

آزمون ۴ آذرماه ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم تجربی

دفترچه اول: ۱۵۰ دقیقه

نیم سال اول دوازدهم: ۵۰ دقیقه

دهم: ۵۵ دقیقه

یازدهم یا دهم تکمیلی: ۴۵ دقیقه

طراحان سؤال

ریاضی تجربی

عباس اشرفی - رحمان پوررحیم - فرشاد حسن زاده - سپهر حسن خان پور - جمشید حسینی خواه - آریان حیدری - فرزانه خاکباش - طاهر دادستانی - محمدامین روانبخش - محمدحسن سلامی حسینی - رضا سیدنجفی - علی اصغر شریفی - فرشاد صدیقی - پویان طهرانیان - سهند فرهنگی - حمید کریمی - مصطفی کریمی - علی مرشد - سروش موینی - حامد نصیری - شادمان ویسی

زیست شناسی

سعید اعظمی - جواد اباذرلو - مهدی اسماعیلی - آراین آذرنیا - رضا آرامش اصل - محمد مهدی آرتک پور - محمد مهدی آقازاده - پوریا برزین - امیررضا بواناتی - محمدامین بیگی - امید حیرانی - رامین حاجی موساتی - حامد حسین پور - سجاد حمزه پور - مبین حیدری - محمدعلی حیدری - اسرا خسروی - رضا خورشیدی - یزدان خوش بیان - علی درفکی - شاهین راضیان - محمد رضاییان - مبین رضائی - محمد مهدی روزبهانی - وحید زارع - علی زراعت پیشه - اشکان زرنندی - علیرضا سنگین آبادی - نیلوفر شعبانی - امیررضا صدریکتا - سروش صفا - پوریا طاهریان - پارسا فراز - احمدرضا فرح بخش - ماکان فاکری - سجاد قائدی - وحید کریم زاده - امیر گیتی پور - مهدی ماهری - نیما محمدی - علی اکبر محمدیان - امیرحسین میرزایی - سینا معصوم نیا - کاوه ندیمی - علی وصالی محمود - پیام هاشم زاده

فیزیک

خسرو ارغوانی فرد - اسماعیل امارم - رضا امامی - عبدالرضا امینی نسب - امیر محمودی انزلی - زهره آقامحمدی - مهدی براتی - امیرحسین برادران - علی برزگر - امیر پوریوسف سیدعلی حیدری - میثم دشتیان - مهدی زمان زاده - مهدی شریفی - سعید طاهری بروجنی - حسین عبدوی نژاد - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - مهدی کیوانلو - بهادر کامران - محمدصادق مام سیده - غلامرضا محبی - احسان مطلبی - سعید منبری - محمود منصور - مهدی میراب زاده - امیراحمد میرسعید - علی میرنوری - احسان هادوی

شیمی

عین اله ابوالفتحی - مجتبی اسدزاده - آرمان اکبری - علی امینی - عامر برزیکر - مسعود جعفری - محمدرضا جمشیدی - امیر حاتمیان - میرحسن حسینی - ارژنگ خانلری - عبدالرضا دادخواه - حمید ذیحی حسن رحمتی کوکنده - علیرضا رضایی سراب - علی رفیعی - امیرمحمد سعیدی - رضا سلیمانی - جهان شاهی بیگبانی - میلاد شیخ الاسلامی خیابوی - سهراب صادقی زاده - مسعود طبرسا - امیرحسین طیبی - حسن عیسی زاده - محمد فائز نیا - بهنام قازانچایی - حسین ناصری ثانی - فرزاد نجفی کریمی - هادی مهدی زاده - امین نوروزی - سیدرحیم هاشمی دهکردی

زمین شناسی

روزبه اسحاقیان - حامد جعفریان - علی رفیعیان بروجنی - سیدمصطفی دهنوی - بهزاد سلطانی - آراین فلاح اسدی - فرشید مشعری پور - سینا نداف فیض آبادی

مسئولان درس، گزینش گران و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مسئول درس	ویراستار استاد	گروه ویراستاری	بازبین نهایی	مستندسازی
ریاضی	علی اصغر شریفی	علی اصغر شریفی	مهرداد ملوندی	علی مرشد - عاطفه خانمحمدی - عرفان کرپه	ارشیا انتظاری	سرژ یقیازیان تبریزی
زیست شناسی	محمد مهدی روزبهانی	امیرحسین بهروزی فرد	حمید راهواره	علی رفیعی - رضا نوری - کسری رجب پور امیرحسین قاسمی	اشکان هاشمی	مهساسادات هاشمی
فیزیک	امیرحسین برادران	امیرحسین برادران	مصطفی کیانی	محمدامین عمودی نژاد - محمدرضا رحمتی	ارشیا انتظاری	مجتبی خلیل ارجمندی
شیمی	مسعود جعفری	ساجد شیری طرزوم	متین قنبری	سینا رحمانی تبار - امیرعلی وطن دوست	ارشیا انتظاری	سمیه اسکندری
زمین شناسی	مهدی جباری	مهدی جباری	بهزاد سلطانی	آراین فلاح اسدی - علیرضا خورشیدی	جواد زینلی	محیا عباسی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	اختصاصی: زهرالسادات غیائی
مسئول دفترچه آزمون	اختصاصی: آراین فلاح اسدی
حروف نگاری و صفحه آرایی	سیده صدیقه میرغیائی
مستندسازی و مطابقت مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم / مسئول دفترچه اختصاصی: مهساسادات هاشمی
ناظر چاپ	حمید محمدی

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

پاسخ‌گویی اجباری برای تمامی دانش‌آموزان

مثلثات

ریاضی ۳: صفحه‌های ۳۱ تا ۴۱ / ریاضی ۱: ۲۸ تا ۴۶ / ریاضی ۲: صفحه‌های ۷۱ تا ۹۴

۱- اگر α زاویه بین خط به معادله $6x + 2y + 1 = 0$ با جهت مثبت محور x ها باشد، حاصل عبارت $\frac{-\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{7}{5}$ (۴) -2

۲- اگر $\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \frac{5}{2}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\cos x} - \tan x$ کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/8$ (۳) $1/25$ (۴) $2/5$

۳- اگر برد تابع $f(x) = 2\cos^2 x + 3\sin x + a$ برابر با بازه $[-\frac{7}{4}, \frac{21}{8}]$ باشد، مقدار a کدام است؟

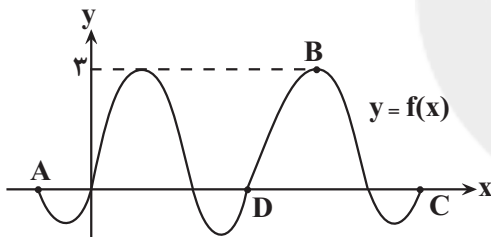
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) هیچ مقداری نمی‌توان برای a یافت.

۴- دوره تناوب تابع $f(x) = |\sin 3x|$ چند برابر دوره تناوب تابع $g(x) = |\sin(3x) + \frac{1}{4}|$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۵- تابع با ضابطه $f(x) = |1 - \tan 2\pi x|$ در کدام بازه یکنوا است؟

- (۱) $(0, \frac{1}{4})$ (۲) $(\frac{1}{8}, \frac{1}{3})$ (۳) $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ (۴) $(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4})$



۶- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a \cos(bx - \frac{2\pi}{3}) + 1$ است. اگر مساحت مثلث ABC برابر $3/5\pi$ واحد مربع باشد، حاصل

$a + \frac{xD}{\pi} - b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $1/25$ (۳) ۱ (۴) $0/75$

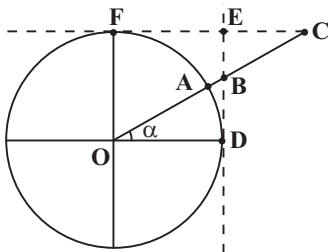
۷- تابع $y = a - b \sin(3x - \frac{\pi}{12})$ با فرض $a > 0$ و $b > 0$ در نقاط x_1 و x_2 در بازه $(0, \frac{2\pi}{3})$ به ترتیب دارای مینیمم و

ماکزیمم است. حاصل $x_2 - x_1$ چقدر است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{\pi}{3}$ (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $-\frac{\pi}{4}$

۸- در دایره مثلثاتی مقابل، طول پاره خط BC کدام است؟

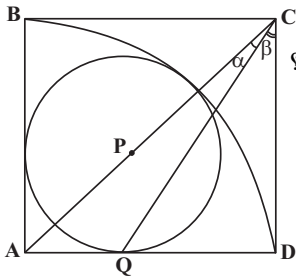
- (۱) $\tan \alpha - \sin \alpha$
 (۲) $\cos \alpha + \sin \alpha$
 (۳) $\frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$
 (۴) $\frac{1}{\sin \alpha} + \cot \alpha$



۹- اگر $\frac{\cos x}{1 + \sin x} + \frac{4 \cos x}{1 - \sin x} = 4$ باشد، حاصل $\sin(\frac{9\pi}{2} - x) + 2\cos(\frac{9\pi}{2} + x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات



۱۰- در مربع مقابل یک ربع دایره به مرکز A و یک دایره به مرکز P رسم شده‌اند. حاصل $\frac{\sin \beta}{\sin \alpha}$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{2}$

(۲) $\sqrt{3}$

(۳) ۲

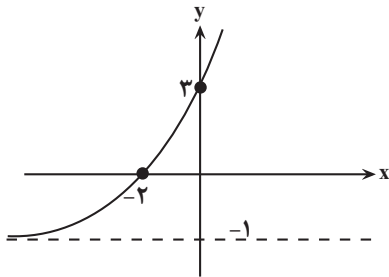
(۴) $\sqrt{5}$

توابع نمایی و لگاریتمی

ریاضی ۲: صفحه‌های ۹۵ تا ۱۱۸

پاسخ‌گویی اجباری برای تمامی دانش‌آموزان

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه



۱۱- اگر نمودار تابع $y = a(b)^x + c$ به صورت مقابل باشد، حاصل $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

(۱) -۶

(۲) -۴

(۳) -۸

(۴) -۳

۱۲- اگر $x = \frac{1}{2}$ یکی از جواب‌های معادله $\log_x^k - \log_x^a = 3$ باشد، ریشه دیگر این معادله کدام است؟

(۴) $\frac{1}{16}$

(۳) ۱۶

(۲) ۴

(۱) $\frac{1}{4}$

۱۳- اگر $\log_n^{mn} = a$ و $\log_m^n = \frac{1}{3}$ ، حاصل \log_a^m کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

۱۴- از معادله $4^x + 21 = 5 \times 2^{x+1}$ نسبت دو ریشه کدام است؟

(۴) $\log_2 1$

(۳) $\log \frac{3}{7}$

(۲) $\log \frac{7}{3}$

(۱) $\log \frac{3}{7}$

۱۵- اگر $\log_{12}^{18} = k$ باشد، مقدار \log_{18}^6 کدام است؟

(۴) $\frac{3k-3}{k}$

(۳) $\frac{k-1}{3k}$

(۲) $\frac{k+1}{3k}$

(۱) $\frac{3k+3}{k}$

۱۶- حاصل $-\log_{15}^3 \log_{15}^7 5 + (\log_{15}^3)^2 + \log_{15}^9 \log_{15}^5$ کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۷- اگر مجموعه جواب نامعادله $(\sqrt{2}-1)^{-x^2+3x-2} < (\sqrt{2}+5)^2$ به صورت بازه (a, b) باشد، $b+2a$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۳

(۱) ۲

۱۸- اگر $f^{-1}(x) = -2 + \log_4^{(x+1)}$ و $g(x) = x^2 + 4x + 3$ و x_1, x_2, x_3 ریشه‌های معادله $f(x) = g(x)$ باشند، حاصل $[x_1] + [x_2] + [x_3]$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) -۲

۱۹- اگر $\log 5 = a$ و $\log 7 = b$ باشد، ریشه معادله $5^{\sqrt{x}} = 7^{\Delta x}$ کدام است؟

(۴) $\frac{\log a - \log b}{a - b}$

(۳) $\frac{\log a - \log b}{a + b}$

(۲) $\frac{\log a + \log b}{a - b}$

(۱) $\frac{\log a + \log b}{a + b}$

۲۰- به ازای کدام یک از مقادیر زیر برای a و b ، معادله $\log_4(ax) \log_4(bx) = -1$ یک جواب بزرگ‌تر از ۱ و یک جواب کوچک‌تر از ۱ دارد؟

(۴) $a = 3$ و $b = \frac{1}{8}$

(۳) $a = \frac{1}{2}$ و $b = 9$

(۲) $a = 3$ و $b = 8$

(۱) $a = 2$ و $b = 9$

محل انجام محاسبات



آزمون ۴ آذرماه ۱۴۰۱

نیم سال دوم
دوازدهم تجربی

مدت پاسخ گویی: ۵۰

تعداد سوال: ۴۰

تعداد سؤالات، شماره سؤال و مدت زمان پاسخ گویی اختصاصی دوازدهم

ردیف	نام درس	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ گویی
۱	ریاضی	۱۰	۱۸۱	۱۹۰	۱۵
۲	زیست شناسی	۱۰	۱۹۱	۲۰۰	۱۰
۳	فیزیک	۱۰	۲۰۱	۲۱۰	۱۵
۴	شیمی	۱۰	۲۱۱	۲۲۰	۱۰

سال ۱۴۰۱ - ۱۴۰۲

برای دریافت مطالب و اخبار گروه تجربی به کانال و اینستاگرام گروه تجربی مراجعه کنید.

کانال تلگرامی: @zistkanoon۲

صفحه اینستاگرام: kanoonir_۱۲۲

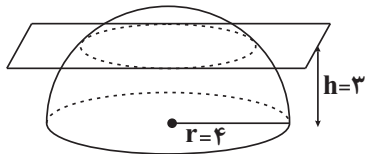
وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ‌گویی اختیاری

هندسه

ریاضی ۳: صفحه‌های ۱۲۱ تا ۱۴۲

۱۸۱- مطابق شکل، یک نیم‌کره به شعاع $r = 4$ را با صفحه‌ای موازی صفحه قاعده و به فاصله $h = 3$ از آن قطع می‌کنیم. مساحت سطح مقطع حاصل کدام است؟



(۱) 7π

(۲) π

(۳) $\frac{16\pi}{9}$

(۴) 12π

۱۸۲- نقطه $(-4, 2)$ مرکز یک بیضی مماس بر محورهای مختصات است. فاصله کانونی این بیضی کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $4\sqrt{3}$

(۴) $6\sqrt{3}$

۱۸۳- نقاط $(4, 4)$ و $(-6, 4)$ دو سر بزرگ‌ترین قطر یک بیضی با خروج از مرکز $6/0$ هستند. نقطه M روی این بیضی بیش‌ترین فاصله را از محور x ها دارد. فاصله M تا مبدأ مختصات کدام است؟

(۱) $\sqrt{65}$

(۲) 8

(۳) 4

(۴) $3\sqrt{15}$

۱۸۴- در یک بیضی، طول قطر کوچک واسطه هندسی بین فاصله کانونی و طول قطر بزرگ است. خروج از مرکز این بیضی کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۸۵- F و F' کانون‌ها و B و B' رئوس واقع بر محور غیرکانونی یک بیضی‌اند که فاصله کانونی آن $\sqrt{3}$ برابر نصف قطر بزرگ بیضی است. اگر $\widehat{FBF'} = 2\alpha$ باشد، آنگاه حاصل $\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۸۶- مراکز دایره‌هایی به معادله $(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = 25$ که از خط $3y + 4x = 1$ و ترهایی به طول ۸ جدا کند، بر روی کدام خط می‌توانند باشند؟

(۱) $3y + 4x = 16$

(۲) $3y + 4x = 15$

(۳) $3y + 4x = -13$

(۴) $3y + 4x = -12$

۱۸۷- دایره‌ای از سه نقطه $(0, 0)$ ، $(4, 2)$ و $(2, -4)$ می‌گذرد. شعاع این دایره کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$

(۲) 3

(۳) $\sqrt{10}$

(۴) $2\sqrt{5}$

۱۸۸- اگر دو دایره با معادله‌های $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ و $x^2 + y^2 - 14x - 6y - k = 0$ مماس خارج باشند، k کدام است؟

(۱) 54

(۲) -54

(۳) 27

(۴) -27

۱۸۹- معادله دایره‌ای که مرکز آن روی محور x ها بوده و بر دو خط $y = -x$ و $y = 3\sqrt{2} - x$ مماس باشد، کدام است؟

(۱) $(x - \frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$

(۲) $(x - \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$

(۳) $(x - \frac{3\sqrt{3}}{2})^2 + y^2 = \frac{3}{4}$

(۴) $(x - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$

۱۹۰- معادله دایره‌ای که خطوط $x - 2y = 3$ و $2x + y = 1$ شامل قطرهایی از آن بوده و بر نیمساز ناحیه اول و سوم مماس باشد، کدام است؟

(۱) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$

(۲) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 0$

(۳) $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$

(۴) $x^2 + y^2 + 2x - 2y = 2$

محل انجام محاسبات



پاسخنامهٔ آزمون ۴ آذرماه ۱۴۰۱ اختصاصی دوازدهم تجربی

طراحان سؤال

ریاضی تجربی

عباس اشرفی - رحمان پوررحیم - فرشاد حسن زاده - سپهر حسن خان پور - جمشید حسینی خواه - آریان حیدری - فرزانه خاکباش - طاهر دادستانی - محمدامین روانبخش - محمدحسن سلامی حسینی - رضا سیدنجفی - علی اصغر شریفی - فرشاد صدیقی فر - پویان طهرانیان - سهند فرهنگی - حمید کریمی - مصطفی کریمی - علی مرشد - سروش موینی - حامد نصیری - شادمان ویسی

زیست‌شناسی

سعید اعظمی - جواد ابادرلو - مهدی اسماعیلی - آرن آذرینیا - رضا آرامش اصل - محمد مهدی آرتک پور - محمد مهدی آقازاده - پوریا برزین - امیر رضا بواناتی - محمدامین بیگی - امید حیرانی - امین حاجی موساتی - حامد حسین پور - سجاد حمزه پور - مبین حیدری - محمدعلی حیدری - اسرا خسروی - رضا خورسندی - یزدان خوش بیان - علی درفکی - شاهین راضیان - محمد رضایان - مبین رضانی - محمد مهدی روزبهانی - وحید زارع - علی زراعت پیشه - اشکان زرنندی - علیرضا سنگین آبادی - نیلوفر شعبانی - امیررضا صدریکتا - سروش صفا - پوریا طاهریان - پارسا فراز - احمدرضا فرح بخش - ماکان فاکری - سجاد قائدی - وحید کریم زاده - امیر گیتی پور - مهدی ماهری - نیما محمدی - علی اکبر محمدیان - امیرحسین میرزایی - سینا معصوم نیا - کاوه ندیمی - علی وصالی محمود - پیام هاشم زاده

فیزیک

خسرو ارغوانی فرد - اسماعیل امارم - رضا امامی - عبدالرضا امینی نسب - امیر محمودی انزلی - زهره آقامحمدی - مهدی براتی - امیرحسین برادران - علی برزگر - امیر پوریوسف - سیدعلی حیدری - میثم دشتیان - مهدی زمان زاده - مهدی شریفی - سعید طاهری بروجنی - حسین عبدوی نژاد - پوریا علاقه مند - مصطفی کیانی - مهدی کیوانلو - بهادر کامران - محمدصادق مام سیده - غلامرضا محبی - احسان مطلبی - سعید منبری - محمود منصوروی - مهدی میراب زاده - امیراحمد میرسعید - علی میرنوری - احسان هادوی

شیمی

عین اله ابوالفتحی - مجتبی اسدزاده - آرمان اکبری - علی امینی - عامر برزیکر - مسعود جعفری - محمدرضا جمشیدی - امیر حاتمیان - میرحسن حسینی - ارژنگ خانلری - عبدالرضا دادخواه - حمید ذبچی - حسن رحمتی کوکنده - علیرضا رضایی سراب - علی رفیعی - امیرمحمد سعیدی - رضا سلیمانی جهان شاهی بیگبانی - میلاد شیخ الاسلامی خیابوی - سهراب صادقی زاده - مسعود طبرسا - امیرحسین طیبی - حسن عیسی زاده - محمد فائز نیا - بهنام قازانچایی - حسین ناصرانی ثانی - فرزاد نجفی کریمی - هادی مهدی زاده - امین نوروزی - سیدرحیم هاشمی دهکردی

زمین شناسی

روزبه اسحاقیان - حامد جعفریان - علی رفیعیان بروجنی - سیدمصطفی دهنوی - بهزاد سلطانی - آرن فلاح اسدی - فرشید مشعربور - سینا نداد فیض آبادی

مستولان درس، گزینش گران و ویراستاران

نام درس	گزینشگر	مستول درس	ویراستار استاد	گروه ویراستاری	بازبین نهایی	مستندسازی
ریاضی	علی اصغر شریفی	علی اصغر شریفی	مهرداد ملونودی	علی مرشد - عاطفه خانمحمدی - عرفان کرپه	ارشیا انتظاری	سرژ یقیازیان تبریزی
زیست‌شناسی	محمد مهدی روزبهانی	امیرحسین بهروزی فرد	حمید راهواره	علی رفیعی - رضا نوری - کسری رجب پور امیرحسین قاسمی	اشکان هاشمی	مهساسادات هاشمی
فیزیک	امیرحسین برادران	امیرحسین برادران	مصطفی کیانی	محمدامین عمودی نژاد - محمدرضا رحمتی	ارشیا انتظاری	مجتبی خلیل ارجمندی
شیمی	مسعود جعفری	ساجد شیری طرز	متین قنبری	سینا رحمانی تبار - امیرعلی وطن دوست	ارشیا انتظاری	سمیه اسکندری
زمین شناسی	مهدی جباری	مهدی جباری	بهزاد سلطانی	آرن فلاح اسدی - علیرضا خورشیدی	جواد زینلی	محیا عباسی

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	اختصاصی: زهرالسادات غیائی
مسئول دفترچه آزمون	اختصاصی: آرن فلاح اسدی
حروف نگاری و صفحه آرایی	سیده صدیقه میرغیائی
مستندسازی و مطابقت مصوبات	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه اختصاصی: مهساسادات هاشمی
ناظر چاپ	حمید محمدی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلم چی (وقف عام)



ریاضی ۳ و پایه مرتبط

۱- گزینه «۴»

شیب خط برابر با $\tan \alpha$ می باشد. بنابراین:

(رمان پوررمیغ)

$$\tan \alpha = -3 \quad (*)$$

برای یافتن حاصل عبارت $\frac{-\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ، صورت و مخرج را بر $\cos \alpha$

$$\frac{-\tan \alpha + 1}{1 + \tan \alpha} \stackrel{(*)}{=} \frac{-(-3) + 1}{1 + (-3)} = \frac{4}{-2} = -2$$

تقسیم می کنیم:

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه های ۳۰ و ۳۱)

۲- گزینه «۱»

(مامر نصیری)

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos x} - \tan x &= \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \\ &= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} = \frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{2}{5} = 0/4 \end{aligned}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

۳- گزینه «۲»

(سعیل حسن خان پور)

برای یافتن برد تابع $f(x)$ ، ابتدا $\cos^2 x$ را به $1 - \sin^2 x$ تبدیل کرده و تشکیل مربع کامل می دهیم.

$$\begin{aligned} f(x) &= 2(1 - \sin^2 x) + 3 \sin x + a = -2 \sin^2 x + 3 \sin x + 2 + a \\ &= -2(\sin^2 x - \frac{3}{2} \sin x + \frac{9}{16} - \frac{9}{16}) + 2 + a \\ &= -2(\sin x - \frac{3}{4})^2 + \frac{25}{8} + a \end{aligned}$$

حال با توجه به محدوده $\sin x$ داریم:

$$\begin{aligned} -1 \leq \sin x \leq 1 &\rightarrow -\frac{7}{4} \leq \sin x - \frac{3}{4} \leq \frac{1}{4} \Rightarrow 0 \leq (\sin x - \frac{3}{4})^2 \leq \frac{49}{16} \\ \times (-2) &\rightarrow -\frac{49}{8} \leq -2(\sin x - \frac{3}{4})^2 \leq 0 \\ \frac{+25}{8} + a &\rightarrow -3 + a \leq f(x) \leq \frac{25}{8} + a \end{aligned}$$

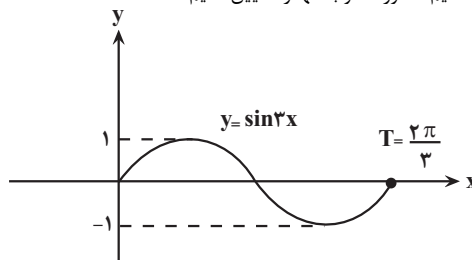
$$\Rightarrow \begin{cases} -3 + a = -\frac{7}{2} \\ \frac{25}{8} + a = \frac{21}{8} \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

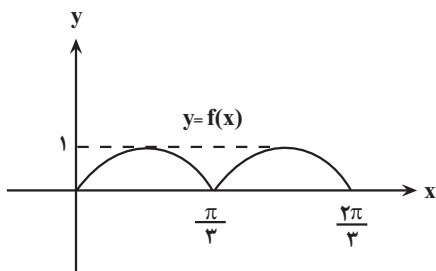
۴- گزینه «۳»

(عباس اشرفی)

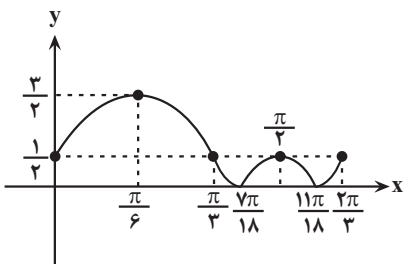
نمودار $y = \sin 3x$ را در یک دوره تناوبش رسم می کنیم و از روی آن نمودارهای دو تابع f و g را می کشیم تا دوره تناوب آنها را تعیین کنیم.



نمودار صحیح تابع $f(x) = |\sin 3x|$:



نمودار صحیح تابع $g(x) = |\sin 3x + \frac{1}{2}|$:



همانطور که از نمودار توابع f و g مشخص است دوره تناوب تابع $f(x)$ و $g(x)$ به

$$\frac{T_f}{T_g} = \frac{1}{2}$$

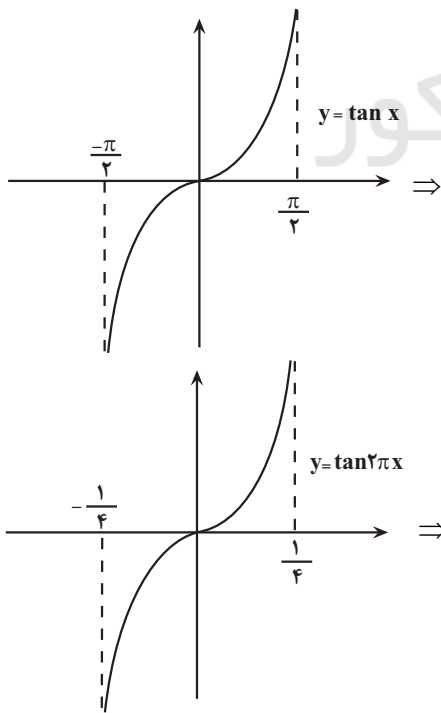
ترتیب $\frac{2\pi}{3}$ و $\frac{\pi}{3}$ داریم:

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه های ۳۱ تا ۳۶، ۳۰ و ۳۱)

۵- گزینه «۳»

(مصطفی کریمی)

نمودار تابع f را در یک دوره تناوب رسم می کنیم:



چون a و b هر دو مثبت هستند پس مینیمم تابع زمانی است که
 $\sin(3x - \frac{\pi}{12})$ دارای بیشترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:
 $3x_1 - \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2}$ و در نتیجه $x_1 = \frac{7\pi}{36}$ و نیز ماکزیمم تابع زمانی است که
 $\sin(3x - \frac{\pi}{12})$ دارای کمترین مقدار باشد که با توجه به (۱) داریم:

$$3x_2 - \frac{\pi}{12} = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{19\pi}{36}$$

$$x_2 - x_1 = \frac{19\pi}{36} - \frac{7\pi}{36} = \frac{12\pi}{36} = \frac{\pi}{3}$$

پس:

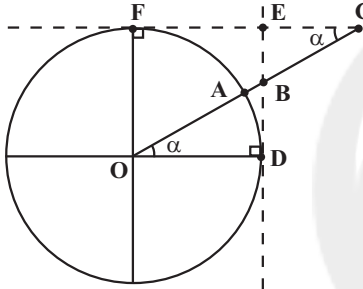
(ریاضی ۲، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۳)

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۱ تا ۳۶، ۳۰ و ۳۱)

(آریان خیری)

۸- گزینه «۳»

روش اول: بهتر است به جای محاسبه طول پاره خط BC ، طول پاره خط‌های OC (واقع در مثلث قائم‌الزاویه OCF) را و OB (واقع در مثلث قائم‌الزاویه ODB) را حساب کرده و از هم کم کنیم. به شکل زیر دقت کنید (توجه کنید که زاویه OCF طبق قاعده خطوط موازی و مورب برابر زاویه COD و مساوی α است):

در مثلث OCF داریم:

$$\sin \alpha = \frac{OF}{OC} = \frac{1}{OC} \Rightarrow OC = \frac{1}{\sin \alpha}$$

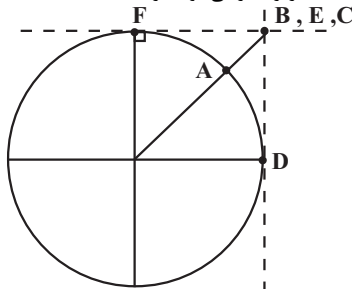
در مثلث ODB داریم:

$$\cos \alpha = \frac{OD}{OB} = \frac{1}{OB} \Rightarrow OB = \frac{1}{\cos \alpha}$$

$$BC = OC - OB = \frac{1}{\sin \alpha} - \frac{1}{\cos \alpha}$$

پس:

روش دوم: واضح است که اگر در حالت خاص، $\alpha = 45^\circ$ باشد، شکل مسئله به صورت زیر بوده و نقاط B و C و E برهم منطبق می‌شوند، لذا طول پاره خط BC برابر صفر بوده و تنها گزینه‌ای که به ازای $\alpha = 45^\circ$ برابر صفر می‌شود، گزینه «۳» است.



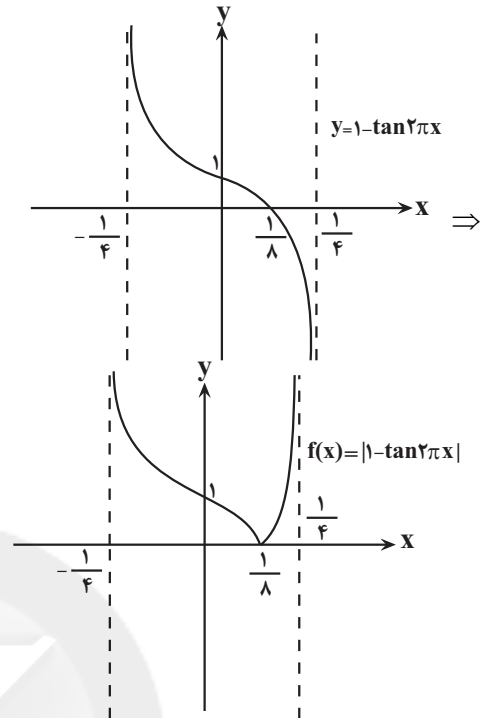
(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۱)

(مصطفی کریمی)

۹- گزینه «۲»

در ابتدا دقت می‌کنیم که همواره:

$$\frac{\cos x}{1 + \sin x} = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$$

تابع در بازه $(\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$ یکتوا است.

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۶ تا ۳۱)

۶- گزینه «۳»مبدأ مختصات روی نمودار تابع f قرار دارد، پس:

$$f(0) = 0 \Rightarrow a \cos(-\frac{2\pi}{3}) + 1 = a(\frac{-1}{2}) + 1 = 0 \Rightarrow a = 2$$

از طرفی طبق فرض:

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}(3 \times AC) = \frac{3}{2} \Rightarrow AC = \frac{3}{2}$$

همچنین طبق نمودار، نقطه A اولین ریشه معادله $f(x) = 0$ قبل از $x = 0$ و نقاط D و C به ترتیب دومین و چهارمین ریشه همین معادله است:

$$f(x) = 0 \Rightarrow \cos(bx - \frac{2\pi}{3}) = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow bx - \frac{2\pi}{3} = \dots, \frac{-4\pi}{3}, \frac{-2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}, \frac{10\pi}{3}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $x_A \quad x=0 \quad x_D \quad x_C$

$$\left\{ \begin{aligned} (bx_C - \frac{2\pi}{3}) - (bx_A - \frac{2\pi}{3}) &= \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b(x_C - x_A) = \frac{14\pi}{3} \Rightarrow b = 2 \\ bx_D - \frac{2\pi}{3} &= \frac{4\pi}{3} \Rightarrow 2x_D = 2\pi \Rightarrow x_D = \pi \end{aligned} \right.$$

$$\Rightarrow a + \frac{x_D}{\pi} - b = 2 + \frac{\pi}{\pi} - 2 = 1$$

(مثلثات) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۳۲ تا ۳۶)

۷- گزینه «۲»

(مهمرسن سلامی)

$$0 < x < \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\frac{\pi}{12} < 3x - \frac{\pi}{12} < 2\pi - \frac{\pi}{12} \quad (1)$$



-۱۲ گزینه «۳»

(پویان ظهورانیان)

$x = \frac{1}{y}$ در معادله صدق می کند پس:

$$\log_{\frac{1}{y}}^k - \log_{\frac{1}{y}}^k = 3 \Rightarrow \log_y^{k^{-1}} - \log_y^k = 3 \Rightarrow -1 + \log_y^k = 3$$

$$\log_y^k = 4 \Rightarrow k = y^4 = 16$$

حال ریشه دیگر را با نوشتن مجدد معادله پیدا می کنیم.

$$\log_y^x - \log_x^{16} = 3 \Rightarrow \log_y^x - 4 \log_x^y = 3 \xrightarrow{\log_y^x = t}$$

$$t - 4\left(\frac{1}{t}\right) = 3 \xrightarrow{xt} t^2 - 4t - 4 = 0 \begin{cases} t = -1 \\ t = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \log_y^x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{y} \\ \log_y^x = 4 \Rightarrow x = 16 \end{cases}$$

بنابراین ریشه دیگر معادله برابر $x = 16$ است.

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

-۱۳ گزینه «۱»

(پویان ظهورانیان)

$$\log_n^{mn} = a \Rightarrow \log_{mn}^n = \frac{1}{a}$$

$$\text{از طرفی: } \log_{mn}^m + \log_{mn}^n = \log_{mn}^{mn} = 1 \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{a} = 1$$

$$\frac{1}{a} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \log_{\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

-۱۴ گزینه «۱»

(مصطفی کرمی)

$$4^x - 5 \times 2^{x+1} + 21 = 0$$

$$(2^x)^2 - 10 \cdot (2^x) + 21 = 0 \Rightarrow 2^x = 3 \text{ یا } 2^x = 7$$

$$\Rightarrow x = \log_2^3 \text{ یا } \log_2^7$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{\log_2^3}{\log_2^7} = \log_2^{\frac{3}{7}}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه های ۹۷ تا ۱۱۴)

-۱۵ گزینه «۲»

(عباس اشرفی)

روش اول: لگاریتم اول را به کمک فرمول های لگاریتمی ساده می کنیم:

$$\log_{12}^{18} = \frac{\log 18}{\log 12} = \frac{\log 3^2 \times 2}{\log 2^2 \times 3} = \frac{2 \log 3 + \log 2}{2 \log 2 + \log 3} = k$$

در دو طرف تساوی آخر، صورتها را با مخرجها جمع می کنیم.

$$\frac{(2 \log 3 + \log 2) + (2 \log 2 + \log 3)}{2 \log 2 + \log 3} = k + 1$$

$$\Rightarrow \frac{2 \log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3} = k + 1 \Rightarrow \frac{\log 6}{\log 12} = \frac{k+1}{3} \Rightarrow \log_{12}^6 = \frac{k+1}{3}$$

برای محاسبه \log_{18}^6 می توانیم به شیوه زیر عمل کنیم:

$$\log_{18}^6 = \frac{\log 6}{\log 18} = \frac{\frac{k+1}{3}}{k} = \frac{k+1}{3k}$$

(چون با طرفین وسطین به عبارت $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$ می رسیم.)

حالا با جایگذاری $t = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ داریم:

$$t + \frac{4}{t} = 4 \xrightarrow{xt} t^2 - 4t + 4 = 0 \Rightarrow t = 2$$

$$\Rightarrow \frac{\cos x}{1 + \sin x} = 2 \Rightarrow \cos x = 2 + 2 \sin x$$

$$\Rightarrow \cos x - 2 \sin x = 2$$

از طرفی داریم:

$$\sin\left(\frac{9\pi}{2} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{9\pi}{2} + x\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

$$= \cos x - 2 \sin x = 2$$

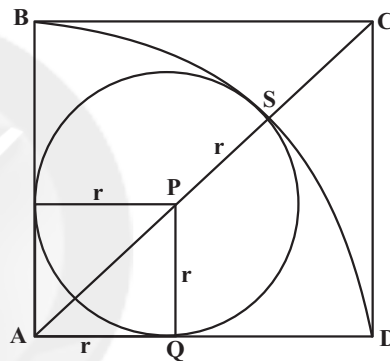
(ترکیبی) (ریاضی ۲، صفحه های ۷۷ تا ۸۷) (ریاضی ۱، صفحه های ۳۲ تا ۳۶)

-۱۰ گزینه «۳»

(علی اصغر شریفی)

شعاع دایره کوچکتر را برابر r در نظر می گیریم، در شکل زیر مشخص است که

$$AP = \sqrt{2}r$$



بنابراین شعاع ربع دایره برابر است با:

$$R = AS = AP + PS = \sqrt{2}r + r$$

واضح است که AD نیز شعاع ربع دایره است. بنابراین

$$AD = \sqrt{2}r + r \Rightarrow AQ + QD = \sqrt{2}r + r$$

$$\Rightarrow r + QD = \sqrt{2}r + r \Rightarrow QD = \sqrt{2}r$$

فاصله Q تا AC را اگر h در نظر بگیریم، واضح است که $h = \frac{\sqrt{2}}{2}r$ پس:

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{\sin(\widehat{DCQ})}{\sin(\widehat{ACQ})} = \frac{\frac{QD}{CQ}}{\frac{h}{CQ}} = \frac{QD}{h} = \frac{\sqrt{2}r}{\frac{\sqrt{2}}{2}r} = 2$$

(مثلثات) (ریاضی ۱، صفحه های ۲۹ تا ۳۵)

ریاضی پایه

-۱۱ گزینه «۳»

(رضا سپهرنقی)

با توجه به شکل واضح است که نمودار تابع نمایی یک واحد پایین آمده است، یعنی

$$c = -1 \text{ از طرفی تابع از نقطه } (0, 3) \text{ می گذرد پس:}$$

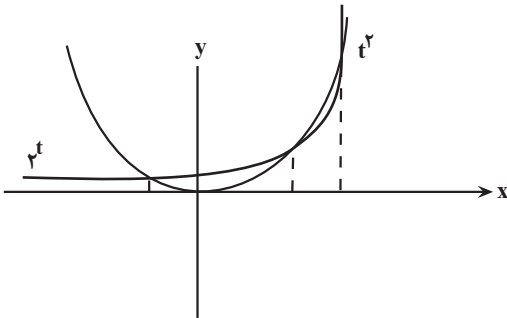
$$3 = a(b)^0 - 1 \Rightarrow a = 4$$

با توجه به نمودار مشخص است تابع از $(-2, 0)$ نیز می گذرد بنابراین:

$$0 = 4(b)^{-2} - 1 \Rightarrow \frac{1}{4} = b^{-2} \Rightarrow 2^{-2} = b^{-2} \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{ab}{c} = -8 \text{ در نتیجه:}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه های ۹۷ تا ۱۰۳، ۱۱۵ تا ۱۱۸)



$$x + 2 = t \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 2 \\ -3 < x_3 < -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow [x_1] + [x_2] + [x_3] = 0 + 2 + (-3) = -1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۱۴)

(آریان عبیری)

۱۹- گزینه «۴»

با توجه به متفاوت بودن پایه‌های دو طرف معادله، از طرفین لگاریتم در مبنا ۱۰ می‌گیریم:

$$\log \Delta^{\gamma^x} = \log \gamma^{\Delta^x} \xrightarrow[\text{در لگاریتم}]{\text{خاصیت انتقال توان}} (\gamma^x) \log \Delta = (\Delta^x) \log \gamma$$

$$\frac{\log \Delta = a}{\log \gamma = b} \rightarrow (\gamma^x)(a) = (\Delta^x)(b) \Rightarrow \left(\frac{\Delta}{\gamma}\right)^x = \frac{a}{b}$$

مجدداً از طرفین، لگاریتم در مبنا ۱۰ می‌گیریم:

$$\log \left(\frac{\Delta}{\gamma}\right)^x = \log \left(\frac{a}{b}\right) \Rightarrow x \log \left(\frac{\Delta}{\gamma}\right) = \log \left(\frac{a}{b}\right) \xrightarrow[\text{به تفریق در لگاریتم}]{\text{خاصیت تبدیل تقسیم}}$$

$$x(\log \Delta - \log \gamma) = \log a - \log b \Rightarrow x = \frac{\log a - \log b}{\log \Delta - \log \gamma} \cdot \frac{\log \Delta = a}{\log \gamma = b}$$

$$\log a - \log b$$

$$a - b$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

(علی‌اصغر شریفی)

۲۰- گزینه «۴»

ابتدا لگاریتم را باز می‌کنیم:

$$\log_f(ax) \log_f(bx) = -1 \Rightarrow$$

$$(\log_f(a) + \log_f(x))(\log_f(b) + \log_f(x)) = -1$$

با تغییر متغیر $t = \log_f(x)$ و ضرب پرانتزهای بالا به معادله درجه دوم زیر می‌رسیم:

$$t^2 + (\log_f(a) + \log_f(b))t + (\log_f(a)\log_f(b) + 1) = 0$$

معادله اولیه یک جواب بزرگ‌تر از ۱ و یک جواب کوچک‌تر از ۱ دارد، پس:

$$x_1 < 1 < x_2 \Rightarrow \log_f(x_1) < 0 < \log_f(x_2) \Rightarrow t_1 < 0 < t_2 \Rightarrow t_1 t_2 < 0$$

$$\Rightarrow \log_f(a)\log_f(b) + 1 < 0 \Rightarrow \log_f(a)\log_f(b) < -1$$

گزینه «۱» و «۲» که نمی‌توانند جواب باشند، چون حاصل $\log_f(a)\log_f(b)$ حتماً مثبت است. گزینه «۳» و «۴» را بررسی می‌کنیم:

گزینه «۳»:

$$\log_f(a)\log_f(b) = \log_f\left(\frac{1}{2}\right)\log_f(9) = \frac{-1}{2}\log_f(9) = -\log_f(3) > -1$$

گزینه «۴»:

$$\log_f(a)\log_f(b) = \log_f(3)\log_f\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{-3}{2}\log_f(3) = -\log_{f^2}(27) < -1$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

روش دوم:

$$\log_{12} 18 = \frac{\log 18}{\log 12} = \frac{2 \log 3 + \log 2}{2 \log 2 + \log 3} = k$$

$$\Rightarrow 2 \log 3 + \log 2 = k \log 2 + 2k \log 3$$

$$\Rightarrow \log 3 = \frac{(2k-1) \log 2}{2-k}$$

لگاریتم مورد نظر برابر می‌شود با:

$$\log_{18} 6 = \frac{\log 6}{\log 18} = \frac{\log 2 + \log 3}{2 \log 2 + \log 3}$$

$$= \frac{\log 2 \left(1 + \frac{2k-1}{2-k}\right)}{\log 2 \left(2 + \frac{2(2k-1)}{2-k}\right)} = \frac{k+1}{2-k} = \frac{k+1}{2k}$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱۶- گزینه «۱»

(سروش موئینی)

$$\log_{15}^2 x \text{ را } x \text{ در نظر بگیریم داریم:}$$

$$\log_{15}^2 x = \log_{15}^2 15 = 1 - x$$

$$\log_{15}^2 x = \log_{15}^{15 \times x} = 1 + 1 - x = 2 - x$$

عبارت مورد نظر برابر می‌شود با:

$$-x(2-x) + x^2 + 2x(1-x)$$

$$= -2x + x^2 + x^2 + 2x - 2x^2 = 0$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۱۴)

۱۷- گزینه «۱»

(سعیل حسن‌فان‌پور)

می‌دانیم $1 = (\sqrt{2})^2 - 1 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)$ پس داریم:

$$\sqrt{2} - 1 = \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = (\sqrt{2} + 1)^{-1}$$

همچنین با توجه به اتحاد مکعب دو جمله‌ای داریم:

$$(\sqrt{2} + 1)^3 = (\sqrt{2})^3 + 3 \times (\sqrt{2})^2 \times 1 + 3 \times \sqrt{2} \times 1^2 + 1^3$$

$$= 2\sqrt{2} + 6 + 3\sqrt{2} + 1 = 7 + 5\sqrt{2}$$

حال این عبارات را در نامعادله سوال جایگذاری می‌کنیم:

$$((\sqrt{2} + 1)^{-1})^{-1} (-x^2 + 3x - 2) < ((\sqrt{2} + 1)^3)^2$$

$$\Rightarrow (\sqrt{2} + 1)^{x^2 - 3x + 2} < (\sqrt{2} + 1)^6$$

چون $\sqrt{2} + 1 > 1$ است داریم:

$$x^2 - 3x + 2 < 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 4 < 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < x < 4 \Rightarrow \begin{cases} b = 4 \\ a = -1 \end{cases} \Rightarrow b + 2a = 4 + 2(-1) = 2$$

(توابع نمایی و لگاریتمی) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۹۷ تا ۱۰۴)

۱۸- گزینه «۲»

(مهمرسن سلامی‌فسینی)

$$f^{-1}(x) : y = -2 + \log_2(x+1) \Rightarrow \log_2(x+1) = 2 + y$$

$$\Rightarrow 1 + x = 2^{2+y} \Rightarrow f(x) = 2^{x+2} - 1$$

$$g(x) = (x+2)^2 - 1$$

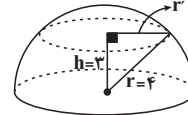
حال ریشه‌های معادله $f(x) = g(x)$ را بدست می‌آوریم:

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 2^{x+2} = (x+2)^2 \xrightarrow{x+2=t} 2^t = t^2 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 2 \\ t_2 = 4 \\ -1 < t_3 < 0 \end{cases}$$

ریاضی ۳- نیمسال دوم دوازدهم

۱۸۱- گزینه «۱»

(ممدارمین روانیش)



مطابق شکل، طبق قضیه فیثاغورس، به راحتی می‌توانیم شعاع دایره مقطع را حساب کنیم.

$$r' = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$$

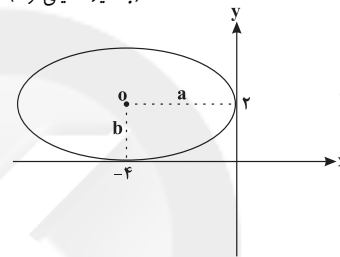
$$S = \pi r'^2 = 7\pi$$

پس مساحت دایره حاصل برابر است با:

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

۱۸۲- گزینه «۳»

(بمشیر حسینی فواه)

با توجه به شکل، داریم $a = 4$ و

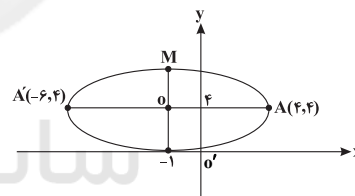
$$b = 2 \text{ و از رابطه } c^2 = a^2 - b^2$$

داریم $c = 2\sqrt{3}$ پس فاصلهکانونی برابر است با $2c = 4\sqrt{3}$.

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱۸۳- گزینه «۱»

(عمید کریمی)



با توجه به شکل، داریم:

$$2a = AA' \Rightarrow 2a = 10 \Rightarrow a = 5$$

$$\frac{c}{a} = 0/6 \Rightarrow c = 0/6 \times 5 = 3 \xrightarrow{b^2 = a^2 - c^2} b = 4$$

$$\text{مركز بیضی: } O \begin{cases} \frac{x_A + x_{A'}}{2} = -1 \\ y_A = 4 \end{cases}, M \begin{cases} x_O = -1 \\ y_O + b = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله } O'M = \sqrt{(0 - (-1))^2 + (0 - 8)^2} = \sqrt{65}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱۸۴- گزینه «۱»

(فرشار صدیقی فر)

$$(2b)^2 = 2c \times 2a \Rightarrow 4b^2 = 4ac \Rightarrow b^2 = ac$$

خروج از مرکز در بیضی برابر است با:

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{ac}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{c}{a}}$$

$$\Rightarrow e = \sqrt{1 - e} \Rightarrow e^2 + e - 1 = 0$$

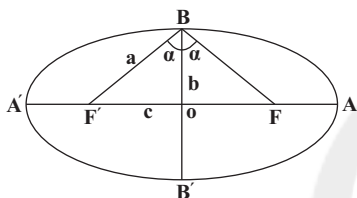
$$\Rightarrow e = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} e = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \\ e = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} < 0 \end{cases}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱۸۵- گزینه «۴»

(بمشیر حسینی فواه)

با توجه به شکل فرضی زیر داریم:

فاصله کانونی $\sqrt{3}$ برابر نصف قطر بزرگ است، یعنی:

$$\left. \begin{array}{l} \text{فاصله کانونی} = 2c \\ \text{نصف قطر بزرگ} = a \end{array} \right\} \Rightarrow 2c = \sqrt{3}a \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (I)$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{c}{a} \xrightarrow{(I)} \sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

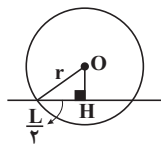
حال داریم:

$$\sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

(ترکیبی) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۴۳ و ۱۲۸ تا ۱۳۲)

۱۸۶- گزینه «۱»

(سندر فرهنگ)



با توجه به شکل فرضی می‌دانیم:

$$(OH)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2 = r^2$$

$$C_1: O_1(\alpha, \beta), R_1 = 5$$

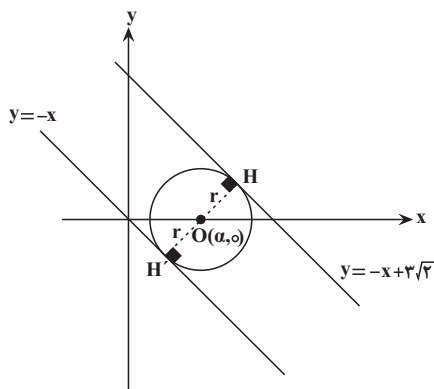
در دایره مفروض:

$$(OH)^2 = 25 - (4)^2 = 9 \Rightarrow OH = 3$$

OH فاصله مرکز دایره از خط $3y + 4x - 1 = 0$ می‌باشد. پس فرمول فاصله را

$$OH = \frac{|3\beta + 4\alpha - 1|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3$$

می‌نویسیم:



مرکز دایره $O(a, 0)$ می‌باشد. پس:

$$|OH| = \frac{r}{\sin \alpha} \Rightarrow \frac{r}{\frac{1 \times a + 1 \times 0 + 0}{\sqrt{1^2 + 1^2}}} = \frac{r}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

معادله دایره‌ای با شعاع $\frac{3}{2}$ و مرکز $(\frac{3\sqrt{2}}{2}, 0)$ به صورت زیر است:

$$(x - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 + (y - 0)^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow (x - \frac{3\sqrt{2}}{2})^2 + y^2 = \frac{9}{4}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳۴ تا ۱۱۴۲)

۱۹۰ - گزینه «۱»

(فرزانه خاکپاش)

مرکز دایره محل تلاقی قطرهای آن است، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$$

نقطه $O(1, -1)$ مرکز دایره و فاصله آن از خط $y = x$ (نیمساز ناحیه اول و سوم) برابر شعاع دایره است. اگر معادله خط را به صورت $x - y = 0$ بنویسیم، آن‌گاه داریم:

$$R = \frac{|1 - (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

معادله دایره: $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳۴ تا ۱۱۳۷)

زیست شناسی ۳ - نیمسال دوم دوازدهم

۱۹۱ - گزینه «۳»

(امیررضا صدریکتا)

در مرحله وارد کردن دنای نوترکیب به یاخته میزبان، در دیواره باکتری منفذ ایجاد می‌شود. مرحله پس از این مرحله جداسازی یاخته‌های تراژن است. در این مرحله همانندسازی دنای باکتری‌های تراژن مشاهده می‌شود. در نتیجه پیوندهای هیدروژنی در این مرحله توسط فعالیت آنزیم هلیکاز شکسته می‌شود؛ در حالی که در مرحله وارد کردن دنای نوترکیب به یاخته میزبان این اتفاق دور از انتظار است.

$$|3\beta + 4\alpha - 1| = 15 \Rightarrow \begin{cases} 3\beta + 4\alpha = 16 \Rightarrow 3y + 4x = 16 \\ 3\beta + 4\alpha = -14 \Rightarrow 3y + 4x = -14 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها، $3y + 4x = 16$ مورد قبول است.

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳۴ تا ۱۱۴۲)

۱۸۷ - گزینه «۳»

(علی مرشد)

اگر معادله گسترده دایره را به صورت $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ بنویسیم، باید مختصات سه نقطه ذکر شده در آن صدق کند:

$$(0, 0) \Rightarrow c = 0$$

$$(4, 2) \Rightarrow 16 + 4 + 4a + 2b + 0 = 0 \Rightarrow 2a + b = -10 \quad (I)$$

$$(2, -4) \Rightarrow 4 + 16 + 2a - 4b + 0 = 0 \Rightarrow 2a - 4b = -20 \quad (II)$$

$$(I), (II) \rightarrow a = -6, b = 2$$

$$\Rightarrow \text{معادله دایره: } x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$$

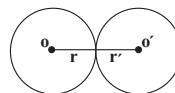
$$r = \frac{1}{2} \sqrt{36 + 4} = \frac{1}{2} \sqrt{40} = \sqrt{10}$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳۴ تا ۱۱۳۷ و ۱۱۴۲)

۱۸۸ - گزینه «۲»

(شارهان ویسی)

شرط آنکه دو دایره مماس خارج باشند آن است که طول خط‌المركزین با مجموع شعاع دو دایره برابر باشد.



$$OO' = r + r'$$

شعاع و مرکز دایره‌ها را بدست می‌آوریم:

$$\begin{cases} O(2, 2) \\ r = \frac{\sqrt{16 + 36 - 16}}{2} = 3 \end{cases} \text{ و } \begin{cases} O'(7, 3) \\ r' = \frac{\sqrt{196 + 36 + 4k}}{2} \end{cases}$$

$$OO' = \sqrt{(7-2)^2 + (3-2)^2} = 5$$

$$OO' = r + r'$$

$$5 = 3 + \frac{\sqrt{222 + 4k}}{2} \Rightarrow 4 = \sqrt{222 + 4k} \Rightarrow 16 = 222 + 4k \Rightarrow k = -54$$

(هندسه) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۱۳۷ تا ۱۱۴۲)

۱۸۹ - گزینه «۴»

(ظاهر راستانی)

$$\begin{cases} y = 3\sqrt{2} - x \\ y = -x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y - 3\sqrt{2} = 0 \\ x + y = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله دو خط} = 2r = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow 2r = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3 \Rightarrow r = \frac{3}{2}$$