارد ذکر شده، سبب افزایش مصرف کلسیم کربنات می‌شود (باز گذاشتن درب ظرف، افزایش دما، برداشتن مقداری آهک از ظرف واکنش)
- (۴) در ظرف سر بسته حاوی گازهای NO_2 و N_2O_4 که در تعادل هستند، با کاهش غلظت نیتروژن دی‌اکسید تعادل به سمتی جابه‌جا می‌شود که گازی رنگ مصرف شود.

۸۲- 0.7 مول گاز NH_3 و 0.5 مول گاز اکسیژن را در یک ظرف سر بسته ۱ لیتری گرم می‌کنیم تا واکنش تعادلی:ثابت تعادل این واکنش در شرایط آزمایش چند mol.L^{-1} بوده و با افزودن مقداری گاز N_2 ، تعادل به کدام جهت جابه‌جا می‌شود؟

- (۱) $24/6$ - رفت (۲) $28/8$ - برگشت (۳) $28/8$ - رفت (۴) $24/6$ - برگشت

۸۳- در چند مورد از موارد زیر تغییرات ذکر شده در اثر تغییرات دما نادرست است؟

- (الف) افزایش دما در تعادل $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{NO}_2(\text{g})$: افزایش یافتن شدت رنگ قهوه‌ای مخلوط
- (ب) کاهش دما در تعادل گرماگیر $2\text{NH}_3(\text{g}) \rightleftharpoons \text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g})$: افزایش درصد مولی مولکول‌های N_2 اتمی
- (پ) کاهش دما در تعادل گرماگیر $2\text{Ag}_2\text{O}(\text{s}) \rightleftharpoons 4\text{Ag}(\text{s}) + \text{O}_2(\text{g})$: افزایش فشار گاز موجود در ظرف
- (ت) کاهش دما در تعادل گرماده $\text{PCl}_5(\text{g}) \rightleftharpoons \text{PCl}_3(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g})$: افزایش مقدار عددی ثابت تعادل
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸۴- کدامیک از تغییرهای زیر در تعادل: $2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightleftharpoons 2\text{SO}_3(\text{g}) + \text{گرم}$ موجب تغییر غلظت مواد به شکل نمودار داده شده خواهد شد؟

- (۱) کاهش حجم
- (۲) افزودن مقداری SO_2
- (۳) کاهش فشار
- (۴) افزایش دما

محل انجام محاسبات

۸۵- با وارد کردن مقدار مشخصی از گازهای NO و O_2 درون ظرف ده لیتری سر بسته، تعادل: $NO(g) + O_2(g) \rightleftharpoons NO_2(g) + O_2(g)$ برقرار می‌شود. اگر در حالت تعادل ۶ مول NO، ۴ مول O_2 و ۴ مول NO_2 درون ظرف وجود داشته باشد، چند مول NO باید به این

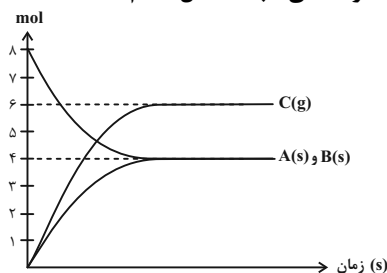
ظرف اضافه شود تا ۲۳۰ گرم گاز NO_2 در تعادل جدید وجود داشته باشد؟ ($O = ۱۶, N = ۱۴ : g.mol^{-1}$)

(۱) ۵ (۲) ۷/۵ (۳) ۱۵ (۴) ۲۵

۸۶- تعادل گرماگیر: $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ در دمای $۱۷۵^\circ C$ با حضور ۰/۰۴ مول A و ۰/۷۲ مول B در ظرف ۲ لیتری برقرار است. اگر در حجم ثابت، دمای سامانه به اندازه $۷۵^\circ C$ کاهش یابد، مقدار مول A و B به ترتیب برابر ۰/۲۴ و ۰/۳۲ خواهد شد. مقدار عددی ثابت تعادل این واکنش در دمای $۱۰۰^\circ C$ به تقریب کدام است؟

(۱) ۰/۱۲۳ (۲) ۰/۲۱۳ (۳) ۰/۳۱۲ (۴) اطلاعات سوال کافی نیست.

۸۷- با توجه به نمودار زیر که مربوط به واکنش درون ظرفی سر بسته به حجم ۱۰ لیتر است، مقدار عددی ثابت تعادل کدام است؟



(۱) ۰/۶

(۲) ۶/۲۱

(۳) ۰/۲۱۶

(۴) ۰/۰۴۶

۸۸- کدام دو تغییر زیر موجب جابه‌جایی تعادل: $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g) \Delta H > 0$ در دو جهت مختلف می‌شوند؟

(۱) افزودن مقداری $CaCO_3(s)$ - افزودن مقداری $CO_2(g)$ (۲) افزایش فشار - کاهش دما

(۳) کاهش حجم ظرف - افزایش دما (۴) افزایش فشار - افزودن مقداری $CaCO_3(s)$

۸۹- اگر غلظت آمونیاک در واکنش تعادلی: $N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$ که در ظرفی با حجم ثابت به تعادل رسیده است را دو برابر کنیم:

(۱) فشار موجود در داخل ظرف افزایش خواهد یافت. (۲) سرعت واکنش رفت در تعادل جدید دو برابر تعادل اولیه می‌شود.

(۳) غلظت گاز نیتروژن دو برابر خواهد شد. (۴) در تعادل جدید سرعت مصرف گاز H_2 دو برابر می‌شود.

۹۰- تعادل گازی: $2SO_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g), K = 0/08 mol^{-1} \cdot L$. با وارد کردن مقدار مشخص گاز SO_3 در یک ظرف

سر بسته ۴ لیتری در دمای معین برقرار می‌شود. اگر شمار مول گاز SO_3 در لحظه تعادل ۲ برابر شمار مول گاز SO_2 باشد،

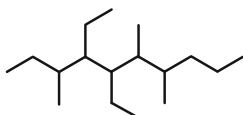
غلظت مولی تعادلی گاز اکسیژن چند مول بر لیتر خواهد بود؟

(۱) ۰/۳۲ (۲) ۱/۲۸ (۳) ۳/۱۲۵ (۴) ۶/۲۵

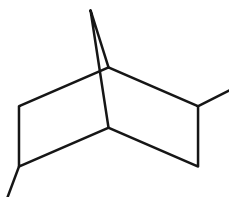
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۲: آزمون ترکیبات کربن دار شیمی: صفحه‌های ۲۸ تا ۴۸، ۶۸ تا ۷۰، ۸۲، ۸۸، ۸۹ و ۹۷ تا ۱۱۹

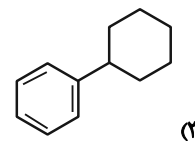
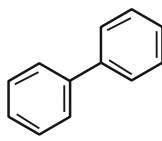
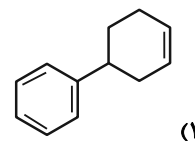
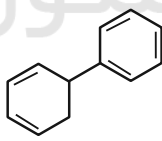
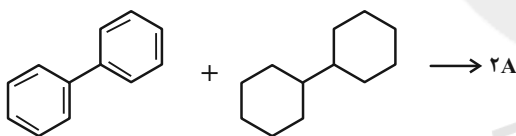
۹۱- در کدام گزینه فرمول ساختاری ۳- اتیل - ۲، ۳- دی‌متیل پنتان و نام آلکان زیر به درستی نوشته شده است؟

(۱) $(CH_3)_4CHC(C_2H_5)_2CH_3$ ، ۶- ۷- دی‌اتیل - ۴، ۵، ۸- تری‌متیل دکان(۲) $(C_2H_5)_4CHC(CH_3)_2C_2H_5$ ، ۶- ۷- دی‌اتیل - ۴، ۵، ۸- تری‌متیل دکان(۳) $(CH_3)_4CHC(C_2H_5)_2CH_3$ ، ۴، ۵- دی‌اتیل - ۳، ۶- ۷- تری‌متیل دکان(۴) $(C_2H_5)_4CHC(CH_3)_2C_2H_5$ ، ۴، ۵- دی‌اتیل - ۳، ۶- ۷- تری‌متیل دکان

۹۲- در ساختار ترکیب داده شده، چند پیوند کربن - کربن وجود دارد و از سوختن کامل ۱۲/۴ گرم از آن در شرایط استاندارد، چند

لیتر گاز حاصل می‌شود؟ (گزینه‌ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.) ($C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$)(۲) $38/08 - 10$ (۱) $38/08 - 9$ (۴) $20/16 - 10$ (۳) $20/16 - 9$

۹۳- با توجه به معادله موازنه شده زیر، ترکیب A کدام می‌تواند باشد؟



محل انجام محاسبات

۹۴- ترکیبی با فرمول مولکولی C_8H_8O که دارای حلقه بنزنی است چند ایزومر با گروه عاملی آلدهیدی دارد و برای ترکیبی با فرمول مولکولی C_8H_8O که دارای حلقه بنزنی بوده چند ساختار می توان در نظر گرفت که قادر به تشکیل پیوند هیدروژنی میان مولکول های خود نباشد؟ (گزینه ها را به ترتیب از راست به چپ بخوانید.)

۵-۴ (۴)

۵-۵ (۳)

۴-۵ (۲)

۴-۴ (۱)

۹۵- ترکیب های A و B دارای فرمول مولکولی C_7H_6O و ساختار متفاوت هستند. اگر نقطه جوش A بالاتر از B باشد، چند مورد از مطالب زیر درباره این دو ترکیب صحیح است؟

* ترکیب A دارای گروه عاملی کربونیل است و بین مولکول های آن پیوند هیدروژنی برقرار است.

* ترکیب B دارای پیوندهای (C-H) بیشتری نسبت به ترکیب A است.

* ترکیب A دارای گروه عاملی مشابه با ترکیب آلی موجود در گشیز است.

* ترکیب B پس از آب مهم ترین حلال صنعتی است و به عنوان سوخت سبز کاربرد دارد.

* در ترکیب A برخلاف ترکیب B پیوند (کربن - کربن) وجود دارد.

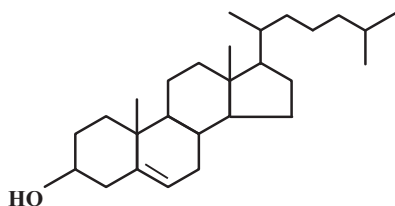
۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۵ (۱)

۹۶- با توجه به فرمول ساختاری مقابل که به کلاسترول مربوط است، چند مورد از عبارات های زیر صحیح است؟



* فرمول مولکولی آن $C_{27}H_{46}O$ است.

* در فرمول ساختاری آن در مجموع ۷۸ پیوند اشتراکی بین اتم ها وجود دارد.

* هر مول از آن با ۵ مول H_2 واکنش می دهد تا به ترکیب سیرشده تبدیل شود.

* شیمی دان ها این ترکیب را یک الکل سیرشده می دانند.

۴ (۴)

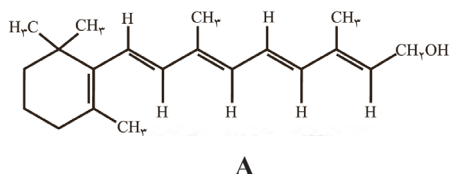
۳ (۳)

۲ (۲)

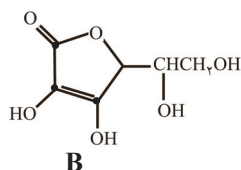
۱ (۱)

۹۷- اگر مخلوطی شامل ۰/۳ مول از ترکیب های A و B را در آب بریزیم و ۲۸/۶ گرم رسوب ایجاد شود، به تقریب چند درصد از جرم

مواد اولیه را اتم کربن تشکیل می دهد؟ ($C=12, H=1, O=16: g.mol^{-1}$)



A



B

۵۶/۷۵ (۱)

۶۰/۱۹ (۲)

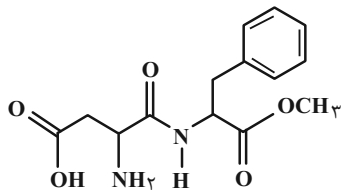
۶۵/۳۴ (۳)

۷۱/۲۳ (۴)

محل انجام محاسبات

۹۸- آسپارتام یک شیرین کننده مصنوعی است که به عنوان جایگزین قند در غذاها و نوشیدنی استفاده می شود. با توجه به ساختار

آن، چه تعداد از عبارت های زیر درست است؟ ($C = 12, N = 14, O = 16, H = 1 : g.mol^{-1}$)



* نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی نیتروژن در آن برابر ۶ است.

* دارای ۴ نوع گروه عاملی متفاوت است.

* دارای ۱۴ پیوند اشتراکی C-H است.

* همانند ویتامین (ث)، یک ترکیب آلی آروماتیک است.

* می تواند در واکنش استری شدن و تشکیل پیوند هیدروژنی شرکت کند.

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۹۹- چه تعداد از عبارت های زیر درست هستند؟

(الف) نیروی بین مولکولی الکل ها تا ۵ کربن از نوع پیوند هیدروژنی بوده و به همین دلیل نمی توان محلول سیرشده ای از آن ها در آب تهیه کرد.

(ب) بین دو الکل بوتانول و پنتانول، الکی که انحلال پذیری بیشتری در آب دارد، اتم کربن کمتری در ساختار خود دارد.

(پ) الکل سازنده ساده ترین استر، در مقایسه با الکل سازنده استر عامل بوی آناناس، جرم مولی بیشتری دارد.

(ت) در الکل ها همانند کربوکسیلیک اسیدها، هر دو نوع نیروی بین مولکولی واندروالسی و هیدروژنی وجود دارد.

۴ (۴)

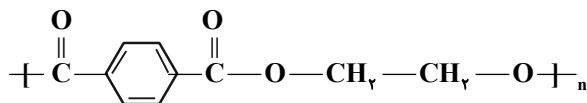
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۰- تفاوت جرم مولی مونومرهای سازنده پلیمر زیر کدام است؟

($C = 12, H = 1, O = 16 : g.mol^{-1}$)



۱۱۰ (۴)

۱۰۶ (۳)

۱۱۲ (۲)

۱۰۴ (۱)

محل انجام محاسبات

آزمون دانش شناختی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید. سوالات از شماره ۲۶۱ شروع می‌شود.

۲۶۱. کدام مورد برای مطالعه متون درسی مفید است؟

۱. سوال از خود در مورد میزان یادگیری
۲. سوال از خود در مورد روش یادگیری
۳. بررسی دلایل اشتباهات و خطاها
۴. همه موارد

۲۶۲. کدام مورد در خصوص بازبینی سوالات آزمون و یا ارزیابی صحیح است؟

۱. موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود.
۲. موجب اثربخشی مطالعه بعدی می‌شود.
۳. هیچکدام
۴. هر دو

۲۶۳. کدام مورد در ارزیابی‌های آزمون‌ها اهمیت بیشتری دارد؟

۱. نمره نهایی آزمون
۲. نمره تراز
۳. پاسخ‌های ارائه شده به سوالات
۴. میانگین درصدها

۲۶۴. کدام مورد برای حل مساله مفید است؟

۱. شکاندن مساله به اجزاء کوچکتر
۲. در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله
۳. ارزیابی راه حل‌های ممکن
۴. همه ی موارد

۲۶۵. کدام یک از موارد زیر پس از تصمیم‌گیری مفید است؟

۱. چرا من این گزینه را انتخاب کردم؟
۲. چگونه می‌توانم رویکرد خود را برای انتخاب بعدی بهبود دهم؟
۳. چرا من اشتباه کردم؟
۴. مورد ۱ و ۲

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از شکل در تصمیم‌گیری درست است؟

۱. موجب سازماندهی افکار مختلف می‌شود.
۲. امکان برقراری ارتباط بین گزینه‌ها را راحت‌تر می‌کند.
۳. همه گزینه‌ها برای انتخاب پیش رو قرار می‌دهد.
۴. همه موارد

۲۶۷. کدام مورد برای حل یک مساله را مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. آگاهی از راه حل‌های مختلف
۲. آگاهی از سریع‌ترین راه حل‌ها
۳. آگاهی از دقیق‌ترین راه حل‌ها
۴. آگاهی از یک راه حل مطلوب خودمان

۲۶۸. کدام مورد در خصوص یادگیری با مشارکت دیگران درست است؟

۱. موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود.
۲. مطالب بهتر یاد گرفته می‌شود.
۳. موجب حواس پرتی می‌شود.
۴. مورد ۱ و ۲

۲۶۹. کدام مورد در خصوص توانایی شناختی ما صحیح است؟

۱. می‌تواند تغییر کند.
۲. تغییر ناپذیر است.
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

۲۷۰. یکی از گزینه‌های زیر را در مورد سوالات امروز انتخاب کنید.

۱. مفید بود و انتظار دارم این آگاهی من را در یادگیری مطالب درسی کمک کند.
۲. مایل به دریافت اطلاعات، راهبردها و تکالیف تقویتی بیشتر هستم.
۳. هر دو
۴. هیچ کدام



آزمون ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

اختصاصی دوازدهم ریاضی

دفترچه پاسخ

نام طراحان	نام درس	اختصاصی
کاظم اجلائی-سیدرضا اسلامی-محسن بهرام‌پور-عادل حسینی-علی‌اکبر علیزاده	حسابان ۲ و ریاضی پایه	
امیرحسین ابومحبوب-افشین خاصه‌خان-محمد خندان-سوگند روشنی-رضا عباسی-اصل-نریمان فتح‌اللهی-احمدرضا فلاح-مهرداد ملوندی	هندسه	
امیرحسین ابومحبوب-حنانه اتفاقی-امیررضا امینی-محبوبه بهادری-محسن بهرام‌پور-سوگند روشنی-بیتا سعیدی-محمد صحت‌کار-رحمت‌عین‌علیان-احمدرضا فلاح-مجید نیکنام	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	
خسرو ارغوانی‌فرد-بابک اسلامی-عبدالرضا امینی‌نسب-زهره آقامحمدی-مجتبی خلیل‌ارجمندی-معصومه شریعت‌ناصری-پوریا علاقه‌مند-مسعود قره‌خانی-مصطفی کیانی-غلامرضا محبی-احسان محمدی-حسین مخدومی-امیراحمد میرسعید	فیزیک	
محمد رضا پورجاوید-احمدرضا جعفری‌نژاد-امیرحاتمیان-پیمان خواجه‌مجد-حمید ذبھی-روزبه رضوانی	شیمی	

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	حسابان ۲ و ریاضی پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	فیزیک	شیمی
گزینشگر	سیدرضا اسلامی کاظم اجلائی	امیرحسین ابومحبوب	سوگند روشنی	مصطفی کیانی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	مهدی ملارمضانی	عادل حسینی	عادل حسینی	حمید زرین‌کفش زهره آقامحمدی	محمدحسن محمدزاده مقدم محبوبه بیک‌محمدی
		ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: مهرداد ملوندی	ویراستار استاد: سیدعلی میرنوری	
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مستندسازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	احسان صادقی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

محمد اکبری	مدیر گروه
نرگس غنی‌زاده	مسئول دفترچه
مدیر گروه: محیا اصغری	گروه مستندسازی
مسئول دفترچه: الهه شهبازی	
میلاذ سیاوشی	حروف‌نگار
سوران نعیمی	ناظر چاپ

گروه آزمون بنیاد علمی آموزشی قلم‌چی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳



$$f'(x)=0 \rightarrow 1 + 2 \cos x = 0 \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}; k \in \mathbb{Z}$$

$$\begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{14\pi}{3}, \dots \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = \frac{4\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}, \dots \end{cases}$$

گزینه‌های «۱» و «۴» جزء نقاط بحرانی هستند و مینیمم نسبی از بین این دو گزینه

خواهد بود. با تعیین علامت مشتق در فاصله $(\pi, \frac{10\pi}{3})$ مشخص است که

$$x = \frac{4\pi}{3} \text{ طول مینیمم نسبی و } x = \frac{8\pi}{3} \text{ طول ماکزیمم نسبی است.}$$

x	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{8\pi}{3}$	$\frac{10\pi}{3}$
$f'(x)$	-	0	+	0
$f(x)$		↘	↗	↘

min نسبی max نسبی

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

گزینه «۴» (سیرضا اسلامی)

از آنجا که $x = 3$ تنها نقطه بحرانی تابع است، باید مشتق تابع کسری

$$y = \frac{ax^r}{x-a} \text{ یعنی مشتق ضابطه نخست در این نقطه صفر باشد:}$$

$$y = \frac{ax^r}{x-a} \Rightarrow y' = a \frac{rx^{r-1}(x-a) - x^r}{(x-a)^2} = a \frac{x^{r-1}(r(x-a) - x)}{(x-a)^2}$$

$$\frac{x=3}{y'=0} \rightarrow 6 - 3a = 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی باید تابع در $x = 1$ هم مشتق مخالف صفر داشته باشد.

$$\begin{cases} \text{شرط پیوستگی: } \frac{a}{1-a} = b+c \Rightarrow b+c = -2 \\ \Rightarrow c = 6 \\ f'_+(1) = f'_-(1) \Rightarrow -a = b \end{cases}$$

به ازای مقادیر به دست آمده، مشتق در $x = 1$ برابر $-a$ است و این نقطه،

بحرانی محسوب نمی‌شود. بنابراین: $a - c = 2 - 6 = -4$

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۱۷)

گزینه «۳» (کاتم ابلالی)

ابتدا نقاط بحرانی تابع در بازه $(1, 4)$ را مشخص می‌کنیم:

$$f(x) = x + ax^{-2} \Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{2a}{x^3} = \frac{x^3 - 2a}{x^3}$$

تنها نقطه بحرانی در این بازه، ریشه مشتق یعنی نقطه به طول $x = \sqrt[3]{2a}$

$$x = \sqrt[3]{2a} \Rightarrow y = \frac{2a + a}{\sqrt[3]{4a^2}} = \frac{3a}{\sqrt[3]{4a^2}} \text{ است. پس:}$$

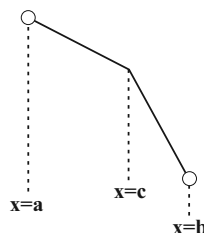
عرض این نقطه، همان مقدار اکسترمم نسبی است. اینگونه مقدار a را به دست می‌آوریم:

حسابان ۲

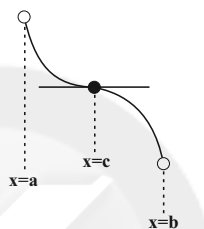
گزینه «۳» -۱

(سیرضا اسلامی)

گزینه «۱» درست است. به عنوان مثال تابع زیر اکیداً نزولی است در صورتی که در $X = C$ مشتق ناپذیر است:



گزینه «۲» درست است، زیرا اگر در نقاطی مجزا مشتق صفر باشد و در بقیه نقاط مشتق، منفی باشد، مشکلی ایجاد نمی‌شود.



گزینه «۳» نادرست است. زیرا این عبارت در صورتی درست است که تابع مشتق‌پذیر باشد.

گزینه «۴» درست است. زیرا در صورتی که مشتق تغییر علامت دهد، تابع در بخشی نزولی خواهد بود.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۰ تا ۱۲۲)

گزینه «۲» -۲ (عارل مسینی)

تابع روی دامنه $D_f = [2, +\infty)$ تعریف شده است. مشتق تابع عبارت است از:

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x-2}} = \frac{\sqrt{x-2} - 1}{\sqrt{x-2}}$$

$$\frac{f'(x)=0}{\rightarrow \sqrt{x-2} - 1 = 0 \Rightarrow x = 3}$$

ریشه مشتق و طول نقطه بحرانی برابر $x = 3$ است. جدول تغییرات تابع به این صورت است:

x	2	3	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$		↘	↗

تابع در بازه $(3, +\infty)$ صعودی است، پس کم‌ترین مقدار a برابر ۳ است.

(حسابان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

گزینه «۱» -۳ (کاتم ابلالی)

مشتق تابع f که روی \mathbb{R} تعریف شده است، به این صورت است:

$$f'(x) = 3 \frac{\cos x (\cos x + 2) + \sin^2 x}{(\cos x + 2)^2} = 3 \frac{1 + 2 \cos x}{(\cos x + 2)^2}$$

نقاط بحرانی تابع را به دست می‌آوریم:

$$S_{ABC} = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۸- گزینه «۱» (عادل مسینی)

معادله $(m^2 + 1)x^2 + (m - 1)x - 1 = 0$ دارای دو ریشه متمایز است، زیرا ضریب x^2 و عدد ثابت، نام‌علامت هستند و در نتیجه دلتای آن مثبت است. در این معادله مجموعه دو ریشه برابر است با:

$$S = \frac{1 - m}{m^2 + 1}; m \in \mathbb{R}$$

ریشه‌های مشتق را به دست می‌آوریم:

$$S'(m) = 0 \Rightarrow \frac{-(m^2 + 1) - 2m(1 - m)}{(m^2 + 1)^2} = 0$$

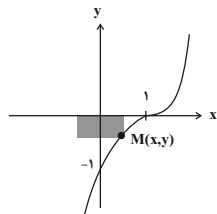
$$\Rightarrow m^2 - 2m - 1 = 0 \Rightarrow m = 1 \pm \sqrt{2}$$

با توجه به جدول تغییرات زیر بیشترین مقدار S برابر $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$ به دست می‌آید:

m	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
S'(m)		+	-	+
S(m)	$\lim_{m \rightarrow -\infty} S(m) = 0$	$\nearrow \frac{1 + \sqrt{2}}{2}$	$\searrow \frac{1 - \sqrt{2}}{2}$	$\lim_{m \rightarrow +\infty} S(m) = 0$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۹- گزینه «۲» (ممنون بهرام‌پور)



با دوران مستطیل حول محور yها، استوانه‌ای با شعاع قاعده x و ارتفاع |y| حاصل می‌شود که حجم آن از این رابطه محاسبه می‌شود:

$$V = \pi x^2 |y| = -\pi x^2 y = -\pi x^2 (x - 1)^2; 0 \leq x \leq 1$$

طول نقطه بحرانی V را در بازه (0, 1) پیدا می‌کنیم:

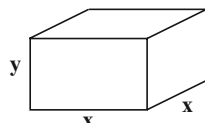
$$\xrightarrow{V'} -2\pi x(x - 1)^2 + 3\pi x^2(x - 1)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x(x - 1)^2(2x - 2 + 3x) = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{5}$$

پس بیش‌ترین مقدار حجم استوانه در $x = \frac{2}{5}$ رخ می‌دهد.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

۱۰- گزینه «۲» (عادل مسینی)



مکعب مستطیل با قاعده $x \times x$ و ارتفاع y را در نظر می‌گیریم. حجم

مکعب برابر مقدار ثابت k است و باید $x^2 + 3xy$ را کمینه کنیم:

$$\frac{3a}{\sqrt{4a^2}} = 3 \Rightarrow a = \sqrt{4a^2} \Rightarrow a^3 = 4a^2 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 4 \end{cases}$$

دقت کنید که به ازای $a = 0$ ، تابع f به صورت $f(x) = x$ است که اکستریم نسبی ندارد.

حالا با مقایسه مقادیر تابع در نقاط به طول $x = 1$ ، $x = 2$ و $x = 4$ ماکزیمم مطلق تابع را مشخص می‌کنیم:

$$f(1) = 5, f(2) = 3, f(4) = 4/25$$

ماکزیمم مطلق تابع برابر 5 است.

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۱۷ و ۱۱۸)

۶- گزینه «۴» (سیدرضا اسلامی)

در $x = -1$ مقدار مشتق تابع برابر صفر است ولی در این نقطه مشتق، تغییر علامت نمی‌دهد. در نتیجه $x = -1$ ریشه مضاعف مشتق است. پس:

$$f'(x) = \lambda x^2 + 2ax + b = \lambda(x + 1)^2(x + c)$$

$$= \lambda(x^2 + 2x + 1)(x + c)$$

$$= \lambda(x^2 + (2 + c)x^2 + (1 + 2c)x + c)$$

ضریب x^2 در تابع مشتق برابر صفر است، بنابراین:

$$2 + c = 0 \Rightarrow c = -2$$

$$f'(x) = \lambda x^2 + 2ax + b = \lambda x^2 - 2\lambda x - 16$$

$$\Rightarrow a = -12, b = -16$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x^2 - 12x^2 - 16x + 10$$

$x = -c = 2$ طول نقطه اکستریم نسبی است و عرض این نقطه برابر است با:

$$f(2) = -38$$

(مسایان ۲- کاربردهای مشتق؛ صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۶)

۷- گزینه «۱» (لاطم ایلائی)

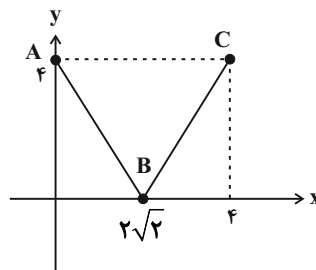
مشتق تابع f را محاسبه کرده و تعیین علامت می‌کنیم:

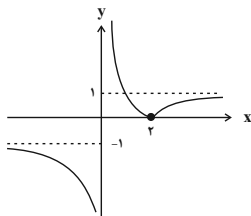
$$f(x) = (x^2 - 8)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3}(2x)(x^2 - 8)^{-\frac{1}{3}} = \frac{4x}{3\sqrt[3]{x^2 - 8}}$$

x	-2	0	$2\sqrt{2}$	4
f'		+	-	+
f	$\sqrt[3]{16}$	$\nearrow 4$	$\searrow 0$	$\nearrow 4$

نقطه $A(0, 4)$ ماکزیمم نسبی و مطلق، نقطه $B(2\sqrt{2}, 0)$ مینیمم نسبی و

مطلق و نقطه $C(4, 4)$ ماکزیمم مطلق است. پس مساحت مثلث ABC برابر است با:





$$y = \frac{|x-2|}{x} = \begin{cases} \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x} & ; x \geq 2 \\ \frac{2-x}{x} = \frac{2}{x} - 1 & ; x < 2 \end{cases}$$

برای اینکه خط $y = k$ نمودار را در دو نقطه قطع کند، باید داشته باشیم:

$$0 < k < 1$$

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۳۴ و ۳۵)

(لظم ابلالی)

۱۵- گزینه «۴»

ابتدا $f\left(\frac{1}{2}\right)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1 + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2^{-1}} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

از $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ می‌توانیم نتیجه بگیریم که $f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ ، پس:

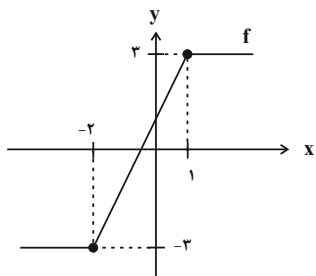
$$\frac{f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)}{f\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1$$

(مسابان ۱- تابع، صفحه‌های ۵۷ تا ۶۲)

(مسن بهرام‌پور)

۱۶- گزینه «۳»

برای به دست آوردن برد تابع $y = g(f(x))$ ، ابتدا برد تابع f را به دست می‌آوریم:



$$R_f = [-3, 3]$$

در گام بعدی برد تابع $y = g(x)$ را در فاصله $[-3, 3]$ محاسبه می‌کنیم:

$$y = g(x) = x|x-3|; -3 \leq x \leq 3$$

$$\Rightarrow y = -x(x-3) = x(3-x); -3 \leq x \leq 3$$

برای این کار، مجدداً از نمودار تابع کمک می‌گیریم:

$$\begin{cases} S = x^2 + 3xy \\ x^2 y = k \end{cases} \xrightarrow{y = \frac{k}{x^2}} S = x^2 + \frac{3k}{x}$$

ریشه مشتق را می‌یابیم:

$$\xrightarrow{S'=0} 2x - \frac{3k}{x^2} = 0 \Rightarrow 2x^3 = 3k \Rightarrow x^3 = \frac{3}{2}k$$

به ازای این مقدار x ، کمترین مقدار سطح به دست می‌آید. در این صورت

$$\frac{y}{x} = \frac{\frac{k}{x^2}}{x} = \frac{k}{x^3} = \frac{2}{3}$$

نسبت $\frac{y}{x}$ برابر است با:

(مسابان ۲- کاربردهای مشتق، صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

ریاضی پایه

۱۱- گزینه «۱»

(لظم ابلالی)

با جای‌گذاری مقدار a در عبارت دوم، b را به دست می‌آوریم:

$$(2\sqrt{2}-1)b = 2\sqrt{2}+1 \Rightarrow 2b(\sqrt{2}-1) = 2\sqrt{2}+1$$

$$\Rightarrow b = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1} = (\sqrt{2}+1)^2 = 3+2\sqrt{2}$$

(ریاضی ۱- توان‌های گویا و عبارت‌های جبری، صفحه‌های ۹۵ تا ۹۷)

۱۲- گزینه «۲»

(عارل مسینی)

دسته‌ها را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\{2\}, \{4,6\}, \{8,10,12,14\}, \{16,18,\dots,30\}, \dots$$

کوچک‌ترین عدد دسته‌ها، دنباله هندسی تشکیل می‌دهند:

$$t_1 = 2, t_2 = 4, t_3 = 8, t_4 = 16, \dots \Rightarrow t_n = 2^n$$

پس کوچک‌ترین عدد دسته سیزدهم برابر $2^{13} = 8192$ و در نتیجه بزرگ‌ترین عدد دسته دوازدهم برابر ۸۱۹۰ است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۱۳- گزینه «۱»

(سیررنا اسلامی)

چهار جمله متوالی را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$ نمایش می‌دهیم. با توجه به فرض داده شده داریم:

$$(a-3d)(a+3d) = 10(a-d)(a+d)$$

$$\Rightarrow a^2 - 9d^2 = 10a^2 - 10d^2 \Rightarrow 9a^2 = d^2 \Rightarrow d = \pm 3a$$

پس چهار جمله به صورت $-8a, -2a, 4a, 10a$ هستند و مجموع دو جمله میانی را برابر ۳ قرار می‌دهیم:

$$(-2a) + (4a) = 3 \Rightarrow 2a = 3$$

پس جملات ۱۵، ۶، ۳ و ۱۲ هستند که مجموع ارقام جمله بزرگ‌تر شش است.

(ریاضی ۱- مجموعه، الگو و دنباله، صفحه‌های ۲۱ تا ۲۴)

۱۴- گزینه «۳»

(لظم ابلالی)

ابتدا نمودار تابع $y = \frac{|x-2|}{x}$ را رسم می‌کنیم:

$$a = \frac{2 + \log_2^2}{1 + 2 \log_2^2} \Rightarrow \log_2^2 = \frac{2-a}{2a-1}$$

پس جواب برابر است با:

$$\log_6^{0.125} = \frac{-3}{1 + \log_2^2} = \frac{-3}{1 + \frac{2-a}{2a-1}} = \frac{-3(2a-1)}{a+1} = \frac{3-6a}{a+1}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ و ۸۷)

۱۹- گزینه «۲» (علی‌اکبر علیزاده)

ابتدا $t = 2^{-2a}$ را متغیر جدید فرض کرده t را به دست می‌آوریم:

$$t^2 + 3t - \frac{13}{16} = 0 \Rightarrow (4t)^2 + 12(4t) - 13 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4t = 1 \Rightarrow t = \frac{1}{4} \\ 4t = -13 \Rightarrow t = -\frac{13}{4} \text{ غق} \end{cases}$$

$t = \frac{1}{4}$ قابل قبول است و a اینگونه محاسبه می‌شود:

$$2^{-2a} = \frac{1}{4} = 2^{-2} \Rightarrow -2a = -2 \Rightarrow a = 1$$

با به دست آمدن مقدار a ، معادله لگاریتمی را حل می‌کنیم:

$$\log_{-x}^{|x-1|} + \log_x^2 = 2 \Rightarrow \log_{-x}^{|x-1|} = 2$$

با توجه شرط مربوط به مبنای لگاریتم، $-x$ مثبت و در نتیجه x منفی خواهد بود. با منفی شدن $x-1$ نیز، داریم: $|x-1| = 1-x$ و در نتیجه:

$$\log_{-x}^{2(1-x)} = 2 \Rightarrow x^2 = 2 - 2x \Rightarrow x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3} \quad x < 0 \Rightarrow x = -1 - \sqrt{3}$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۸۶ تا ۹۰)

۲۰- گزینه «۴» (ممنون بهرام‌پور)

بعد از هر ۴ روز، جرم ماده باقی می‌ماند. با گذشت t روز، به تعداد $\frac{24}{25}$

$$\frac{t}{4} \text{، جرم ماده در } \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{4}} \text{ ضرب می‌شود، یعنی:}$$

$$6 = 162 \times \left(\frac{24}{25}\right)^{\frac{t}{4}} \Rightarrow 27 = \left(\frac{25}{24}\right)^{\frac{t}{4}}$$

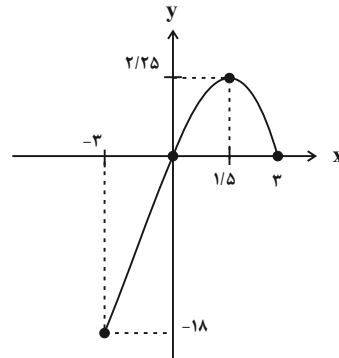
از طرفین تساوی، لگاریتم گرفته و t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{t}{4} \log \frac{25}{24} = \log 27 \Rightarrow \frac{t}{4} (2 \log 5 - 3 \log 2 - \log 3) = 3 \log 3$$

$$\frac{\log 5 - \log 2 - \log 3 + \log 3}{4} \Rightarrow \frac{t}{4} (2 \times 0.7 - 3 \times 0.3 - 0.48) = 3 \times 0.48$$

$$\Rightarrow \frac{t}{4} \times 0.02 = 3 \times 0.48 \Rightarrow t = 288$$

(مسئله ۱- توابع نمایی و لگاریتمی: صفحه‌های ۷۲ تا ۹۰)



$$y_{\max} - y_{\min} = 2/25 + 18 = 20/25$$

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۸)

۱۷- گزینه «۴» (کاتم ابلالی)

ابتدا دامنه f و g را به دست آورده و اشتراک می‌گیریم:

$$\begin{cases} x+k \geq 0 \Rightarrow x \geq -k \\ k-x \geq 0 \Rightarrow x \leq k \end{cases} \Rightarrow -k \leq x \leq k$$

باید از این محدوده جواب بالا، ریشه‌های f را که حداکثر دوتا است، حذف کنیم:

$$\sqrt{x+k} = \frac{x}{2} \geq 0 \Rightarrow x+k = \frac{x^2}{4} \Rightarrow x^2 - 4x - 4k = 0$$

$$\Rightarrow x = 2 \pm \sqrt{4+4k} = 2 \pm 2\sqrt{1+k}$$

از آنجا که k عدد طبیعی است، ریشه $2 - 2\sqrt{1+k}$ منفی و در نتیجه

غیرقابل قبول است. پس f یک ریشه دارد و دامنه $\frac{g}{f}$ به این صورت است:

$$D_{\frac{g}{f}} = [-k, k] - \{2 + 2\sqrt{1+k}\}$$

به ازای $k = 2$ ، دامنه $\frac{g}{f}$ دارای ۵ عدد صحیح، به ازای $k = 3$ دارای ۷

عدد صحیح و به ازای $k = 4$ هم دارای ۹ عدد صحیح است. به ازای

مقادیر طبیعی $k \geq 5$ نیز تعداد اعضای صحیح دامنه $\frac{g}{f}$ بیشتر خواهد بود.

(مسئله ۱- تابع: صفحه‌های ۶۳ تا ۶۶)

۱۸- گزینه «۳» (سیدرضا اسلامی)

ابتدا عدد خواسته شده را ساده‌تر می‌نویسیم:

$$\log_6^{0.125} = \log_6^{\frac{1}{8}} = \log_{2 \times 3}^{2^{-3}} = -3 \log_{2 \times 3}^2$$

$$= \frac{-3}{\log_2^{2 \times 3} \times 3} = \frac{-3}{1 + \log_2^2}$$

از فرض داده شده، مقدار \log_2^2 را به دست می‌آوریم:

$$a = \frac{\log^{12}}{\log^{18}} = \frac{2 \log^2 + \log^2}{\log^2 + 2 \log^2}$$

صورت و مخرج را بر \log^2 تقسیم می‌کنیم:

هندسه ۳

۲۱- گزینه «۳»

(امیرحسین ابومیسوب)

فرض کنید $A = (x_0, y_0, z_0)$ باشد. در این صورت داریم:

$$XY \text{ فاصله از صفحه } = |z_0| = 2 \Rightarrow z_0^2 = 4 \quad (1)$$

$$XZ \text{ فاصله از محور } X = \sqrt{y_0^2 + z_0^2} = 3 \Rightarrow y_0^2 + z_0^2 = 9 \xrightarrow{(1)} y_0^2 = 5$$

$$YZ \text{ فاصله از صفحه } = |y_0| = \sqrt{5}$$

(هنر سه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۶ و ۶۷)

۲۲- گزینه «۲»

(امیرحسین ابومیسوب)

معادله هر خط موازی محور Z ها در فضا به صورت $\begin{cases} x = a \\ y = b \end{cases}$ است. چونخط مورد نظر از نقطه $A = (-2, 5, 1)$ عبور می‌کند، پس معادله آن بهصورت $\begin{cases} x = -2 \\ y = 5 \end{cases}$ خواهد بود. دقت کنید که گزینه «۳» معادله یکپاره‌خط موازی محور Z ها و گزینه «۴» معادله یک نیم‌خط موازی محور Z ها است.

(هنر سه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۲۳- گزینه «۴»

(مهرداد ملونری)

چون M نقطه‌ای روی صفحه XZ است، پس مختصات آن را به صورت $(x, 0, z)$ در نظر می‌گیریم. در این صورت مختصات نقطه M' بهصورت $(-x, 0, -z)$ می‌شود. طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} M(x, 0, z), A(-2, 4, 1) \\ \Rightarrow AM = \sqrt{(x+2)^2 + (-4)^2 + (z-1)^2} \\ M'(-x, 0, -z), B(3, 5, -1) \\ \Rightarrow BM' = \sqrt{(-x-3)^2 + (-5)^2 + (-z+1)^2} \end{cases}$$

$$AM = BM' \xrightarrow{\text{به توان } 2} (x+2)^2 + (-4)^2 + (z-1)^2$$

$$\begin{aligned} &= (-x-3)^2 + (-5)^2 + (-z+1)^2 \\ &\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + 16 = x^2 + 6x + 9 + 25 \\ &\Rightarrow 2x = -14 \Rightarrow x = -7 \end{aligned}$$

(هنر سه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۶۳ و ۶۷)

۲۴- گزینه «۳»

(مهمر فندان)

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$+ (|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b}) = 2|\vec{a}|^2 + 2|\vec{b}|^2$$

$$\Rightarrow 4^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2 \times 2^2 + 2 \times 3^2$$

$$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 8 + 18 - 16 = 10 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{10}$$

(هنر سه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۹)

۲۵- گزینه «۱»

(سولندر روشنی)

طبق فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} \perp (\vec{r}\vec{a} + \vec{b}) \Rightarrow \vec{a} \cdot (\vec{r}\vec{a} + \vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow r|\vec{a}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Rightarrow r|\vec{a}|^2 + |\vec{a}||\vec{b}|\cos 150^\circ = 0$$

$$\Rightarrow r|\vec{a}|^2 - \frac{\sqrt{3}}{2}|\vec{a}||\vec{b}| = 0 \Rightarrow r|\vec{a}|^2 = \frac{\sqrt{3}}{2}|\vec{a}||\vec{b}|$$

$$\Rightarrow \frac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{r} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

(هنر سه ۳: بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

۲۶- گزینه «۱»

(مهرداد ملونری)

طبق فرض داریم:

$$\begin{cases} \vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c} = 0 \\ \vec{c} \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 0 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع}} \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{b} \cdot (\vec{a} + \vec{c}) = 0 \Rightarrow (\vec{a} + \vec{c}) \perp \vec{b}$$



(اممدرضا فلاح)

گزینه «۳» - ۲۹

قطرهای متوازی الاضلاع ساخته شده روی بردارهای \vec{a} و \vec{b} در واقع همان بردارهای مجموع و تفاضل \vec{a} و \vec{b} هستند. با توجه به این که $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$ ، پس زاویه بین بردارهای \vec{a} و \vec{b} منفرجه بوده و اندازه بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بزرگتر از بردار $\vec{a} + \vec{b}$ است، یعنی داریم:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} - \vec{b} &= (7, 1, 10) \\ \vec{a} + \vec{b} &= (-1, 7, 0) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{+} 2\vec{a} = (6, 8, 10) \Rightarrow \vec{a} = (3, 4, 5)$$

اگر زاویه بین بردارهای \vec{a} و $\vec{a} + \vec{b}$ را با θ نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{\vec{a} \cdot (\vec{a} + \vec{b})}{|\vec{a}| |\vec{a} + \vec{b}|} = \frac{(3, 4, 5) \cdot (-1, 7, 0)}{\sqrt{3^2 + 4^2 + 5^2} \times \sqrt{(-1)^2 + 7^2}} \\ &= \frac{-3 + 28 + 0}{\sqrt{50} \times \sqrt{50}} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ \end{aligned}$$

(هنرسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

(اممدرضا فلاح)

گزینه «۱» - ۳۰

زاویه بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ با محور x ها همان زاویه بردار \vec{a} با بردار $\vec{i} = (1, 0, 0)$ است. اگر این زاویه را با α نمایش دهیم، آن گاه داریم:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{i}}{|\vec{a}| |\vec{i}|} = \frac{x}{|\vec{a}|}$$

با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\vec{a} = (x, y, z) \Rightarrow \cos 60^\circ = \frac{x}{|\vec{a}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\vec{b} = (x', y', z') \Rightarrow \cos 45^\circ = \frac{x'}{|\vec{b}|} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x'}{2\sqrt{2}} \Rightarrow x' = 2$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (2, y, z) \\ \vec{b} &= (2, y', z') \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} \vec{a} - \vec{b} = (0, y - y', z - z')$$

بنابراین بردار $\vec{a} - \vec{b}$ بر محور x ها عمود است.

(هنرسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۳ تا ۷۸)

توجه: بردار $\vec{a} + \vec{c}$ غیرصفر است، زیرا در صورتی که $\vec{a} + \vec{c} = \vec{0}$ باشد، آنگاه $\vec{a} = -\vec{c}$ و در نتیجه $\vec{a} \parallel \vec{c}$ می‌شود که خلاف فرض است.

(هنرسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ و ۷۸)

گزینه «۲» - ۲۷ (افشین فاصه‌فان)

می‌دانیم تصویر قائم بردار \vec{a} در امتداد بردار \vec{b} برابر است با:

$$a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} \vec{b}$$

بنابراین طبق فرض سؤال داریم:

$$\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{2m + m}{m^2 + m^2} = \frac{3}{2} \Rightarrow 6m^2 = 6m \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{b} = (1, -1, 0) \Rightarrow |\vec{b}| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

(هنرسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

گزینه «۴» - ۲۸ (افشین فاصه‌فان)

(۱) چون \vec{a} و \vec{c} در خلاف جهت یکدیگرند پس \vec{a} مضرب منفی از \vec{c} است.

(۲) $(\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$ برداری هم‌جهت با بردار \vec{c} است چون $\vec{a} \cdot \vec{b}$ عددی مثبت است.

(۳) $(\vec{a} \cdot \vec{b})(\vec{c} \cdot \vec{d})$ یک عدد حقیقی منفی است و بردار نیست.

تذکر: هنگامی که یک بردار از انتهای یک بردار دیگر آغاز می‌شود، زاویه

بین دو بردار، مکمل زاویه بین آن‌ها در شکل است، پس زاویه بین \vec{a} و \vec{b}

حاده $(\vec{a} \cdot \vec{b} > 0)$ و زاویه بین \vec{c} و \vec{d} منفرجه $(\vec{c} \cdot \vec{d} < 0)$ است.

(هنرسه ۳؛ بردارها؛ صفحه‌های ۷۷ تا ۸۰)

ریاضیات گسسته

گزینه «۳» -۳۱

(سوگند روشنی)

از درایه سطر سوم و ستون اول شروع می‌کنیم. بنابراین خواهیم داشت.

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۱
۲	۱	۴	۱

حالت اول

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۲	۱	۴	۱
۴	۱	۲	۱

حالت دوم

۳	۲	۱	۴
۱	۴	۳	۲
۲	۱	۴	۱
۴	۱	۲	۱

و در هر حالت برای پر کردن درایه‌های باقی‌مانده، ۲ حالت اتفاق می‌افتد و

در نتیجه ۴ مربع لاتین با شرایط فوق وجود دارد.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه «۲» -۳۲

(امیررضا امینی)

۴ مربع لاتین به صورت

	۱		

وجود دارد:

۳		۱
	۱	
۱		۲

۲		۱
	۱	
۱		۳

۱		۳
	۱	
۲		۱

۱		۲
	۱	
۳		۱

از طرفی دو مربع لاتین به صورت

		۱
	۱	
۱		

وجود دارد:

۳		۱
	۱	
۱		۲

۲		۱
	۱	
۱		۳

در نتیجه تعداد مربع‌های لاتین ۲ برابر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۴)

گزینه «۴» -۳۳

(مهمر صمدت‌کر)

فرض کنیم برنامه‌ریزی برای کت‌ها مطابق مربع لاتین زیر باشد:

	۳ فرد	۲ فرد	۱ فرد
روز ۱	A	B	C
روز ۲	C	A	B
روز ۳	B	C	A

آنگاه برای اینکه شرایط سؤال برقرار باشد، لازم است برنامه‌ریزی برای شلوارها به صورت یک مربع لاتین متعامد با مربع لاتین فوق صورت گیرد. به ازای هر مربع لاتین 3×3 ، ۶ مربع لاتین متعامد با آن وجود دارد، پس برنامه‌ریزی این کار به ۶ صورت امکان‌پذیر است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

گزینه «۲» -۳۴

(ممنون بهرام‌پور)

چون در مربع لاتین B، در سطر سوم عدد ۴ و در ستون اول عدد ۲ وجود دارد پس $a \neq 2, 4$. زیرا در اینصورت در مربع لاتین متعامد برای درایه‌های سطر یک و ستون سه و نیز سطر سه و ستون یک، عدد ۱۱ خواهیم داشت.

پس $a = 3$ با توجه به متعامد بودن مربع‌های لاتین A و B، آن درایه‌هایی از مربع B که با درایه‌های شامل ۱ در مربع A متناظر هستند، باید اعداد متمایز اختیار کنند پس $b = 2$.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

گزینه «۳» -۳۵

(بیبا سعیدی)

با توجه به اینکه B' حاصل جایگشت $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ روی مربع لاتین B است. بنابراین:

B =

۱			
		۳	
			۲

چون A و B متعامدند، پس اعداد دورقمی ۲۱ و ۲۳ و ۲۲ از ترکیب A و B به وجود آمده‌اند بنابراین درایه سطر سوم و ستون دوم B باید ۴ باشد تا ۲۴ ساخته شود و با توجه به جایگشت داده شده $(4 \rightarrow 1)$ ، a برابر ۱ است.

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

$$\begin{aligned} &= n(S) - n(A \cup B) \\ &= n(S) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) \\ &= 30 - (15 + 4 - 2) = 13 \end{aligned}$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(امیررضا امینی)

گزینه «۳» - ۳۸

کافی است به صورت زیر عمل کنیم:

(فاقد ۷ \cup فاقد ۳) - کل اعداد سه رقمی

$$9 \times 10 \times 10 - (8 \times 9 \times 9 + 8 \times 9 \times 9 - 7 \times 8 \times 8) = 52$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(مید نیکلام)

گزینه «۳» - ۳۹

۲ مداد متمایز و ۳ خودکار متمایز روی هم ۵ شیء متمایز را تشکیل می‌دهند

که می‌خواهیم بین سه نفر تقسیم کنیم. شرط آنکه هر نفر حداقل یک مداد یا

یک خودکار گرفته باشد، به معنی آن است که به هر نفر، حداقل یکی از این

۵ شیء رسیده باشد و این به معنی تعداد توابع پوشا از مجموعه ۵ عضوی

اشیاء به مجموعه ۳ عضوی افراد است.

$$\underbrace{(1, 2, 3, 4, 5)}_{\text{اشیاء}} \underbrace{(a, b, c)}_{\text{افراد}} \Rightarrow \text{تعداد توابع پوشا} = 3^5 - \binom{3}{1} 2^5$$

$$+ \binom{3}{2} 1^5 = 243 - 96 + 3 = 150$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۸ و ۷۹)

(سوگند روشنی)

گزینه «۲» - ۴۰

کافی است تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه

۵ عضوی را از تعداد کل توابع کم کنیم.

$$5^3 - 5 \times 4 \times 3 = 65$$

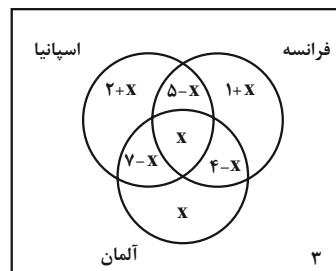
(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه ۷۸)

(ممد صمدکار)

گزینه «۱» - ۳۶

اگر تعداد افرادی که به هر سه کشور اسپانیا، فرانسه و آلمان سفر کرده‌اند

را X بگیریم، آنگاه با توجه به فرض، نمودار ون زیر را خواهیم داشت:



تعداد کل افراد ۲۵ نفر است:

$$\begin{aligned} &(2+X) + (5-X) + X + (7-X) \\ &+ (1+X) + (4-X) + X + 3 = 25 \\ \Rightarrow 22 + X &= 25 \Rightarrow X = 3 \end{aligned}$$

تعداد افرادی که فقط اسپانیا یا فقط به فرانسه مسافرت کرده‌اند برابر است

با:

$$(2+X) + (1+X) = 3 + 2X = 3 + 6 = 9$$

(ریاضیات گسسته - ترکیبیات: صفحه‌های ۷۳ تا ۷۶)

(سوگند روشنی)

گزینه «۳» - ۳۷

مجموع مرجع را اعداد دورقمی بخش‌پذیر بر ۳ در نظر می‌گیریم و خواهیم

داشت:

$$n(S) = \left[\frac{99}{3} \right] - \left[\frac{9}{3} \right] = 30$$

$$A: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 2: n(A) = \left[\frac{99}{6} \right] - \left[\frac{9}{6} \right] = 16 - 1 = 15$$

$$B: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 7: n(B) = \left[\frac{99}{21} \right] - \left[\frac{9}{21} \right] = 4 - 0 = 4$$

$$A \cap B: \text{بخش‌پذیری بر } 3, 2, 7: n(A \cap B) = \left[\frac{99}{42} \right] - \left[\frac{9}{42} \right] = 2 - 0 = 2$$

چون عامل‌های عدد ۲۸ دو عدد ۲ و ۷ هستند. عددی نسبت به آن اول است،

که این دو عامل را نداشته باشد.

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$$

$$\Rightarrow \hat{MAH} = 15^\circ$$

بنابراین در مثلث قائم‌الزاویه AMH ، زاویه MAH برابر 15° است. می‌دانیم در یک مثلث قائم‌الزاویه با زاویه حاده 15° ، طول ارتفاع وارد بر وتر، ربع طول وتر است، پس داریم:

$$HK = \frac{1}{4} AM = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} BC = \frac{1}{8} \times 12 = 1.5$$

$$S_{\Delta AMH} = \frac{1}{2} HK \times AM = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 6 = 4.5$$

(هنرسه ۱: پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۰ و ۶۴)

(نریمان فتح‌اللهی)

گزینه «۲» -۴۴

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی این چندضلعی به ترتیب برابر b و i باشد، آن‌گاه داریم:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow 3b = \frac{b}{2} + i - 1 \Rightarrow \frac{5}{2}b = i - 1$$

$$\Rightarrow b = \frac{2i - 2}{5} \quad b \geq 2 \rightarrow \frac{2i - 2}{5} \geq 2 \Rightarrow 2i - 2 \geq 10 \Rightarrow i \geq \frac{12}{2} = 6$$

$$i = 9 \Rightarrow b = \frac{16}{5} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = 10 \Rightarrow b = \frac{18}{5} \quad \text{غ ق ق}$$

$$i = 11 \Rightarrow b = 4$$

$$\min(b \times i) = 4 \times 11 = 44$$

(هنرسه ۱: پندرضلعی‌ها؛ صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

(رضا عباسی‌اصل)

گزینه «۱» -۴۵

گزینه «۱»: از هر نقطه خارج یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط بر صفحه مفروض عمود است، پس این گزاره همواره درست است.

گزینه «۲»: در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.

گزینه «۳»: اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متناظر است.

گزینه «۴»: از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

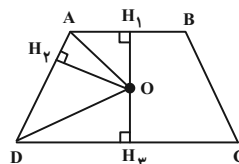
(هنرسه ۱: تقسیم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

هندسه ۱

گزینه «۱» -۴۱

(مهررار ملونری)

می‌دانیم هر نقطه واقع بر نیمساز یک زاویه، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است، بنابراین داریم:



O روی نیمساز \hat{A} است $\Rightarrow OH_1 = OH_2$
 O روی نیمساز \hat{D} است $\Rightarrow OH_2 = OH_3$

$$\Rightarrow OH_1 = OH_2 = OH_3 \Rightarrow OH_2 = \frac{OH_1 + OH_3}{2}$$

$$\Rightarrow OH_2 = \frac{H_1H_3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$S_{\Delta OAD} = \frac{1}{2} OH_2 \times AD = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} \times 8 = 10$$

(هنرسه ۱: ترسیم‌های هنرسی و استرلال؛ صفحه‌های ۱۱ و ۱۲)

(امیرمسین ابومبوب)

گزینه «۴» -۴۲

فرض کنید $x < y$ باشد. در این صورت سه حالت زیر برای تشابه دو مثلث امکان‌پذیر است:

$$1) \frac{3}{5} = \frac{4}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{10}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{50}{3}$$

$$2) \frac{4}{5} = \frac{3}{x} = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{9}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{45}{4}$$

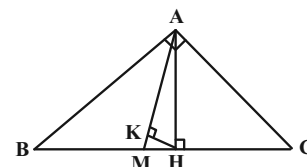
$$3) \frac{6}{5} = \frac{3}{x} = \frac{4}{y} \Rightarrow \frac{6}{5} = \frac{7}{x+y} \Rightarrow x+y = \frac{35}{6}$$

(هنرسه ۱: قضیه تالس، تشابه و کاربردهای آن؛ صفحه ۳۸)

(امیرمسین ابومبوب)

گزینه «۲» -۴۳

زاویه B متمم زاویه C است، پس داریم:



$$\hat{B} = 90^\circ - 52/5^\circ = 37/5^\circ$$

می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\Delta AMB : AM = BM = \frac{BC}{2} \Rightarrow \hat{BAM} = \hat{B} = 37/5^\circ$$

$$\Delta AMB : \hat{AMC} \Rightarrow \hat{AMC} = \hat{BAM} + \hat{B} = 75^\circ$$

آمار و احتمال

$$\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} + \frac{6}{10} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{7}$$

توپ قرمز توپ آبی توپ قرمز

$$= \frac{1}{35} + \frac{2}{21} = \frac{3+10}{105} = \frac{13}{105}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۶ تا ۵۸)

(رسمت عین‌علیان)

گزینه «۲» -۴۹

اگر A و B به ترتیب پیشامدهای «اعتصاب شدن» و «به موقع تمام شدن کار» باشند، آنگاه بر اساس قانون بیز داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A)P(B|A)}{P(A)P(B|A) + P(A')P(B|A')}$$

$$= \frac{0/6 \times 0/3}{(0/6 \times 0/3) + (0/4 \times 0/8)} = \frac{0/18}{0/18 + 0/32} = \frac{9}{25}$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۵۸ تا ۶۴)

(شانه اتفاقی)

گزینه «۲» -۵۰

اگر پیشامد ابتدای این فرد به سرماخوردگی و آنفولانزا را به ترتیب با A و B نمایش دهیم، آنگاه داریم:

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)'] = 1 - P(A \cup B)$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow 0/15 = 1 - (0/7 + 0/4 - P(A \cap B))$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = 0/25$$

احتمال اینکه این فرد فقط به سرماخوردگی مبتلا شود، برابر است با:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = 0/7 - 0/25 = 0/45$$

(آمار و احتمال - احتمال: صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷)

(امیررضا فلاح)

گزینه «۱» -۴۶

طبق قوانین گزاره‌ها داریم:

$$\sim (p \Rightarrow q) \vee (q \vee \sim p) \equiv \sim (p \Rightarrow q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$$

(ترکیب فصلی یک گزاره و نقیض آن همواره درست است.)

بنابراین ترکیب شرطی صورت سؤال به شکل $p \Rightarrow T$ در می‌آید که به دلیل درست بودن تالی، همواره درست است.

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه‌های ۶ تا ۱۱)

(میوه بهاری)

گزینه «۴» -۴۷

ابتدا از میان اعضای A به جز a ، یک عضو انتخاب می‌کنیم تا مجموعه تک عضوی را تشکیل دهد و سپس اعضای سه مجموعه دو عضوی را انتخاب می‌کنیم.

دقت کنید که به دلیل وجود سه مجموعه با تعداد اعضای یکسان، تعداد حالت‌ها باید بر $3!$ تقسیم شود.

$$\text{تعداد افرازاها} = \frac{\binom{6}{1} \binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = \frac{6 \times 15 \times 6 \times 1}{6} = 90$$

(آمار و احتمال - آشنایی با مبانی ریاضیات: صفحه ۲۱)

(امیرسین ابوممیوب)

گزینه «۴» -۴۸

با توجه به اینکه قرار است در بار چهارم به هدف مورد نظر یعنی خروج حداقل یک توپ قرمز و یک توپ آبی دست یابیم، پس دو حالت امکان‌پذیر است. یا ۳ توپ اول قرمز و توپ چهارم آبی است و یا ۳ توپ اول آبی و توپ چهارم قرمز است. طبق قانون ضرب احتمال داریم:

$$\frac{\theta}{\text{انحراف}} = \frac{60^\circ}{90^\circ} = \frac{2}{3}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۹)

۵۳- گزینه «۳» (معمومه شریعت ناصری)

موارد «ب» و «ت» غلط هستند.

ب) پراش می‌تواند برای امواج مکانیکی یا الکترومغناطیسی هم رخ دهد.
ت) اگر آزمایش یانگ را به جای هوا در آب انجام دهیم، به علت کاهش طول موج، پهنای نوارها باریک‌تر می‌شود.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۱۰)

۵۴- گزینه «۲» (امسان ممدری)

فاصله دو نوار روشن متوالی برابر دو برابر پهنای هر نوار است پس پهنای هر نوار برابر ۳mm است.

و چون پهنای نوارها متناسب با λ است، پس:

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 1/5 \Rightarrow \frac{W_2}{3} = 1/5 \Rightarrow W_2 = 4/5 \text{ mm}$$

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۰۴)

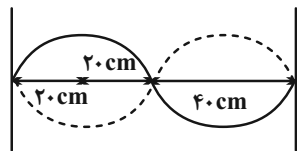
۵۵- گزینه «۲» (معمومه شریعت ناصری)

کم‌ترین بسامد در حالتی رخ می‌دهد که بیشترین طول موج ایجاد شود، یعنی بین A و M شکم دیگری تشکیل نشود. با توجه به این که در نقطه A گره و در نقطه M شکم تشکیل شده است و فاصله یک گره از شکم مجاورش برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است، می‌توان نوشت:

$$AM = \frac{\lambda}{4} = 20 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 80 \text{ cm} = 0.8 \text{ m}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow 0.8 = \frac{20}{f} \Rightarrow f = 25 \text{ Hz}$$

روش دوم:



$$f_n = \frac{nv}{\lambda L} \Rightarrow f_2 = \frac{2 \times 20}{20 \times 0.8} = 25 \text{ Hz}$$

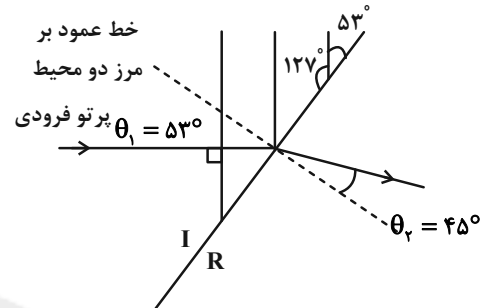
(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

فیزیک ۳

۵۱- گزینه «۴»

(زهرة آقاممدری)

چون پرتوی فرودی بر جبهه‌های موج فرودی عمود است، زاویه بین پرتوی فرودی و خط عمود بر مرز جدایی در محیط I (زاویه تابش) مطابق شکل برابر 53° خواهد شد.



طبق رابطه قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{v_i}{v_r} \xrightarrow{v=\lambda f \text{ ثابت است}} \frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r} \Rightarrow \frac{\sin 53^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{\lambda_i}{\lambda_r}$$

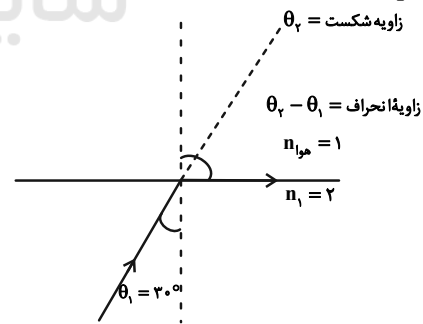
$$\Rightarrow \frac{\lambda_i}{\lambda_r} = \frac{0.8}{\sqrt{2}} = 0.8\sqrt{2}$$

طبق قانون شکست عمومی، چون $\theta_i > \theta_r$ است پس تندی موج در ناحیه I بیشتر است و در نتیجه عمق آب در ناحیه I بیشتر از ناحیه R است.

(فیزیک ۳ - برهم‌کنش‌های موج: صفحه‌های ۹۴ تا ۹۶)

۵۲- گزینه «۲» (پوریا علاقه‌مند)

(پوریا علاقه‌مند)



با توجه به شکل مسئله و طبق رابطه اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_r \Rightarrow 1 \sin 30^\circ = 2 \sin \theta_r$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{1}{2} = \sin \theta_r \Rightarrow \theta_r = 90^\circ$$

$$\theta_{\text{انحراف}} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$r' = n^2 a \Rightarrow n = 8$$

$$\begin{cases} n = 8 \Rightarrow E_\lambda = -\frac{E_R}{64} \\ n = 2 \Rightarrow E_\gamma = -\frac{E_R}{4} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Delta E &= E_\gamma - E_\lambda = -\frac{E_R}{4} - \left(-\frac{E_R}{64}\right) \\ &= E_R \left(\frac{1}{64} - \frac{1}{4}\right) = 13/6 \times \left(-\frac{15}{64}\right) \approx -3/18 \text{ eV} \end{aligned}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۵ تا ۱۲۹)

(بایک اسلامی)

۶- گزینه «۴»

در طیف گسیلی هیدروژن اتمی، طیف مرئی فقط در رشته بالمر ($n' = 2$) تابش می‌شود و چهار خط اول این طیف ($n = 3, 4, 5, 6$) را شامل می‌گردد. بنابراین به ازاء گذار از تراز $n = 6$ به $n' = 2$ بیشترین بسامد نور مرئی و به ازاء گذار از تراز $n = 3$ به $n' = 2$ کمترین بسامد نور مرئی گسیل خواهد شد. با استفاده از معادله ریڈبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\xrightarrow{c=\lambda f} f = Rc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{n=6}{n'=2} \rightarrow f_{\max} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right) \\ \frac{n=3}{n'=2} \rightarrow f_{\min} = Rc \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow f_{\max} - f_{\min} = Rc \left[\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} \right]$$

$$\Rightarrow \Delta f = Rc \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

مشاهده می‌شود اختلاف بیشترین و کمترین بسامد نور مرئی گسیل شده برابر با بسامد فوتون تابشی از تراز $n = 6$ به تراز $n' = 3$ (رشته پاشن) است که این گذار معادل سومین خط از رشته پاشن ($n' = 3$) می‌باشد.

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

(فسرو ارغوانی فرد)

۵۶- گزینه «۱»

طول موج این موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{100}{2} = 50 \mu\text{m} = 50 \times 10^{-6} \text{ m}$$

بنابراین انرژی هر فوتون آن برابر خواهد شد با:

$$E = h \frac{c}{\lambda} = 4 \times 10^{-15} \times \frac{3 \times 10^8}{50 \times 10^{-6}} = 2/4 \times 10^{-2} \text{ eV}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

(عبدالرضا امینی نسب)

۵۷- گزینه «۲»

بنابه معادله فوتوالکتریک، داریم:

$$K_{\max} = hf - W.$$

ابتدا تابع کار فلز را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} K_{\max} = hf - W. &\Rightarrow 2 \times 10^{-19} = 6 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{15} - W. \\ \Rightarrow W. &= 10^{-19} \text{ J} \end{aligned}$$

حال می‌توان نوشت:

$$K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W. \Rightarrow 11 \times 10^{-19} = \frac{6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{\lambda} - 10^{-19}$$

$$\Rightarrow \lambda = 1/5 \times 10^{-7} \text{ m} = 150 \text{ nm}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۱۶ تا ۱۲۰)

(معمومه شریعت ناصری)

۵۸- گزینه «۲»

فوتون مرئی فقط در سری بالمر ($n' = 2$) وجود دارد. با استفاده از رابطه ریڈبرگ داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{100} \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{32}{14400} \Rightarrow \lambda = \frac{14400}{32} = 450 \text{ nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{450 \times 10^{-9}} \approx 7 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

(فیزیک ۳ - آشنایی با فیزیک اتمی؛ صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۲۳)

(معمومه شریعت ناصری)

۵۹- گزینه «۲»

الکترون در تراز $n = 2$ قرار دارد، لذا:

$$r = 4a.$$

$$r' = 16r = 16(4a) = 64a.$$



(مصطفی کیانی)

گزینه «۴» - ۶۴

چون در هر دو ظرف ρ ، g و h یکسان‌اند، بنا به رابطه‌های $P = \frac{F}{A}$ و

داریم: $P = \rho gh$

$$F = PA \Rightarrow F = \rho ghA \xrightarrow[\text{h=ثابت}]{\rho=\text{ثابت}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\xrightarrow{A_2 > A_1} F_2 > F_1$$

برای اندازه نیروی وارد بر سطح زیر ظرفها داریم:

$$\begin{cases} F'_1 = W_1 \\ F'_2 = W_2 \end{cases} \xrightarrow{W_1 = W_2} F'_1 = F'_2$$

برای فشار وارد بر کف ظرفها از طرف مایع می‌توان نوشت:

$$P = \rho gh \xrightarrow[\rho_1 = \rho_2]{h_1 = h_2} P_1 = P_2$$

و برای فشار وارد بر سطح زیر ظرفها داریم:

$$P' = \frac{W}{A} \xrightarrow{W_1 = W_2} \frac{P'_1}{P'_2} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A_2 > A_1} P'_1 > P'_2$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

(مسین مشرومی)

گزینه «۱» - ۶۵

با استفاده از رابطه فشار کل در شاره‌های ساکن، داریم:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_{20} = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 30 = 4 \times 10^5 \text{ Pa} \\ P_{10} = 10^5 + 10^3 \times 10 \times 10 = 2 \times 10^5 \text{ Pa} \end{cases}$$

$$\frac{P_{20}}{P_{10}} = \frac{4 \times 10^5}{2 \times 10^5} = 2$$

بنابراین:

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۷)

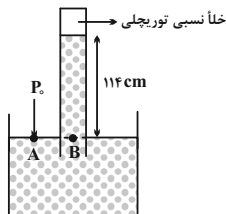
(مصطفی کیانی)

گزینه «۳» - ۶۶

با توجه به این‌که در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن، فشار یکسان است، اگر فشار

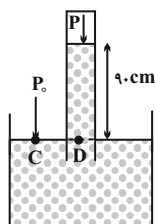
هوای محیط را P_0 در نظر بگیریم، برای شکل‌های (۱) و (۲) می‌توان نوشت:

شکل ۱:



$$P_A = P_B \xrightarrow[\text{P}_B = \text{h}_{\text{مایع}} = 114 \text{ cm}]{\text{P}_A = \text{P}_B} P_A = h_{\text{مایع}} = 114 \text{ cm} \quad (1)$$

شکل ۲:



(مسعود قره‌فانی)

فیزیک ۱

گزینه «۳» - ۶۱

به کمک روش تبدیل یکای زنجیره‌ای، به صورت زیر تبدیل یکا را انجام می‌دهیم. دقت کنید، پیشوند میکرو به معنای 10^{-6} و هر متر مکعب برابر با

$$10^6 \text{ سانتی‌متر مکعب است. } 7 / 33 \times 10^4 (\mu\text{m})^3$$

$$= 7 / 33 \times 10^4 (\mu\text{m})^3 \times \frac{(10^{-6} \text{ m})^3}{1 (\mu\text{m})^3} \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3}$$

$$\Rightarrow 7 / 33 \times 10^4 (\mu\text{m})^3 = 7 / 33 \times 10^{-4} \text{ cm}^3$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳)

(مبتنی فلیل ارمندری)

گزینه «۴» - ۶۲

تحلیل گزینه‌ها:

(الف) درست است، کمیت جرم، تنها کمیت اصلی در SI است که یکای آن (kg) دارای پیشوند است.

(ب) درست است، مثلاً یکای فرعی نیرو $\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right)$ را نیوتون (N) می‌نامند.

(پ) نادرست است، کمیت‌های فشار و جرم هر دو نرده‌ای هستند.

(ت) نادرست است، جریان الکتریکی کمیتی اصلی و نرده‌ای می‌باشد.

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه‌های ۶ و ۷)

(مصطفی کیانی)

گزینه «۲» - ۶۳

می‌دانیم در رابطه $P = ABC + \frac{D}{L}$ باید یکای عبارت‌های ABC و

$\frac{D}{L}$ برابر یکای P باشد. با توجه به این‌که یکای P بر حسب پاسکال است،

کمیت P، فشار می‌باشد که طبق رابطه $P = \frac{F}{A}$ ، یکای آن $\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ یا

$\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\left[\frac{D}{L}\right] = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \xrightarrow{[L] = \text{m}^2} \frac{[D]}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} \Rightarrow [D] = \text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

از طرف دیگر داریم:

$$D = MB \Rightarrow [D] = [M] \times [B] \Rightarrow \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{kg} \times [B] \Rightarrow [B] = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

اکنون یکای A را می‌یابیم:

$$[P] = [ABC] \Rightarrow [P] = [A] \times [B] \times [C]$$

$$\Rightarrow \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = [A] \times \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \text{m} \Rightarrow [A] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^2}$$

$$\left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{[A] \times [D]}{[B]} \Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^2} \times \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

در آخر داریم:

$$\Rightarrow \left[\frac{AD}{B}\right] = \frac{\text{kg}^2}{\text{m}^2}$$

(فیزیک ۱ - فیزیک و اندازه‌گیری: صفحه ۱۱)

$$P_{A'} = P_{B'} \Rightarrow P_1 + \rho_{\gamma} g h_{\gamma} + \rho_1 g h_1 = P_1 + \rho_{\gamma} g h_{\gamma}$$

$$\Rightarrow \rho_{\gamma} h_{\gamma} + \rho_1 h_1 = \rho_{\gamma} h_{\gamma}$$

$$\Rightarrow 0 / \lambda \times 90 + 2 \times 4 = 1 \times h_{\gamma} \Rightarrow h_{\gamma} = 8 \text{ cm}$$

در آخر جرم آب اضافه شده برابر است با:

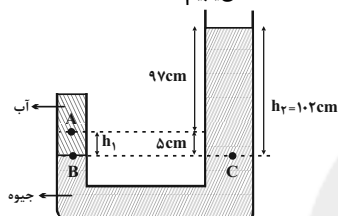
$$m = \rho V \xrightarrow{V=Ah} m = \rho_{\text{آب}} A_1 h_{\gamma}$$

$$\frac{A_1 = 30 \text{ cm}^2}{h_{\gamma} = 8 \text{ cm}} \rightarrow m = 1 \times 30 \times 8 = 240 \text{ g}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۸- گزینه «۴» (زهرا آقاممدری)

با توجه به این که در نقاط هم تراز یک مایع ساکن، فشار یکسان است، با استفاده از هم فشاری دو نقطه هم تراز B و C، مقدار $P_A - P_0$ را که همان فشار پیمانه‌ای نقطه A است، می‌یابیم:



$$P_B = P_C \Rightarrow P_A + \rho_{\text{آب}} g h_1 = P_0 + \rho_{\text{جیوه}} g h_{\gamma}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_1 = 0.05 \text{ m}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, h_{\gamma} = 1.02 \text{ m}} \rightarrow$$

$$P_A + 1000 \times 10 \times 0.05 = P_0 + 13600 \times 10 \times 1.02$$

$$\Rightarrow P_A - P_0 = 138720 - 500$$

$$\Rightarrow P_g = 138220 \text{ Pa} = 138 / 22 \text{ kPa}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۴۰)

۶۹- گزینه «۲» (فسرو ارغوانی فرد)

چون جسم به سمت چپ جابه‌جا می‌شود، کار نیروی \vec{F}_1 مثبت و کار نیروی \vec{F}_2 منفی است. با استفاده از تعریف کار یک نیروی ثابت طی یک جابه‌جایی معین، داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} = \frac{50}{40} \times \frac{\cos 30^\circ}{\cos 120^\circ}$$

$$\Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{5}{4} \times \frac{2}{-1} \Rightarrow \frac{W_1}{W_2} = \frac{-5\sqrt{3}}{4}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۵ تا ۶۰)

۷۰- گزینه «۳» (مصطفی کیانی)

با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، تندی جسم در لحظه برخورد به زمین را می‌یابیم. دقت کنید کار برابند نیروهای وارد بر جسم برابر با مجموع کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است. در ضمن چون جسم رو به پایین پرتاب شده است، کار نیروی وزن مثبت و کار نیروی مقاومت هوا منفی است.

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{mg}} + W_{f_D} = K_{\gamma} - K_1$$

$$\frac{K_1 = 8 \text{ J}, W_{\text{mg}} = 40 \text{ J}}{W_{f_D} = -10 \text{ J}} \rightarrow 40 - 10 = K_{\gamma} - 8 \Rightarrow K_{\gamma} = 38 \text{ J}$$

$$P_C = P_D \xrightarrow{P_D = (P_{\text{هوای محبوس}} + 90) \text{ cm}}_{P_C = P_0} \rightarrow P_0 = P_{\text{هوای محبوس}} + 90 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 114 = P_{\text{هوای محبوس}} + 90 \Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = 24 \text{ cm}$$

می‌بینیم فشار هوای محبوس معادل فشار ستونی از مایع به ارتفاع 24 cm است که باید به صورت زیر آن را بر حسب سانتی متر جیوه بنویسیم:

$$\rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} = \rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = 10/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, h_{\text{مایع}} = 24 \text{ cm}}{\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}$$

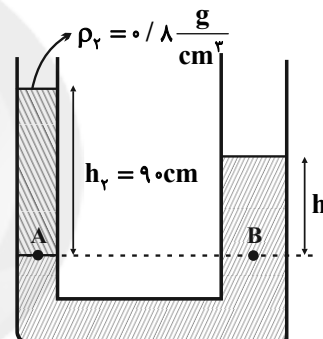
$$13/6 \times h_{\text{جیوه}} = 10/2 \times 24 \Rightarrow h_{\text{جیوه}} = 18 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = 18 \text{ cmHg}$$

(فیزیک ۱ - ویژگی‌های فیزیکی مواد: صفحه‌های ۳۲ تا ۳۸)

۶۷- گزینه «۲» (مصطفی کیانی)

با توجه به شکل زیر و قبل از وارد کردن آب به لوله سمت راست، h_1 را می‌یابیم. دقت کنید فشار نقاط هم تراز A و B که در یک مایع واقع‌اند، یکسان است.



$$P_A = P_B \Rightarrow P_0 + \rho_{\gamma} g h_{\gamma} = P_0 + \rho_1 g h_1$$

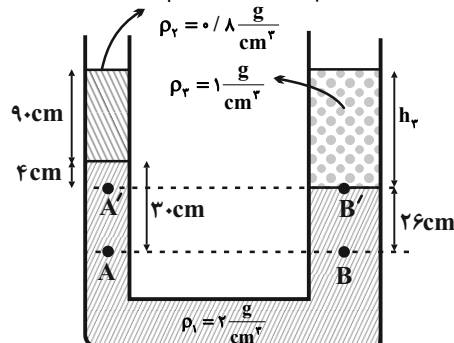
$$\Rightarrow \rho_{\gamma} h_{\gamma} = \rho_1 h_1 \Rightarrow 0 / \lambda \times 90 = 2 \times h_1 \Rightarrow h_1 = 36 \text{ cm}$$

اکنون، با وارد کردن آب در لوله سمت راست، باید مشخص کنیم در این لوله مایع ρ_1 چند سانتی متر پایین می‌رود. چون حجم مایع جابه‌جا شده در لوله‌ها یکسان است، داریم:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 h'_1 = A_2 h'_2 \xrightarrow{A_1 = 30 \text{ cm}^2, A_2 = 10 \text{ cm}^2}{h'_2 = 30 \text{ cm}}$$

$$30 \times 10 = 30 \times h'_1 \Rightarrow h'_1 = 10 \text{ cm}$$

می‌بینیم برای آن که مایع (۱) در لوله سمت چپ 30 cm بالا رود، باید در لوله سمت راست 10 cm پایین رود. بنابراین با توجه به شکل زیر و هم فشاری نقاط هم تراز A' و B'، ارتفاع آب در لوله سمت راست را می‌یابیم و به دنبال آن، جرم آب را پیدا می‌کنیم.



$$E_p - E_1 = W_{f_k} \xrightarrow{W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d} \xrightarrow{E = U + K} \\ (U_p + K_p) - (U_1 + K_1) = -f_k d \xrightarrow{U_p = 0} \\ \left(0 + \frac{1}{2} m v_p^2\right) - (mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2) = -f_k d \xrightarrow{v_p = 1 \frac{m}{s}, f_k = AN} \\ \xrightarrow{m = 4 \text{ kg}, h_1 = 6 \text{ m}} \\ \frac{1}{2} \times 4 \times 100 - 4 \times 10 \times 6 - \frac{1}{2} \times 4 \times v_1^2 = -8 \times 10 \\ v_1^2 = 20 \Rightarrow v_1 = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

۷۳- گزینه «۴» (مصطفی کیانی)

ابتدا تغییر دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس می‌یابیم:

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \xrightarrow{\Delta F = -54^\circ F} -54 = \frac{9}{5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = -30^\circ C$$

اکنون دمای جسم را بر حسب درجه سلسیوس پیدا می‌کنیم:

$$\Delta \theta = \theta_p - \theta_1 \xrightarrow{\theta_1 = 10^\circ C} -30 = \theta_p - 10 \\ \Rightarrow \theta_p = -20^\circ C$$

در نهایت دما را بر حسب کلوین به دست می‌آوریم:

$$T(K) = \theta(^\circ C) + 273 = -20 + 273 = 253 K$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۳ و ۸۵)

۷۴- گزینه «۳» (عبدالرضا امینی نسب)

چون $\alpha_1 > \alpha_2$ است، در اثر افزایش دمای یکسان، طول میله (۱) بیشتر از طول میله (۲) افزایش پیدا می‌کند. بنابراین، با توجه به این که بعد از افزایش دما اختلاف طول آن‌ها برابر $\gamma \text{ cm}$ و طول اولیه آن‌ها یکسان است، می‌توان نوشت:

$$\Delta L_1 - \Delta L_2 = \gamma \times 10^{-2} \\ \frac{\Delta L = \alpha L_1 \Delta T}{L_1 = L_2 = L} \rightarrow \alpha_1 L_1 \Delta \theta - \alpha_2 L_2 \Delta \theta = \gamma \times 10^{-2} \\ \Rightarrow L_1 \Delta \theta (\alpha_1 - \alpha_2) = \gamma \times 10^{-2} \\ \Rightarrow 100 \times \Delta \theta \times (9 \times 10^{-6} - 2 \times 10^{-6}) = \gamma \times 10^{-2} \\ \Rightarrow \Delta \theta = 10^2 = 100^\circ C \\ \xrightarrow{\theta_1 = 10^\circ C} 100 = \theta_p - 10 \Rightarrow \theta_p = 110^\circ C$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۸۷ تا ۹۰)

۷۵- گزینه «۱» (غلامرضا منبی)

گرمای گرفته شده از آب برای تبخیر سطحی، باعث منجمد شدن آب باقی مانده می‌شود. اگر m' جرم آب منجمد شده و m جرم آب تبخیر شده باشد، داریم:

$$\boxed{\text{بخار}} \xrightarrow{Q_v = mL_v} \boxed{0^\circ C \text{ آب}} \xleftarrow{Q_F = -m'L_F} \boxed{\text{یخ}}$$

$$Q_v = |Q_F| \Rightarrow mL_v = m'L_F \xrightarrow{L_v = 2490 \frac{kJ}{kg} = 2490 \frac{J}{g}, L_F = 336 \frac{kJ}{kg} = 336 \frac{J}{g}} \\ m \times 2490 = m' \times 336 \Rightarrow m' = \frac{2490}{336} m \Rightarrow m' = \frac{415}{56} m$$

با توجه به این که مجموع آب تبخیر شده و آب منجمد شده برابر $942g$ است، داریم:

$$m' + m = 942 \xrightarrow{m' = \frac{415}{56} m} \frac{415}{56} m + m = 942 \\ \Rightarrow m = 112g$$

(فیزیک ۱ - دما و گرما: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۱۱)

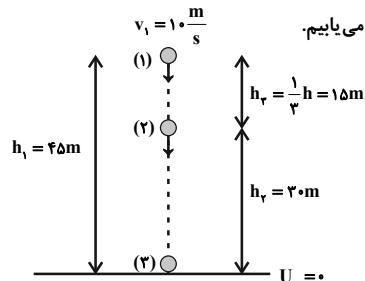
$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m = \text{ثابت}} \frac{K_p}{K_1} = \left(\frac{v_p}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{3\lambda}{\lambda} = \left(\frac{v_p}{\lambda}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{19}{4} = \left(\frac{v_p}{\lambda}\right)^2 \Rightarrow \frac{\sqrt{19}}{2} = \frac{v_p}{\lambda} \Rightarrow v_p = 4\sqrt{19} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۵۴ تا ۶۴)

۷۱- گزینه «۱» (مصطفی کیانی)

ابتدا با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، تندی گلوله را در مکان‌های (۲) و (۳) می‌یابیم:



$$E_p = E_1 \xrightarrow{E = K + U} K_p + U_p = K_1 + U_1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + mgh_p = \frac{1}{2} m v_1^2 + mgh_1$$

$$\Rightarrow \frac{v_p^2}{2} + 10 \times 30 = \frac{100}{2} + 10 \times 45 \Rightarrow v_p^2 = 400 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

اکنون اصل پایستگی انرژی مکانیکی را برای مکان‌های (۱) و (۳) به کار می‌بریم و v_3 را می‌یابیم:

$$E_p = E_3 \Rightarrow K_p + U_p = K_3 + U_3 \\ \Rightarrow \frac{1}{2} m v_p^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_3^2 + mgh_3$$

$$\Rightarrow \frac{v_3^2}{2} = \frac{1}{2} \times 1000 + 10 \times 45 \Rightarrow v_3^2 = 1000 \left(\frac{m}{s}\right)^2$$

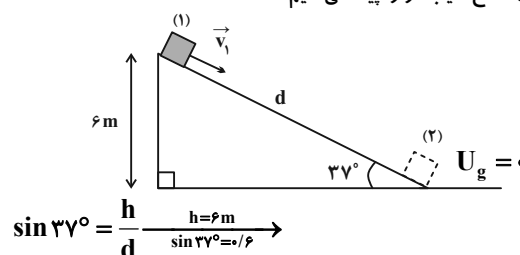
در آخر نسبت $\frac{K_p}{K_3}$ را می‌یابیم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \xrightarrow{m = \text{ثابت}} \frac{K_p}{K_3} = \frac{v_p^2}{v_3^2} = \frac{400}{1000} \Rightarrow \frac{K_p}{K_3} = \frac{2}{5}$$

(فیزیک ۱ - کار، انرژی و توان: صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

۷۲- گزینه «۱» (مسعود قره‌فانی)

ابتدا طول سطح شیب‌دار را پیدا می‌کنیم:



$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} \xrightarrow{h = 6m, \sin 37^\circ = 0.6}$$

$$\frac{6}{10} = \frac{6}{d} \Rightarrow d = 10m$$

اکنون با استفاده از قانون پایستگی انرژی، تندی اولیه جسم را می‌یابیم:



-۷۶- گزینه «۴»

(مبتنی بر فیلل ارجمندی)

کمترین مقدار M زمانی به دست می آید که یخ $-θ^{\circ}\text{C}$ به یخ 0°C و آب $θ^{\circ}\text{C}$ نیز به یخ 0°C تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح وارهٔ زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

$$\boxed{\text{آب } θ^{\circ}\text{C}} \xrightarrow{Q_1 = m_1 c_1 \Delta \theta} \boxed{\text{یخ } 0^{\circ}\text{C}} \xleftarrow{Q_2 = m_2 L_F} \boxed{\text{آب } 0^{\circ}\text{C}} \xleftarrow{Q_3 = m_3 c_3 \Delta \theta} \boxed{\text{یخ } -θ^{\circ}\text{C}}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (0 - (-\theta)) + m_2 c_2 (0 - \theta) - m_3 L_F = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = \gamma m, m_2 = M} \gamma m \times \frac{c}{\gamma} \times \theta - M c \theta - M L_F = 0$$

$$\Rightarrow m c \theta = M (c \theta + L_F) \Rightarrow M = \frac{m}{1 + \frac{L_F}{c \theta}}$$

بیشترین مقدار M زمانی به دست می آید که یخ $-θ^{\circ}\text{C}$ به یخ 0°C و سپس به آب صفر درجهٔ سلسیوس تبدیل شود و از آن طرف آب $θ^{\circ}\text{C}$ نیز به آب 0°C تبدیل شود. بنابراین، با توجه به طرح وارهٔ زیر و استفاده از شرط تعادل گرمایی داریم:

$$\boxed{\text{یخ } -θ^{\circ}\text{C}} \xrightarrow{Q'_1 = m_1 c_1 \Delta \theta} \boxed{\text{یخ } 0^{\circ}\text{C}} \xrightarrow{Q'_2 = m_2 L_F} \boxed{\text{آب } 0^{\circ}\text{C}} \xleftarrow{Q'_3 = m_3 c_3 \Delta \theta} \boxed{\text{آب } θ^{\circ}\text{C}}$$

$$Q'_1 + Q'_2 + Q'_3 = 0$$

$$\Rightarrow m_1 c_1 (0 - (-\theta)) + m_2 L_F + m_3 c_3 (0 - \theta) = 0$$

$$\xrightarrow{m_1 = \gamma m, m_2 = M} \gamma m \times \frac{c}{\gamma} \times \theta + \gamma m L_F - M c \theta = 0$$

$$\Rightarrow m c \theta + \gamma m L_F = M c \theta \Rightarrow M = m + \frac{\gamma m L_F}{c \theta}$$

$$\frac{m}{1 + \frac{L_F}{c \theta}} \leq M \leq m + \frac{\gamma m L_F}{c \theta}$$

بنابراین، برای M می توان نوشت:

(فیزیک ۱ - دما و گرما، صفحه‌های ۹۶ تا ۱۰۶)

-۷۷- گزینه «۲»

(امیراحمد میرسعید)

برای گازهای آرمانی، مستقل از نوع گاز، با استفاده از معادلهٔ حالت، دمای گاز را بر حسب n و R می یابیم و سپس آن‌ها را با هم مقایسه می کنیم، دقت کنید چون مقایسهٔ دماها مورد نظر است، از تبدیل یکاها صرف نظر نموده ایم.

$$\xrightarrow{V_1 = \gamma L} \frac{\gamma \times 300}{P_1 = 40 \text{ kPa}} \rightarrow T_1 = \frac{\gamma \times 300}{nR} = \frac{900}{nR} \quad \text{گزینه «۱»}$$

$$\xrightarrow{V_2 = \gamma L} \frac{\gamma \times 250}{P_2 = 25 \text{ kPa}} \rightarrow T_2 = \frac{\gamma \times 250}{nR} = \frac{1000}{nR} \quad \text{گزینه «۲»}$$

$$\xrightarrow{V_3 = \gamma L} \frac{\gamma \times 160}{P_3 = 16 \text{ kPa}} \rightarrow T_3 = \frac{\gamma \times 160}{nR} = \frac{960}{nR} \quad \text{گزینه «۳»}$$

$$\xrightarrow{V_4 = \gamma L} \frac{\gamma \times 120}{P_4 = 12 \text{ kPa}} \rightarrow T_4 = \frac{\gamma \times 120}{nR} = \frac{960}{nR} \quad \text{گزینه «۴»}$$

می بینیم، دمای ۴ لیتر گاز آرگون در فشار 25 kPa از بقیه بیشتر است. یعنی گزینه «۲» درست است.

(فیزیک ۱ - دما و گرما، صفحه‌های ۱۱۷ تا ۱۲۳)

-۷۸- گزینه «۱»

(مسعود قره‌قانی)

چون گاز بر روی محیط کار انجام داده است، حجم آن افزایش می یابد، در نتیجه، علامت کار منفی است، لذا $W = -380 \text{ J}$ می باشد.

از طرف دیگر چون انرژی درونی گاز افزایش یافته است، $\Delta U = +80 \text{ J}$ خواهد بود. بنابراین، با استفاده از قانون اول ترمودینامیک می توان نوشت:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow 80 = -380 + Q \Rightarrow Q = 460 \text{ J}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۱)

-۷۹- گزینه «۳»

(مبتنی بر فیلل ارجمندی)

ابتدا با استفاده از معادلهٔ حالت گازهای آرمانی دمای نقطه‌های a و c را با هم مقایسه می کنیم:

$$PV = nRT \Rightarrow T = \frac{PV}{nR}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_a = \gamma \text{ atm}}{V_a = \gamma L} \rightarrow T_a = \frac{\gamma \times 10^5 \times \gamma \times 10^{-3}}{nR} = \frac{1200}{nR} \\ \frac{P_c = 1/\delta \text{ atm}}{V_c = \delta L} \rightarrow T_c = \frac{1/\delta \times 10^5 \times \delta \times 10^{-3}}{nR} = \frac{1200}{nR} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow T_a = T_c \xrightarrow{U \propto T} U_a = U_c \Rightarrow \Delta U_{ac} = 0$$

از طرف دیگر برای فرایند abc داریم:

$$\Delta U_{ac} = W_{abc} + Q_{abc} \xrightarrow{\Delta U_{ac} = 0} 0 = W_{abc} + Q_{abc}$$

$$\Rightarrow W_{abc} = -Q_{abc}$$

می بینیم گزینه «۳» درست است.

برای سایر گزینه‌ها داریم:

گزینه‌های «۲» و «۴»: نادرست است. زیرا:

$$V_c > V_b \Rightarrow W_{bc} < 0 \quad \Delta U_{ac} = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc} \xrightarrow{\Delta U_{ac} = 0} 0 = \Delta U_{ab} + \Delta U_{bc}$$

$$\Rightarrow \Delta U_{bc} = -\Delta U_{ab} \xrightarrow{\Delta U_{ab} > 0} \Delta U_{bc} < 0$$

گزینه «۱»: نادرست است. زیرا:

$$\Delta U_{bc} = W_{bc} + Q_{bc} \Rightarrow Q_{bc} = \Delta U_{bc} - W_{bc}$$

می بینیم الزاماً $Q_{bc} = 0$ نیست. دقت کنید در صورتی $Q_{bc} = 0$ است که فرایند bc بی دررو باشد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۹)

-۸۰- گزینه «۱»

(مبتنی بر فیلل ارجمندی)

طبق رابطهٔ بازده برای ماشین‌های گرمایی داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta_A = \frac{|W|}{Q_H} \\ \eta_B = \frac{|W|}{Q'_H} \end{array} \right. \Rightarrow Q_H + Q'_H = \frac{|W|}{\eta_A} + \frac{|W|}{\eta_B} \quad (1)$$

$$\eta_C = \frac{|W|}{Q_H + Q'_H} \xrightarrow{(1)} \eta_C = \frac{|W|}{\frac{|W|}{\eta_A} + \frac{|W|}{\eta_B}}$$

$$\Rightarrow \eta_C = \frac{\eta_A \eta_B}{\eta_A + \eta_B}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک، صفحه‌های ۱۴۵ و ۱۴۶)

شیمی ۳

۸۱- گزینه «۳»

(امیررضا پعفری نژاد)

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درست، اگر ثابت تعادل فقط وابسته به غلظت یک ماده باشد، می‌توان تغییر اعمال شده را به طور کامل برطرف کرد.

گزینه «۲»: درست، هر دو به سمت رفت جابه‌جا می‌شوند.

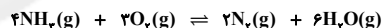
گزینه «۳»: نادرست، باز گذاشتن درب ظرف سبب خروج کربن‌دی‌اکسید تولید شده در واکنش و جابه‌جایی تعادل به سمت رفت می‌شود ولی برداشتن مقداری CaO از ظرف واکنش تاثیری در جابه‌جایی تعادل ندارد.

گزینه «۴»: درست، چون در تعادل $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ با کاهش غلظت تعادل به سمت برگشت جابه‌جا می‌شود که حاصل آن تولید بیشتر گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 است اما در تعادل جدید غلظت NO_2 از تعادل قبلی کمتر و رنگ مخلوط کم‌رنگ‌تر است.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۲- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)



غلظت اولیه	۰/۵	۰	۰	۰	$2x = 0/2$
تغییر غلظت اولیه	$-4x$	$-3x$	$+2x$	$+6x$	$x = 0/1$
غلظت تعادلی	$0/5 - 4x$	$0/5 - 3x$	$2x$	$6x$	$M = \frac{n}{V} = 1$ $\Rightarrow M = \frac{0/1}{1}$ $M = 0/1$

$$[NH_3] = 0/5 - 0/4 = 0/1, [O_2] = 0/5 - 0/3 = 0/2$$

$$[N_2] = 0/2, [H_2O] = 0/6$$

$$k = \frac{[N_2]^2 \times [H_2O]^6}{[O_2]^3 \times [NH_3]^4} = \frac{(0/2)^2 \times (0/6)^6}{(0/5)^3 \times (0/1)^4} = 28/8 \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

افزودن N_2 موجب افزایش غلظت N_2 شده و در نتیجه واکنش در جهت مصرف N_2 یعنی برگشت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۵)

۸۳- گزینه «۲»

(امیر هاتمیان)

موارد «ب» و «پ» نادرست است.

بررسی عبارت‌ها:

نکته: در واکنش‌های تعادلی (q) در سمت مول گازی کمتر می‌باشد.

الف) درست، $N_2O_4(g) + q \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ با افزایش دما، تعادل قهوه‌ای‌رنگ به‌رنگ

در جهت مصرف (q) یعنی در جهت رفت جابه‌جا شده و باعث افزایش یافتن شدت رنگ قهوه‌ای می‌شود.

ب) نادرست، $2NH_3(g) + q \rightleftharpoons N_2(g) + 3H_2(g)$ با کاهش

دما تعادل در جهت تولید q (در جهت برگشت) جابه‌جا شده و باعث کاهش درصد مولی مولکول‌های 2 اتمی می‌شود.

پ) نادرست، $q + 2Ag_2O(s) \rightleftharpoons 4Ag(s) + O_2(g)$

کاهش دما در تعادل مورد نظر باعث می‌شود، تعادل در جهت تولید q و در جهت برگشت (مصرف O_2) جابه‌جا شود و باعث می‌شود که کاهش فشار گاز موجود در ظرف رخ دهد.

ت) درست، $PCl_5(g) + Cl_2(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + q$ ، با کاهش

دما تعادل در جهت تولید q یعنی در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و باعث افزایش مقدار عددی ثابت تعادل می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۶)

۸۴- گزینه «۴»

(مهم‌رضا پورفاویر)

با افزایش دما، تعادل در جهت رفت پیشرفت خواهد کرد. به این ترتیب غلظت SO_3 کاهش یافته و غلظت SO_2 و O_2 افزایش خواهد یافت (و تغییرات

غلظت O_2 نیز نصف تغییرات غلظت SO_2 و SO_3 خواهد بود).

با کاهش حجم ظرف ابتدا غلظت همه گازها باید به یکباره افزایش یابند (که چنین شوکی در نمودار مشاهده نمی‌شود) و سپس با پیشرفت واکنش در جهت برگشت، غلظت SO_3 افزایش و غلظت SO_2 و O_2 کاهش یابد. کاهش

فشار نیز اثری دقیقاً برعکس کاهش حجم بر روی تغییرات غلظت مواد دارد.

در صورتی که مقداری SO_3 به ظرف واکنش اضافه شود، ابتدا باید غلظت آن به یکباره افزوده شده و سپس با پیشرفت واکنش در جهت رفت، کاهش

یابد. غلظت گازهای SO_3 و O_2 نیز با افزایش مواجه خواهد شد.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۴ تا ۱۰۷)



حال با جایگذاری غلظت‌های تعادلی در دمای 100°C در رابطه ثابت تعادل، مقدار k به دست می‌آید:

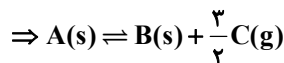
$$k = \frac{[\text{B}]^2}{[\text{A}]} = \frac{\left(\frac{0.32}{2}\right)^2}{\left(\frac{0.24}{2}\right)} \approx 0.213 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۷- گزینه «۳» (عمید زینی)

ابتدا تغییرات مول مواد را مشخص می‌کنیم و به کوچک‌ترین تغییرات تقسیم می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری تک تک مواد به دست آید:

$$\left. \begin{aligned} \text{A تغییرات مول} &= 8 - 4 = 4 \text{ mol} & \Rightarrow \frac{4}{4} = 1 \\ \text{B تغییرات مول} &= 4 - 0 = 4 \text{ mol} & \Rightarrow \frac{4}{4} = 1 \\ \text{C تغییرات مول} &= 6 - 0 = 6 \text{ mol} & \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned} \right\}$$



حال ضرایب را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم تا ضرایب استوکیومتری مواد در



معادله موازنه شده کسری نباشد:

حال عبارت ثابت تعادل را می‌نویسیم (دقت کنید که مواد جامد (s) و مایع خالص (l) در عبارت ثابت تعادل نوشته نمی‌شوند):

$$k = [\text{C}]^3 = \left(\frac{6}{10}\right)^3 = 0.216 \text{ (mol.L}^{-1}\text{)}^3$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)

۸۸- گزینه «۳» (مهمرضا پورباویر)

از آنجا که CaCO_3 یک جامد خالص بوده و غلظت آن در طول واکنش بدون تغییر خواهد بود، افزودن آن به طرف واکنش تغییری در تعادل ایجاد نمی‌کند. افزایش فشار که منجر به افزایش غلظت CO_2 و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت برگشت خواهد شد. بدیهی است که کاهش حجم ظرف نیز به منزله افزایش فشار و در نتیجه پیشرفت واکنش در جهت

۸۵- گزینه «۲» (عمید زینی)

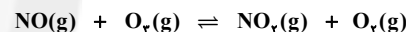
چون ضریب استوکیومتری NO_2 و O_2 برابر است، پس مول O_2 نیز در تعادل اولیه برابر ۴ مول است. از طرف دیگر چون مجموع ضرایب مواد گازی دو طرف تعادل با هم برابر است، پس می‌توان در رابطه ثابت تعادل، به جای غلظت‌های تعادلی، از مول‌های تعادلی استفاده کرد:

$$k = \frac{[\text{NO}_2] \times [\text{O}_2]}{[\text{NO}] \times [\text{O}_3]} = \frac{4 \times 4}{6 \times 4} = \frac{2}{3}$$

با افزودن NO به طرف، تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود و با تقسیم جرم NO_2 بر جرم مولی آن می‌توان مول NO_2 در تعادل جدید را

$$\text{محاسبه کرد: } \text{NO}_2 \text{ مول} = \frac{230}{46} = 5 \text{ mol}$$

پس می‌بینیم که ۱ مول NO_2 تولید شده است؛ در نتیجه ۱ مول O_2 نیز تولید شده و از هر کدام از گازهای NO و O_3 ، ۱ مول مصرف شده است. با افزودن x مول NO ، خواهیم داشت:



$$\begin{array}{cccc} \text{تعادل اولیه:} & 6 & 4 & 4 & 4 \\ \text{تعادل جدید:} & 6+x-1 & 4-1 & 4+1 & 4+1 \end{array}$$

همچنین بایستی دقت کرد که با تغییر غلظت مواد درون ظرف تعادلی، مقدار عددی k تغییر نمی‌کند؛ پس می‌توان نوشت:

$$\frac{2}{3} = \frac{5 \times 5}{(5+x) \times 3} \Rightarrow 10 + 2x = 25 \Rightarrow x = 7.5 \text{ mol}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ تا ۱۰۳)

۸۶- گزینه «۲» (عمید زینی)

ابتدا از روی تغییرات مول مواد شرکت‌کننده در واکنش ضرایب a و b را به دست می‌آوریم. با تغییر دما از 175°C به 100°C (کاهش 75°C)، تغییرات مول A و B به صورت زیر است:

$$\text{A تغییرات مول} = 0.24 - 0.04 = 0.2 \text{ mol}$$

$$\text{B تغییرات مول} = 0.72 - 0.32 = 0.4 \text{ mol}$$

چون تغییرات مول B ، دو برابر تغییرات مول A است، پس ضریب B دو



برابر ضریب A است:

شیمی ۲

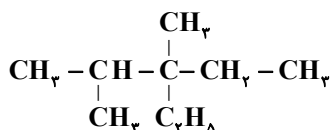
گزینه ۳» ۹۱-

(ممبر رضا پورجاویر)

فرمول ساختاری ۳- اتیل - ۲، ۳- دی‌متیل پنتان به صورت زیر است:

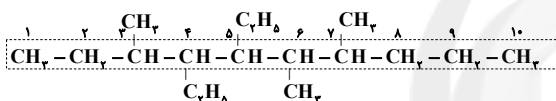


یا



برای تعیین نام آلکانی که ساختار پیوند - خط آن داده شده است، می‌توان

ساختار گسترده آن را رسم کرده و سپس نام آن را نوشت:



۴، ۵- دی‌اتیل - ۳، ۶، ۷- تری‌متیل دکان

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۸)

گزینه ۴» ۹۲-

(عمیر زینی)

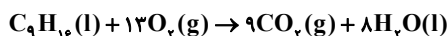
در ساختار ترکیب داده شده ۱۰ پیوند کربن - کربن وجود دارد (تعداد

خطوط در فرمول پیوند - خط هیدروکربن‌ها همان تعداد پیوندهای کربن-

کربن است.

در شرایط STP حالت فیزیکی آب به صورت مایع است. معادله موازنه شده

سوختن کامل هیدروکربن داده شده به صورت زیر است:



$$? \text{LCO}_2 = 12 / 4 \text{g C}_9\text{H}_{16} \times \frac{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{16}}{124 \text{ g C}_9\text{H}_{16}}$$

$$\times \frac{9 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_9\text{H}_{16}} \times \frac{22 / 4 \text{ LCO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 20 / 16 \text{ LCO}_2$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۲۸ تا ۳۸)

برگشت خواهد بود. اما از آنجا که این تعادل گرماگیر است، با افزایش دما

تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۷)

گزینه ۱» ۸۹-

(ممبر رضا پورجاویر)

با دو برابر شدن غلظت NH_3 ، تعادل در جهت مصرف آن (جهت

برگشت) جابه‌جا می‌شود، اما اثر تغییر وارد شده به طور کامل از بین نمی‌رود.

به این ترتیب مقداری از NH_3 اضافه شده در ظرف باقی می‌ماند و ازطرفی مقداری N_2 و H_2 نیز تولید می‌شوند. با توجه به افزایش مقدار همه

ذره‌های گازی، فشار موجود در ظرف بیشتر خواهد شد.

با همین توضیح می‌توان فهمید که سرعت هر دو واکنش رفت و برگشت

نسبت به حالت اول بیشتر می‌شود، اما به دو برابر نمی‌رسد. تغییر غلظت

فرآورده‌های واکنش برگشت (H_2, N_2) نیز کمتر از دو برابر خواهد بود.

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۲ و ۱۰۳)

گزینه ۳» ۹۰-

(عمیر زینی)

مول تعادلی گاز SO_3 را برابر n و مول تعادلی گاز SO_2 را برابر $2n$

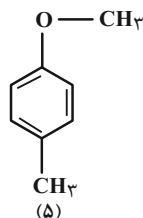
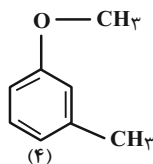
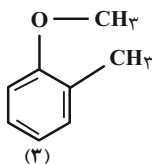
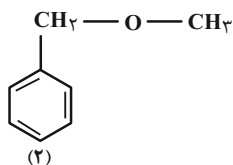
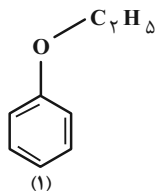
در نظر می‌گیریم:

$$k = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2 \times [\text{O}_2]} \Rightarrow 0.08 = \frac{\left(\frac{n}{4}\right)^2}{\left(\frac{2n}{4}\right)^2 \times [\text{O}_2]}$$

$$\Rightarrow 0.08 = \frac{n^2}{16} \times \frac{1}{16} \times [\text{O}_2]$$

$$\Rightarrow [\text{O}_2] = \frac{1}{0.08 \times 4} = \frac{1}{0.32} = 3 / 125 \text{ mol.L}^{-1}$$

(شیمی ۳، صفحه‌های ۱۰۱ و ۱۰۲)



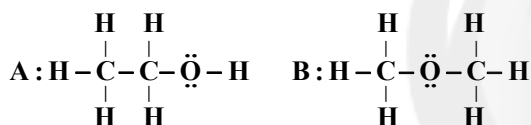
۵- ایزومر ساختاری دارد.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(پیمان فوازی میسر)

۹۵- گزینه «۳»

ساختار ترکیب‌های A و B به صورت زیر است:



* ترکیب A (اتانول) دارای گروه هیدروکسیل است و یک الکل محسوب می‌شود. (نادرستی عبارت اول)

* ترکیب B (دی‌متیل اتر) دارای ۶ پیوند C-H و ترکیب A (اتانول) دارای ۵ پیوند C-H است. (درستی عبارت دوم)

* ترکیب A (اتانول) مانند ترکیب آلی موجود در گشکنیز دارای گروه هیدروکسیل است. (درستی عبارت سوم)

* اتانول بعد از آب مهم‌ترین حلال صنعتی است. (نادرستی عبارت چهارم)

* در ترکیب A (اتانول) برخلاف ترکیب B (دی‌متیل اتر) C-C وجود دارد. (درستی عبارت پنجم)

(شیمی ۲، صفحه‌های ۶۸ تا ۷۰)

(پیمان فوازی میسر)

۹۶- گزینه «۲»

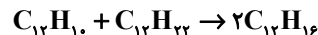
عبارت‌های اول و دوم صحیح هستند.

تشریح عبارت‌های نادرست:

(عمیر زینی)

۹۳- گزینه «۳»

در معادله موازنه شده، مجموع اتم‌های هر عنصر در دو طرف معادله با هم برابر است.



گزینه «۱»: $C_{12}H_{14}$

گزینه «۲»: $C_{12}H_{12}$

گزینه «۳»: $C_{12}H_{16}$

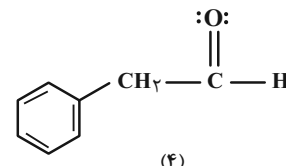
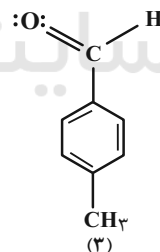
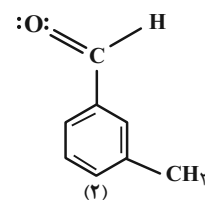
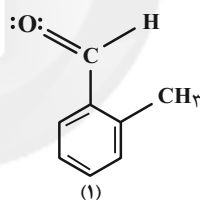
گزینه «۴»: $C_{12}H_{10}$

(شیمی ۲، صفحه ۴۲)

(امیر غاتمیان)

۹۴- گزینه «۴»

تعداد ایزومرهای آلدهیدی \Leftarrow ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و از ۲ کربن باقی‌مانده ۱ کربن مربوط به گروه عاملی آلدهید است و ۱ کربن باقی می‌ماند.



۴- ایزومر ساختاری دارد.

تعداد ایزومرهای این هیدروکربن که پیوند هیدروژنی تشکیل نمی‌دهد \Leftarrow در ترکیب موردنظر اکسیژن نباید به هیدروژن متصل باشد چون آن‌گاه پیوند هیدروژنی تشکیل می‌دهد و اکسیژن باید به حلقه بنزنی متصل شود و ۶ کربن در حلقه بنزنی قرار می‌گیرد و ۲ کربن باقی می‌ماند.

$$\frac{C}{N} = \frac{جرم\ C}{جرم\ N} = \frac{۱۴ \times ۱۲}{۲ \times ۱۴} = ۶$$

عبارت دوم درست است. دارای گروه‌های عاملی کربوکسیل، آمین، آمید و استری است.

عبارت سوم درست است. ۳ تا از اتم‌های H به N و یک اتم H به O متصل است، ولی بقیه اتم‌های H به C متصل شده‌اند.

عبارت چهارم نادرست است. ویتامین (ث) آروماتیک نیست.

عبارت پنجم درست است.

(شیمی ۲، صفحه ۱۱۱)

۹۹- گزینه «۲» (روزبه رضوانی)

موارد «الف» و «پ» نادرست اند.

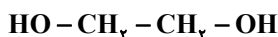
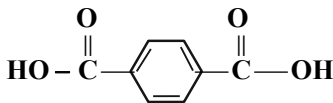
الف: نیروی بین مولکولی الکل‌ها تا ۵ کربن هیدروژنی است، اما از الکل‌های ۴ و ۵ کربنه می‌توان محلول سیرشده در آب تهیه کرد.

پ) ساده‌ترین استر، متیل متانوات است و اتیل بوتانوات استر عامل بوی آناناس است؛ جرم مولی متانول کمتر از اتانول است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱۰۰- گزینه «۱» (پیمان فواپی‌میر)

ساختار و فرمول مولکولی مونومرهای سازنده این پلی‌استر به صورت زیر است:



تفاوت جرم مولی $\text{C}_8\text{H}_6\text{O}_4$ و $\text{C}_7\text{H}_6\text{O}_4$ برابر ۱۰۴ گرم بر مول است.

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

* هر مول کلاستروپل با یک مول H_2 واکنش می‌دهد و به یک ترکیب سیرشده تبدیل می‌شود.

* کلاستروپل یک الکل سیر نشده است.

(شیمی ۲، ترکیبی؛ صفحه‌های ۲۸ تا ۳۲ و ۶۸ تا ۷۰)

۹۷- گزینه «۲» (پیمان فواپی‌میر)

ترکیب A ویتامین (آ) با فرمول $\text{C}_7\text{H}_8\text{O}$ و ترکیب B ویتامین (ث) با فرمول $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ است. ویتامین (آ) در آب حل نمی‌شود پس رسوب ایجاد شده مربوط به این ماده است.

$$۲۸ / ۶ \text{g C}_7\text{H}_8\text{O} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۲۸۶ \text{ g}} = ۰ / ۱ \text{ mol C}_7\text{H}_8\text{O}$$

پس ۰/۲ مول $\text{C}_6\text{H}_8\text{O}_6$ داریم:

$$\text{جرم کربن ویتامین (آ)} = ۰ / ۱ \times ۲۰ \times ۱۲ = ۲۴ \text{ g}$$

$$\text{جرم کربن ویتامین (ث)} = ۰ / ۲ \times ۶ \times ۱۲ = ۱۴ / ۴ \text{ g}$$

جرم ویتامین (ث) برابر است با:

$$۰ / ۲ \text{ mol} \times \frac{۱۷۶ \text{ g}}{۱ \text{ mol}} = ۳۵ / ۲ \text{ g C}_6\text{H}_8\text{O}_6$$

درصد جرمی اتم کربن برابر است با:

$$\text{درصد جرمی کربن} = \frac{۲۴ + ۱۴ / ۴}{۳۵ / ۲ + ۲۸ / ۶} \times ۱۰۰ = \frac{\text{جرم کربن}}{\text{جرم کل}} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{۳۸ / ۴}{۶۳ / ۸} \times ۱۰۰ \approx ۶۰ / ۱۹$$

(شیمی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱)

۹۸- گزینه «۳» (عمیر زینی)

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول درست است. فرمول مولکولی آسپارتام $\text{C}_{1۴}\text{H}_{1۸}\text{N}_2\text{O}_5$ است.

پاسخ تشریحی آزمون دانش شناختی ۱ اردیبهشت ۱۴۰۲

دانش آموز عزیز!

اگر در آزمون‌های قبلی به سوالات آمادگی شناختی پاسخ داده‌اید از وضعیت پایه آمادگی شناختی خود بر اساس کارنامه آگاهی دارید. در این آزمون برنامه‌های حمایتی ما برای تقویت سازه‌های شناختی ادامه می‌یابد. این برنامه ارائه راهکارهای هفتگی و پایش مداوم دانش شناختی است. لطفاً برای سنجش آگاهی خود به سوالات پاسخ دهید و برای اطمینان از ماهیت راهبردهای آموزشی مورد سوال، پاسخ نامه‌های تشریحی را مطالعه فرمائید.

۲۶۱. کدام مورد برای مطالعه متون درسی مفید است؟

۱. سوال از خود در مورد میزان یادگیری
۲. سوال از خود در مورد روش یادگیری
۳. بررسی دلایل اشتباهات و خطاها
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. مطالعه صرفاً روخوانی و تکرار مطالب نیست. روش صحیح مطالعه این است که بعد از خواندن مطالب، خودارزیابی داشته باشید تا میزان یادگیری خود را متوجه شوید، همچنین دلایل اشتباهات و روش یادگیری خود را بررسی کنید تا با بینش در مورد خود، بتوانید برای مطالعه‌ی مباحث بعدی تصمیم‌گیری و برنامه‌ریزی صحیحی داشته باشید.

۲۶۲. کدام مورد در خصوص بازبینی سوالات آزمون و یا ارزیابی صحیح است؟

۱. موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود.
۲. موجب اثربخشی مطالعه بعدی می‌شود.
۳. هیچکدام
۴. هر دو

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. بازبینی سوالات آزمون، موجب آگاهی از نقاط قوت و ضعف می‌شود. بررسی این موضوع که بر کدام بخش از مطالب تسلط دارید و در چه مباحثی نیاز دارید خودتان را تقویت کنید، باعث هدفمند شدن مطالعه شما برای مطالعه دوباره آن مباحث می‌شود.

۲۶۳. کدام مورد در ارزیابی‌های آزمایشی اهمیت بیشتری دارد؟

۱. نمره نهایی آزمون
۲. نمره تراز
۳. پاسخ‌های ارائه شده به هر سوال
۴. میانگین درصدها

پاسخ تشریحی: پاسخ ۳ صحیح است. در ارزیابی‌های آزمایشی دریافت نمره نهایی بدون بررسی تک‌تک پاسخ‌های ارائه شده به سوالات، کمکی به آگاهی از تسلط شما بر مباحث و پیشرفت‌تان در آزمون‌های آینده نمی‌کند. مهم‌ترین بخش بعد از پاسخ دادن به سوالات، بررسی پاسخنامه تشریحی سوالاتی است که به آن‌ها پاسخ درست و یا غلط داده‌اید. زیرا فقط در این صورت است که متوجه نقاط قوت و ضعف خود می‌شوید و می‌توانید برنامه‌ریزی کنید که چه مباحثی را نیاز دارید مجدداً مطالعه کنید و در چه قسمت‌هایی مسلط هستید.

۲۶۴. کدام مورد برای حل مساله مفید است؟

۱. شکاندن مساله به اجزاء کوچکتر
۲. در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله
۳. ارزیابی راه حل‌های ممکن
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. حل مسئله گام‌هایی دارد و درست‌ترین راه برای مدیریت آن، تقسیم مسئله به اجزای مختلف، در نظر گرفتن قوانین حاکم بر مساله و بر اساس آن، مشخص کردن تمام راه‌حل‌های ممکن، ارزیابی آن‌ها و در نهایت انتخاب بهترین راه‌حل است. بدون این مراحل، دم‌دست‌ترین راه بدون در نظر گرفتن ارزش آن انتخاب خواهد شد.

۲۶۵. کدام یک از موارد زیر پس از تصمیم‌گیری مفید است؟

۱. چرا من این گزینه را انتخاب کردم؟
۲. چگونه می‌توانم رویکرد خود را برای انتخاب بعدی بهبود دهم؟
۳. چرا من اشتباه کردم؟
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. ارزیابی پیامدهای تصمیمی که گرفته شده است، اهمیت زیادی دارد. با ارزیابی دلیل انتخاب خود، می‌توانید برای انتخاب‌های بهتر آینده تصمیم‌گیری کنید.

۲۶۶. کدام مورد برای استفاده از شکل در تصمیم‌گیری درست است؟

۱. موجب سازماندهی افکار مختلف می‌شود.
۲. امکان برقراری ارتباط بین گزینه‌ها را راحت‌تر می‌کند.
۳. همه گزینه‌ها برای انتخاب پیش رو قرار می‌دهد.
۴. همه موارد

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. استفاده از شکل به عینی کردن افکار و در نتیجه دیدن تمام گزینه‌های ممکن و سازماندهی بهتر کمک می‌کند. همچنین تصاویر گزینه‌های مختلف امکان متوجه شدن ارتباط بین آن‌ها را راحت‌تر می‌کند.

۲۶۷. کدام مورد برای حل یک مساله را مناسب‌تر می‌دانید؟

۱. آگاهی از راه‌حل‌های مختلف
۲. آگاهی از سریع‌ترین راه‌حل‌ها
۳. آگاهی از دقیق‌ترین راه‌حل‌های خود
۴. آگاهی از یک راه‌حل مطلوب خودمان

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. مناسب‌ترین راه برای حل یک مسئله، آگاهی از راه‌حل‌های مختلف بجای استفاده از اولین و سریع‌ترین راه‌حلی است که به ذهنمان می‌رسد. بررسی و ارزیابی جنبه‌های مختلف چند راه‌حل منجر به تصمیم‌گیری بهتر و انتخاب مناسب‌ترین راه‌حل ممکن می‌شود.

۲۶۸. کدام مورد در خصوص یادگیری با مشارکت دیگران درست است؟

۱. موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود.
۲. مطالب بهتر یاد گرفته می‌شود.
۳. موجب حواس پرتی می‌شود.
۴. مورد ۱ و ۲

پاسخ تشریحی: پاسخ ۴ صحیح است. یادگیری مشارکتی باعث می‌شود تا مبحث مورد نظر را از دیدگاه‌های مختلف ببینید در نتیجه موجب آگاهی از رویکردهای مختلف می‌شود. همچنین با استفاده از بارش فکری گروهی، راه‌حل را پیدا کنید که این نوع یادگیری اکتشافی و بیان مطالب از زبان دیگران، منجر به یادگیری و تثبیت بهتر اطلاعات می‌شود.

۲۶۹. کدام مورد در خصوص توانایی شناختی ما صحیح است؟

۱. می‌تواند تغییر کند.
۲. تغییر ناپذیر است.
۳. هر دو مورد
۴. نمی‌دانم

پاسخ تشریحی: پاسخ ۱ صحیح است. توانایی شناختی ما یک امر ذاتی و ثابت نیست و تقویت‌پذیر است. با کمک تمرینات هدفمند شناختی می‌توان آن‌ها را ارتقا داد. این تقویت با دو رویکرد توسعه توانایی‌های شناختی با برنامه‌های هدفمند تقویتی و یا یادگیری مدیریت منابع شناختی موجود صورت می‌گیرد. آزمون‌های دانش شناختی رویکرد دوم را دنبال می‌کنند. دسترسی به برنامه‌های هدفمند تقویتی در پروفایل کانون شما قرار داده شده است.