



آزمون «۲۵ شهر یورماه ۱۴۰۱» اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

دفترچه سؤال

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اجباری (دهم و یازدهم): ۱۲۵ دقیقه

مدت پاسخ‌گویی دفترچه اختیاری (دوازدهم): ۷۰ دقیقه

تعداد کل سؤالات: ۱۴۰ سؤال

نام درس	تعداد سؤال	شماره سؤال	زمان پاسخ‌گویی
اجباری	۱۰	۱-۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱-۲۰	۱۵'
	۱۰	۲۱-۳۰	۱۵'
	۱۰	۳۱-۴۰	۱۵'
	۱۰	۴۱-۵۰	۱۰'
	۱۰	۵۱-۶۰	۱۵'
	۱۰	۶۱-۷۰	۱۵'
	۱۰	۷۱-۸۰	۱۵'
	۱۰	۸۱-۹۰	۱۰'
	۱۰	۹۱-۱۰۰	۱۵'
اختیاری	۱۰	۱۰۱-۱۱۰	۱۵'
	۱۰	۱۱۱-۱۲۰	۱۵'
	۱۰	۱۲۱-۱۳۰	۱۵'
	۱۰	۱۳۱-۱۴۰	۱۰'
	۱۴۰	۱-۱۴۰	۱۹۵'
جمع کل			

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - مصطفی بهنام مقدم - محمد پوراحمدی - محمد پیمانی - رضا توکلی - سهیل حسن خان پور - یوسف حسینی - عادل حسینی - عاطفه خان محمدی - طاهر دادستانی - زهره رامشینی - نیما زارع - عرفان صادقی - رادمهر عبدالاهی - حمید علیزاده - کیان کریمی خراسانی - حمید مامقادی - محمدجواد محسنی - سینا محمدپور - احمد مهربانی - اسماعیل میرزایی - جهانبخش نیکنام - شهرام ولایی - فهیمه ولی زاده - وحید ون آبادی
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمد بحیرایی - سعید جعفری کافی آباد - جواد حاتمی - سیدمحمدرضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان - کیوان دارابی - محمد صحت کار - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - مجید محمدی نویسی - مهدی نیکزاد - امیر وفاتی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیرحسین ابومحبوب - حمیدرضا امیری - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - مسعود درویشی - علیرضا شریف خطیبی - محمد صحت کار - مرتضی فهیم علوی - مجید محمدی نویسی - امیر وفاتی
فیزیک	تسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - عباس اصغری - محمد اکبری - احسان ایرانی - مهدی آذرنسب - زهره آقامحمدی - امیرحسین برادران - محسن پیگان - محسن توانا - ناصر خوارزمی - بیتا خورشید - محمدعلی راست پیمان - فرشید رسولی - کاظم شاهملکی - مصطفی کیانی - امیرحسین مجوزی - غلامرضا محبی - سعید نصیری - شادمان ویسی
شیمی	محمد آخوندی - نوید آرمانت - قادر باخاری - امیرعلی بر خورداریون - ایمان دریاک - حمید ذبیحی - حسن رحمتی کوکنده - جعفر رحیمی - علیرضا رضایی سراب - امید رضوانی - روزبه رضوانی - محمدرضا زهرهوند - علیرضا شیخ الاسلامی - پول میلاد شیخ الاسلامی - خیابوی - ساجد شیری - مسعود طبرسا - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - امیرحسین معروفی - امین نوروزی - سیدرحیم هاشمی دهکردی - اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری
مسئول درس	عادل حسینی	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیرحسین مسلمی
مسئول سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی «وقف عام»

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - تلفن: ۰۲۱-۶۴۶۳

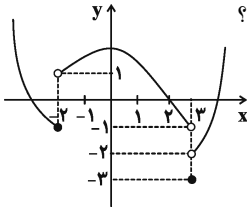
وقت پیشنهادی: 15 دقیقه

حسابان 1: حد و پیوستگی: صفحه‌های 113 تا 151

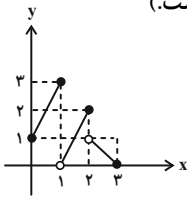
پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

1- اگر بازه $(-x+2, 5)$ یک همسایگی از عدد $2x$ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای x ، شامل چند عدد صحیح است؟

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

2- شکل مقابل نمودار تابع f را نشان می‌دهد، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) + f(3)$ برابر کدام است؟

- (1) -1 (2) صفر (3) -2 (4) -3

3- نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(3x^2 - x)]$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

4- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & ; x \in \mathbb{Z} \\ -1 & ; x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشد، حاصل عبارت $A = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow (\frac{1}{3})^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (\sqrt{3})^-} f(x)$ کدام است؟

- (1) 2 (2) 1 (3) صفر (4) -1

5- تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$ را در نظر بگیرید. چه تعداد از موارد زیر درست می‌باشد؟
الف) تابع در نقطه $x=0$ حد دارد.
ب) تابع در نقطه $x=-1$ حد چپ دارد.
پ) تابع در نقطه $x=1$ حد راست دارد.

- (1) صفر (2) 1 (3) 2 (4) 3

6- تابع $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & ; x > 0 \\ m & ; x = 0 \\ 1-x^2 & ; x < 0 \end{cases}$ ، به ازای کدام مقدار m در نقطه $x=0$ حد دارد؟
(1) فقط $m=0$ (2) فقط $m=1$ (3) هر مقدار m (4) هیچ مقدار m 7- اگر $a, b \in \mathbb{R}$ و $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{[x]^2 - 4}{[x] - 2} = b$ کدام نتیجه‌گیری درست است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)
(1) $b \neq 4$ (2) $b \neq -4$ (3) $b \neq 5$ (4) $b \neq -5$ 8- حد تابع $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{\sqrt{x} - 2}$ در $x=8$ کدام است؟
(1) 90 (2) 92 (3) 96 (4) 989- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{\tan x - a}{\cos 2x} & ; x \neq \frac{\pi}{4} \\ \sin 2x + b & ; x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$ در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟
(1) صفر (2) -1 (3) -2 (4) 110- اگر تابع $f(x) = (2x^2 + ax + b)[x]$ در بازه $(1, 4)$ پیوسته باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است.)
(1) 1 (2) -1 (3) 2 (4) -2

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۱ تا ۷۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۱۱- در مثلث ABC ، $BC = 8$ و $\hat{A} = 120^\circ$ و $AC = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ است. اندازه شعاع دایره محیطی مثلث چقدر است؟

(۱) $8\sqrt{2}$ (۲) $4\sqrt{2}$

(۳) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

۱۲- در مثلث ABC ، $AB = 8$ ، $AC = 4$ و $BC = 9$ است. طول نیمساز زاویه داخلی A کدام است؟

(۱) $\sqrt{14}$ (۲) ۴

(۳) $3\sqrt{2}$ (۴) $2\sqrt{5}$

۱۳- اندازه دو قطر یک متوازی‌الاضلاع ۶ و ۱۰ واحد و زاویه بین دو قطر ۶۰ درجه است. طول ضلع بزرگتر متوازی‌الاضلاع کدام است؟

(۱) ۷ (۲) $3\sqrt{6}$

(۳) ۶ (۴) $\sqrt{19}$

۱۴- در مثلث ABC ، $AB = 4$ ، $AC = 2$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. طول میانه AM کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{3}$ (۴) ۲

۱۵- مثلث ABC در دایره‌ای به شعاع یک واحد محاط شده است. اگر محیط مثلث ABC برابر $2\sqrt{3}$ باشد، حاصل

$\sin A + \sin B + \sin C$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) $\sqrt{3}$

۱۶- در مثلث ABC با طول اضلاع $AB = 17$ ، $AC = 10$ و $BC = 9$ ، عمود AH از A بر امتداد BC رسم شده است. طول

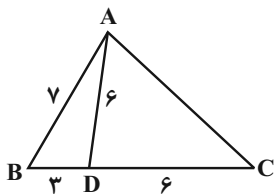
CH کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۶

(۳) ۸ (۴) ۱۰

محل انجام محاسبات

۱۷- در شکل مقابل، طول ضلع AC کدام است؟



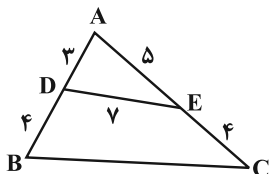
(۱) $\frac{7}{5}$

(۲) ۸

(۳) $\frac{8}{5}$

(۴) ۹

۱۸- در شکل زیر مساحت چهارضلعی DECB کدام است؟



(۱) $12\sqrt{3}$

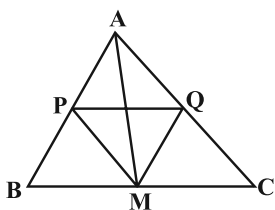
(۲) ۱۲

(۳) $8\sqrt{3}$

(۴) ۸

۱۹- در شکل زیر نقطه M وسط ضلع BC و MP و MQ به ترتیب نیمساز زوایای AMB و AMC هستند. اگر $AP = 2$ و $BP = 3$

باشد، نسبت مساحت مثلث APQ به مساحت مثلث AMQ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{5}$

(۲) $\frac{4}{5}$

(۳) $\frac{5}{4}$

(۴) $\frac{5}{3}$

۲۰- در مثلث ABC، اگر $AB = 6$ ، $AC = 8$ و $\hat{A} = 120^\circ$ باشد، طول نیمساز داخلی AD کدام است؟

(۲) $\frac{12}{7}$

(۴) $\frac{24}{5}$

(۱) $\frac{12}{5}$

(۳) $\frac{24}{7}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

آمار و احتمال - آمار استنباطی: صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۲۷

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۲۱- کدام یک از موارد زیر از روش‌های جمع‌آوری داده‌ها نیست؟
 (۱) مشاهده و ثبت رویدادها (۲) پیش‌بینی علمی و منطقی (۳) استفاده از دادگان (۴) مصاحبه
- ۲۲- مدیر یک دبیرستان برای بررسی کیفیت تدریس دبیران این دبیرستان، از هر کلاس ۳ نفر اول ممتاز آن کلاس را به منظور نظرسنجی انتخاب می‌کند. در این بررسی، کدام نمونه‌گیری رخ داده است؟
 (۱) طبقه‌ای (۲) سامانمند (۳) خوشه‌ای (۴) غیراحتمالی
- ۲۳- کدام یک از موارد زیر در مورد نمونه‌گیری‌های خوشه‌ای و طبقه‌ای نادرست است؟
 (۱) نمونه‌گیری خوشه‌ای، هزینه و زمان را نسبت به نمونه‌گیری طبقه‌ای کاهش می‌دهد.
 (۲) در نمونه‌گیری خوشه‌ای، همه واحدهای آماری خوشه‌های انتخاب شده را به‌عنوان نمونه در نظر می‌گیریم.
 (۳) در نمونه‌گیری خوشه‌ای بهتر است ویژگی مورد بررسی درون خوشه‌ها تفاوت بیشتری داشته باشد.
 (۴) همواره اندازه طبقه‌ای در نمونه‌گیری طبقه‌ای برابر یکدیگر است.
- ۲۴- از جامعه $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ یک نمونه ۶ تایی انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این نمونه، میانگین جامعه را دقیقاً درست برآورد می‌کند؟
 (۱) $\frac{1}{28}$ (۲) $\frac{3}{28}$ (۳) $\frac{1}{7}$ (۴) $\frac{1}{4}$
- ۲۵- اگر انحراف معیار برآورد میانگین توسط هر نمونه ۶۲۵ تایی از یک جامعه برابر $\frac{1}{4}$ باشد، واریانس جامعه کدام است؟
 (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۵ (۴) ۲۲۵
- ۲۶- فرض کنید جامعه‌ای از ۱۰۰ عضو تشکیل شده است و می‌خواهیم نمونه‌ای با اندازه ۲۰ از آن انتخاب کنیم. برای این کار جامعه را به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب می‌کنیم. روش نمونه‌گیری و احتمال انتخاب هر نمونه کدام است؟
 (۱) طبقه‌ای، $\frac{1}{10}$ (۲) طبقه‌ای، $\frac{1}{5}$ (۳) خوشه‌ای، $\frac{1}{5}$ (۴) خوشه‌ای، $\frac{1}{10}$
- ۲۷- کدام یک از تعاریف زیر نادرست است؟
 (۱) خط فقر برابر است با نصف میانگین درآمد افراد جامعه.
 (۲) آماره مشخصه‌ای عددی است که از داده‌های نمونه به دست می‌آید.
 (۳) پارامتر مشخصه‌ای عددی است که در صورت داشتن داده‌های کل جامعه قابل محاسبه است.
 (۴) در بررسی یک جامعه، نمونه‌گیری اریب، ارزش بالایی دارد.
- ۲۸- در نمونه‌گیری تصادفی ساده بدون جای‌گذاری از ۳۰ نفر، قصد داریم ۱۰ نفر انتخاب کنیم. فرض کنید ۴ نفر را انتخاب کرده‌ایم و فرد به خصوصی انتخاب نشده است. احتمال این که این فرد در ششمین انتخاب، عضو نمونه باشد، چقدر است؟
 (۱) $\frac{1}{26}$ (۲) $\frac{1}{25}$ (۳) $\frac{1}{24}$ (۴) $\frac{1}{30}$
- ۲۹- از جامعه‌ای با انحراف معیار $\frac{1}{5}$ ، نمونه‌ای به صورت ۱، ۲، ۳، ۴، ۴، ۵، انتخاب شده است. طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین این جامعه کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۳۰- از اعداد صحیح ۰ تا N، شش عدد ۲، ۳، ۵، ۷، ۸ و ۱۱ به تصادف انتخاب شده است. برآورد نقطه‌ای از N به کمک پارامتر میانگین کدام است؟
 (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

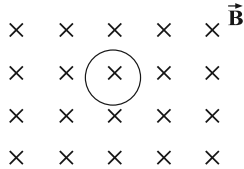
محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۲- الفای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه‌های ۱۰۹ تا ۱۳۰

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۳۱- مطابق شکل زیر، سطح پیچ‌های عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواخت درون سویی قرار دارد. اگر در یک بازه زمانی، جریانی در پیچه القا نمی‌شود.



(۱) پیچه را از دو طرف بکشیم،

(۲) پیچه را حول محور عمود بر میدان مغناطیسی بچرخانیم،

(۳) پیچه را حول محور موازی با میدان مغناطیسی بچرخانیم،

(۴) جهت میدان مغناطیسی را تغییر دهیم،

۳۲- شار عبوری از یک قاب مستطیلی که در یک میدان مغناطیسی قرار دارد، بیشینه است. اگر قاب را طوری بچرخانیم تا زاویه سطح قاب با خطوط میدان مغناطیسی 53° شود، شار عبوری از قاب چند درصد کاهش می‌یابد؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$)

۸۰ (۴)

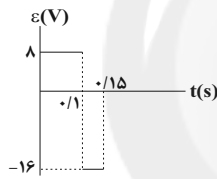
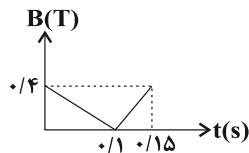
۶۰ (۳)

۴۰ (۲)

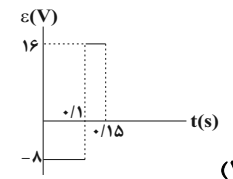
۲۰ (۱)

۳۳- پیچه‌ای دارای ۸۰۰ حلقه و مساحت سطح هر حلقه آن 25cm^2 است و طوری در یک میدان مغناطیسی قرار گرفته که خط‌های میدان عمود بر سطح حلقه‌های پیچه‌اند. اگر نمودار میدان مغناطیسی بر حسب زمان مطابق شکل زیر باشد،

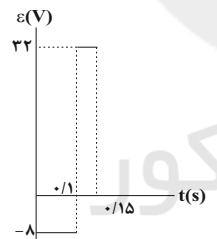
نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان کدام است؟



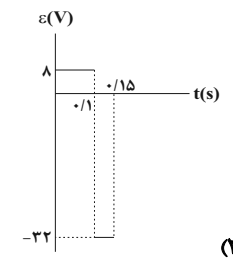
(۲)



(۱)

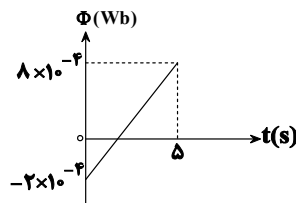


(۴)



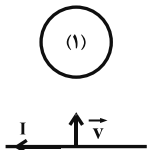
(۳)

۳۴- نمودار شار عبوری از یک سیملوله به مقاومت 10Ω که دارای 400 دور می‌باشد، بر حسب زمان مطابق شکل زیر است.

جریان القایی متوسط در سیملوله در بازه زمانی صفر تا 5s چند آمپر است؟ 8×10^{-3} (۱) 4×10^{-3} (۲) 10^{-3} (۳) 8×10^{-2} (۴)

محل انجام محاسبات

۳۵- در شکل زیر، اگر سیم دراز و مستقیم حامل جریان I را به طرف بالا حرکت دهیم، جهت جریان القایی در حلقه‌ها چگونه است؟



(۱) حلقه (۱) ساعتگرد، حلقه (۲) پادساعتگرد

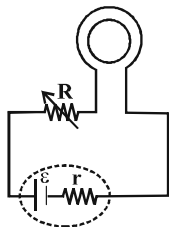
(۲) حلقه (۱) پادساعتگرد، حلقه (۲) ساعتگرد

(۳) هر دو حلقه ساعتگرد

(۴) هر دو حلقه پادساعتگرد



۳۶- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت رئوستا را ابتدا کاهش و سپس افزایش دهیم، جهت جریان القایی در حلقه رسانای داخلی



به ترتیب از راست به چپ، کدام است؟

(۱) پادساعتگرد- پادساعتگرد

(۲) ساعتگرد- ساعتگرد

(۳) ساعتگرد- پادساعتگرد

(۴) پادساعتگرد- ساعتگرد

۳۷- اگر دو سر سیملوله‌ای با ضریب القاوری $4H$ و مقاومت الکتریکی 100Ω را به اختلاف پتانسیل $6V$ متصل کنیم، انرژی

الکترومغناطیسی ذخیره شده در سیملوله چند میکروژول خواهد شد؟

(۴) 12000

(۳) 12×10^{-3}

(۲) $7/2 \times 10^{-4}$

(۱) 720

۳۸- در یک مولد جریان متناوب، پیچه در هر دقیقه 1500 دور کامل می‌چرخد. اگر بیشینه جریان متناوب $4A$ باشد، جریان در

لحظه $t = 15ms$ چند آمپر است؟

(۴) 4

(۳) 2

(۲) $2\sqrt{2}$

(۱) صفر

۳۹- یک مولد جریان متناوب به دو سر یک مقاومت متصل است. در لحظه‌ای که شدت جریان گذرنده از مقاومت، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ برابر

حداکثر جریان گذرنده از مقاومت باشد، شار گذرنده از سیم‌پیچ مولد چه کسری از مقدار حداکثر خود را دارد؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) $\sqrt{3}$

۴۰- چند مورد از موارد زیر درست است؟

(الف) در مدار جریان متناوب، نمی‌توان جهت مشخصی برای جریان در نظر گرفت.

(ب) در مولدهای صنعتی، آهنرباها ساکن هستند و پیچه‌ها به دور آنها می‌چرخند.

(ج) افزایش و کاهش ولتاژ در ac، بسیار ساده‌تر از dc است.

(د) به‌طور معمول در خطوط انتقال توان الکتریکی، دو مرتبه از مبدل کاهنده و یک مرتبه از مبدل افزایشنده استفاده می‌شود.

(۴) چهار مورد

(۳) سه مورد

(۲) دو مورد

(۱) یک مورد

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: 10 دقیقه

شیمی 2- پوشاک، نیازی پایان ناپذیر: صفحه‌های 97 تا 121

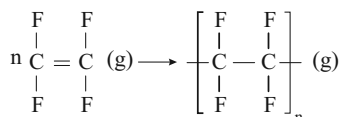
پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

41- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- 1) در چند دهه اخیر، میزان تولید الیاف پلی‌استر برخلاف پنبه روند افزایشی داشته است.
- 2) روند تولید لباس از الیاف به صورت «ریسندگی ← بافندگی ← دوزندگی ← فراوری» است.
- 3) پنبه برخلاف نایلون از الیاف طبیعی است که در تولید گاز استریل و تور ماهیگیری از آن استفاده می‌شود.
- 4) سلولز و پلی‌اتن برخلاف انسولین درشت‌مولکول بوده و از اتصال شمار بسیار زیادی مولکول کوچک به یکدیگر ساخته می‌شوند.

42- کدام عبارت نادرست است؟

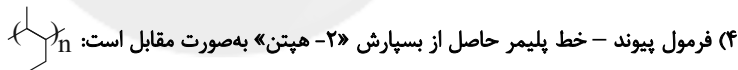
- 1) در سال‌های اخیر، روند تولید الیاف پلی‌استری و نخی افزایش داشته، اما روند تولید الیاف پشمی، تقریباً ثابت بوده است.
- 2) هر ترکیب آلی که در زنجیره کربنی خود پیوند دوگانه کربن - کربن داشته باشد، می‌تواند در واکنش پلیمری شدن شرکت کند.
- 3) پلی‌اتن سنگین همانند پلی‌اتن سبک، چگالی کمتری نسبت به آب دارد.



4) معادله واکنش پلیمری شدن تترافلورواتن به صورت مقابل است:

43- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

- 1) با قرار دادن یک اتم کلر به جای یکی از اتم‌های هیدروژن مولکول اتن، مونومری حاصل می‌شود که از پلیمر حاصل از آن در ساخت سرنگ استفاده می‌شود.
- 2) پلیمر حاصل از بسپارش تترافلورواتن نقطه ذوب بالایی دارد و در حلال‌های آلی حل نمی‌شود.
- 3) پلی‌اتن‌های شاخه‌دار نسبت به پلی‌اتن‌های بدون شاخه، نیروی بین مولکولی قوی‌تری دارند؛ از این رو در ساخت لوله‌های پلاستیکی و دبه‌های آب استفاده می‌شوند.



44- کدام مطلب نادرست است؟

- 1) گروه عاملی موجود در ساختار ویتامین (آ) و ویتامین (دی) یکسان است.
- 2) الکل‌های تک‌عاملی دارای 1 تا 3 کربن، در دمای 25°C به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.
- 3) نیروهای جاذبه وان‌دروالسی در پلی‌اتن سبک ضعیف‌تر از پلی‌اتن سنگین است.
- 4) وینیل کلرید (کلرواتن)، مونومر سازنده پلیمر مورد استفاده در تهیه پتو است.

45- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی در مونومر سازنده پلیمر به کار رفته در الیاف پتو، به شمار پیوندهای دوگانه در مونومر سازنده پلیمر (غیرسبزی) به کار رفته در ظروف یکبار مصرف برابر و اختلاف جرم مولی مونومرهای مذکور برابر با

..... گرم بر مول است. (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.) (C = 12, H = 1, N = 14, Cl = 35.5 / 5: g.mol⁻¹)

9.2/25 (4)

51.2/25 (3)

9.1/75 (2)

51.1/75 (1)

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضی ۱ - شمارش، بدون شمردن + آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۷۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

۵۱- ۱۵ نفر در جمعی حضور دارند. می‌خواهیم ۱۰ نفر از بین این افراد انتخاب کنیم به طوری که یک نفر رئیس و بقیه کارمند باشند. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

$$14 \binom{15}{9} \quad (4)$$

$$15 \binom{14}{9} \quad (3)$$

$$10 \binom{14}{9} \quad (2)$$

$$10! \quad (1)$$

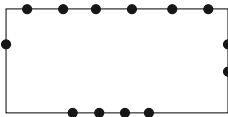
۵۲- چند مثلث می‌توان ساخت که رئوس آن از نقاط شکل مقابل باشد؟

$$286 \quad (1)$$

$$261 \quad (2)$$

$$262 \quad (3)$$

$$263 \quad (4)$$



۵۳- سکه‌ای را ۵ بار پرتاب می‌کنیم، احتمال آن که دقیقاً سه بار «رو» بیاید کدام است؟

$$\frac{2}{5} \quad (4)$$

$$\frac{6}{25} \quad (3)$$

$$\frac{5}{16} \quad (2)$$

$$\frac{3}{16} \quad (1)$$

۵۴- اگر ۷ نفر که دو نفر آن‌ها با هم برادرند، به تصادف در یک ردیف قرار بگیرند، چه قدر احتمال دارد تعداد افراد بین دو برادر بیش از یک نفر باشد؟

$$\frac{11}{21} \quad (4)$$

$$\frac{1}{7} \quad (3)$$

$$\frac{10}{21} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

۵۵- در پرتاب سه تاس، احتمال این که حاصل ضرب سه عدد روشده ۶ شود، کدام است؟

$$\frac{1}{30} \quad (4)$$

$$\frac{1}{24} \quad (3)$$

$$\frac{1}{18} \quad (2)$$

$$\frac{1}{12} \quad (1)$$

۵۶- در یک آزمایش تصادفی، دو پیشامد A و B ناسازگار بوده و $P(B) = 0/6$ است. اگر احتمال این که فقط یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد برابر 0/8 باشد، تعداد عضوهای پیشامد $B - A$ چند برابر تعداد عضوهای پیشامد $A - B'$ است؟

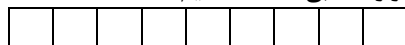
$$4 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

۵۷- می‌خواهیم با استفاده از دو رنگ آبی و قرمز خانه‌های شکل زیر را رنگ کنیم به طوری که در هر خانه از یک رنگ استفاده شود. اگر این کار را به صورت تصادفی انجام دهیم، تقریباً چقدر احتمال دارد حداقل ۳ بار از رنگ آبی استفاده کنیم؟



$$0/91 \quad (4)$$

$$0/76 \quad (3)$$

$$0/24 \quad (2)$$

$$0/8 \quad (1)$$

۵۸- کدام گزینه درست نیست؟

(۱) اولین قدم در استفاده از علم آمار، جمع‌آوری داده‌هاست.

(۲) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه استفاده از علم آمار است.

(۳) تعداد اعضای نمونه را اندازه نمونه یا حجم نمونه می‌گویند.

(۴) به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره یک یا چند ویژگی آن‌ها تحقیق صورت می‌گیرد، نمونه می‌گویند.

۵۹- کدام گزینه، همه انواع متغیرهای مربوط به جامعه آماری را دارد؟

(۱) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده)، سرعت خودرو، مراحل رشد انسان، رنگ چشم

(۲) نوع بارندگی (باران، برف)، میزان هوش افراد (کم‌هوش، متوسط، باهوش)، شاخص توده بدنی، تعداد مدارس ایران

(۳) قد افراد، گروه خونی افراد، تعداد فرزندان خانواده، میزان دمای محیط

(۴) انواع وضعیت آب و هوایی (آفتابی، ابری، بارانی، برفی)، وزن ماشین‌ها، مراحل تحصیل، رنگ خودرو

۶۰- در انتخاب تصادفی ۳ متغیر از بین متغیرهای زیر، با کدام احتمال، حداقل ۲ متغیر کمی پیوسته انتخاب می‌شوند؟

متغیرها: شاخص توده بدنی افراد / نوع شغل افراد / جامعه / درجه اشخاص در ارتش / قطر تنه درختان / گروه خونی افراد / سن

/ رنگ چشم / وزن / تعداد فرزندان / درصد آلودگی هوا / نوع تلفن همراه کارمندان یک شرکت

$$\frac{5}{11} \quad (4)$$

$$\frac{14}{33} \quad (3)$$

$$\frac{7}{11} \quad (2)$$

$$\frac{25}{66} \quad (1)$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۱- تجسم فضایی: صفحه‌های ۷۷ تا ۹۶

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش آموزان اجباری است.

- ۶۱- اگر L و L' دو خط ... باشند، فقط یک صفحه شامل L وجود دارد که با L' موازی باشد.
- ۶۲- روی همه وجه‌های مکعبی حرف M نوشته شده است. ۵ تا از این مکعب‌ها را کنار هم به شکل سطری روی زمین می‌چینیم (وجه‌های جانبی هر مکعب را به وجه جانبی مکعب بعدی می‌چسبانیم). در این صورت چند حرف M را می‌توانیم ببینیم؟
- ۶۳- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح است؟
- ۶۴- کدام یک از گزاره‌های زیر همواره صحیح نیست؟
- ۶۵- اگر سطح مقطع یک استوانه با صفحه‌های افقی، عمودی و صفحه‌های مایل که از قاعده‌های استوانه عبور نکنند، برخورد کند، کدام شکل حاصل نمی‌شود؟

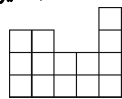
(۱) موازی (۲) متقاطع (۳) متناظر (۴) منطبق بر هم

(۱) ۱۷ (۲) ۱۹ (۳) ۲۰ (۴) ۲۲

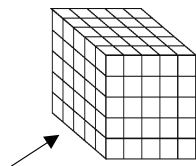
- (۱) هرگاه خطی یکی از دو خط موازی را در فضا قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
 (۲) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.
 (۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متناظر موازی باشد، با خط دیگر متناظر است.
 (۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متناظر با آن خط می‌گذرد.
- (۱) هرگاه خطی با فصل مشترک دو صفحه متقاطع موازی باشد، با خود آن دو صفحه نیز موازی است.
 (۲) اگر صفحه‌ای با دو خط متقاطع موازی باشد، با صفحه شامل آن دو خط متقاطع نیز موازی است.
 (۳) هرگاه سه صفحه متمایز دوجه‌دو متقاطع باشند، نقطه‌ای وجود دارد که متعلق به هر سه صفحه باشد.
 (۴) هر خط واقع بر یکی از دو صفحه متمایز موازی، با صفحه دیگر موازی است.
- (۱) بیضی (۲) سهمی (۳) مستطیل (۴) دایره

(۱) بیضی (۲) سهمی (۳) مستطیل (۴) دایره

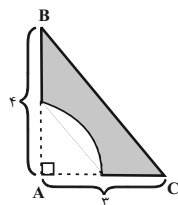
۶۶- در شکل زیر حداقل چه تعداد از مکعب‌های کوچک برداشته شود تا نمای بالا به صورت



باشد؟



(۱) ۵۵
 (۲) ۶۵
 (۳) ۵۰
 (۴) ۶۰

۶۷- حجم حاصل از دوران جسم زیر حول پاره خط AB کدام است؟ (شعاع ربع دایره برابر ۲ واحد است.)

(۱) $\frac{4\pi}{3}$
 (۲) $\frac{10\pi}{3}$
 (۳) $\frac{16\pi}{3}$
 (۴) $\frac{20\pi}{3}$

۶۸- صفحه P کره‌ای به مرکز O را قطع کرده است. اگر مساحت سطح مقطع حاصل 64π و فاصله مرکز کره تا صفحه P برابر ۶ باشد، شعاع کره کدام است؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) $12/5$ (۴) ۱۵

۶۹- اگر یکی از ساق‌های دوزنقه‌ای بر صفحه P منطبق باشد، ساق دیگر دوزنقه کدام یک از وضعیت‌های زیر را نمی‌تواند داشته باشد؟

(۱) منطبق بر صفحه (۲) متقاطع با صفحه (۳) موازی با صفحه (۴) هر سه حالت امکان‌پذیر است.

۷۰- قاعده هرمی، مستطیل $ABCD$ به اضلاع ۴ و ۶ واحد است. رأس هرم (نقطه O) به فاصله ۱۰ واحد از صفحه قاعده هرم قرار گرفته است. مساحت سطح مقطع حاصل از برخورد صفحه‌ای که بر ارتفاع هرم عمود باشد و فاصله این صفحه تا صفحه قاعده ۴ واحد باشد، کدام است؟

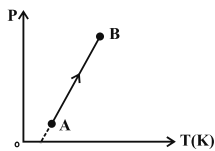
(۱) $10/42$ (۲) $10/64$ (۳) $9/46$ (۴) $8/64$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۷ تا ۱۴۹

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

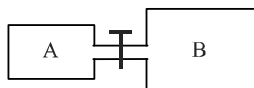
۷۱- نمودار فرایند آرمانی گاز کاملی در دستگاه $P-T$ مطابق شکل زیر است. در این فرایند حجم گاز چگونه تغییر کرده است؟

(۱) همواره کاهش یافته است.

(۲) همواره افزایش یافته است.

(۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش یافته است.

(۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش یافته است.

۷۲- در شکل زیر، ظرف A به حجم ۲ لیتر حاوی گاز اکسیژن با دمای $47^\circ C$ و فشار ۴ اتمسفر است و ظرف B به حجم ۵ لیتر، کاملاً خالیاست. اگر شیر رابط را باز کنیم و دمای گاز در ظرف‌ها به $7^\circ C$ درجه سلسیوس برسد، فشار گاز چند اتمسفر می‌شود؟(۲) $1/25$ (۱) $0/75$

(۴) ۲

(۳) ۱

۷۳- کدام یک از عبارات‌های زیر برای مقدار معینی گاز کامل الزاماً صحیح است؟

(۱) در یک فرایند هم‌حجم، اگر فشار گاز افزایش یابد، انرژی درونی آن کاهش می‌یابد.

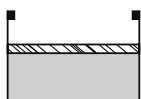
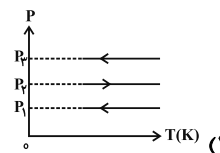
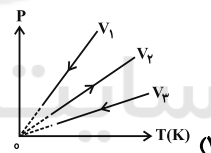
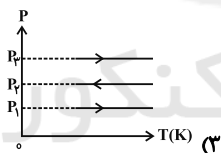
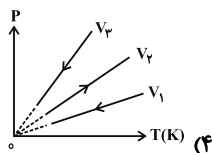
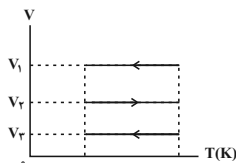
(۲) اگر در یک انبساط دمای گاز بالا برود، گاز مقداری گرما دریافت کرده است.

(۳) اگر در یک انبساط گاز مقداری گرما به دست آورد، دمای آن افزایش می‌یابد.

(۴) در تراکم بی‌دررو، انرژی درونی گاز کاهش می‌یابد.

۷۴- نمودار حجم برحسب دمای مطلق گاز کاملی در سه حجم V_1 ، V_2 و V_3 در شکل زیر رسم شده است. کدام گزینه نمودار $P-T$ این

سه فرایند را به درستی نشان می‌دهد؟

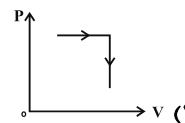
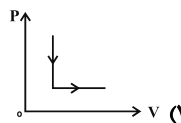
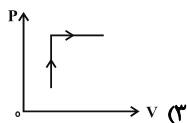
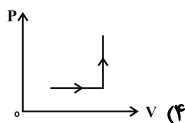


۷۵- مطابق شکل مقابل، مقداری گاز کامل را درون سیلندری که در انتهای آن دو مانع قرار گرفته است، محبوس

کرده‌ایم. به سیلندر به آرامی حرارت می‌دهیم تا پیستون به انتهای سیلندر برسد. چنانچه حرارت دادن به

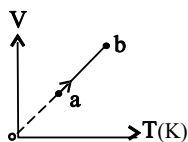
سیلندر ادامه یابد، فرایند طی شده توسط گاز از ابتدا به کدام صورت است؟ (از اصطکاک پیستون با جداره

سیلندر صرف نظر شود).



محل انجام محاسبات

۷۶- فرایندی که مقدار معینی گاز کامل طی می‌کند، مطابق شکل مقابل است. طی این فرایند



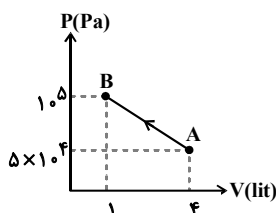
(۱) انرژی درونی گاز کامل ثابت است.

(۲) فشار گاز ثابت است.

(۳) چگالی گاز تغییر نکرده است.

(۴) با محیط خارج مبادله گرما نشده است.

۷۷- در نمودار P-V شکل زیر، $U_A = 500\text{ J}$ و $U_B = 250\text{ J}$ است. گرمای داده شده به گاز کامل در فرایند AB چند ژول است؟



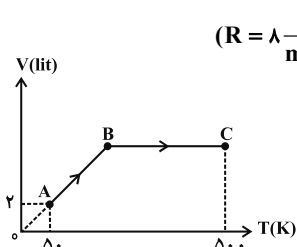
(۱) ۲۵

(۲) ۴۷۵

(۳) -۲۵

(۴) -۴۷۵

۷۸- شکل زیر نمودار V-T را برای دو مول گاز کامل تک‌اتمی فرضی نشان می‌دهد، که در آن فرایندهای AB و BC را طی کرده است.



اگر فشار گاز در حالت C برابر با ۱۰ اتمسفر باشد، دمای آن در حالت B چند کلوین است؟ $(R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}})$

(۱) ۱۰۰

(۲) ۲۰۰

(۳) ۲۵۰

(۴) ۸۰

۷۹- بازده یک ماشین گرمایی ۲۰ درصد است. در این ماشین در هر چرخه 1600 J گرما به چشمه سرد داده می‌شود. کار مکانیکی انجام شده

توسط این ماشین در یک چرخه چند ژول است؟

(۲) ۶۰۰

(۱) ۴۰۰

(۴) ۸۰۰

(۳) ۲۰۰

۸۰- کمیت‌های Q_H ، Q_L و W که در یک چرخه از یک ماشین گرمایی یا یخچال مبادله می‌شود، برای سه وسیله (a)، (b) و (c) به صورت زیر

داده شده است:

$$Q_L = 100\text{ J}, W = 0, Q_H = -100\text{ J} \text{ (b)}$$

$$Q_L = 0, W = -100\text{ J}, Q_H = 100\text{ J} \text{ (a)}$$

$$Q_L = -50\text{ J}, W = -60\text{ J}, Q_H = 100\text{ J} \text{ (c)}$$

با توجه به این داده‌ها و با فرض آرمانی بودن فرایندهای این سه وسیله، کدام یک از عبارات‌های زیر صحیح است؟

(۱) وسیله‌های (a) و (c) یخچال و وسیله (b) ماشین گرمایی است.

(۲) قانون دوم ترمودینامیک تنها در وسیله (b) نقض می‌شود.

(۳) قانون اول ترمودینامیک تنها در وسیله (c) نقض می‌شود.

(۴) در هر سه وسیله (a)، (b) و (c)، قانون‌های اول و دوم ترمودینامیک برقرار است.

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

شیمی ۱-آب، آهنگ زندگی: صفحه‌های ۹۸ تا ۱۲۲

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اجباری است.

- ۸۱- کدام عبارت درست است؟
- (۱) مولکول‌های H_2O در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند؛ زیرا گونه‌هایی باردار هستند.
- (۲) در مولکول‌های CO ، CO_2 و CS_2 ، با افزایش جرم مولی، میزان گشتاور دوقطبی آنها نیز افزایش می‌یابد.
- (۳) نقطه جوش بیش از نیمی از مولکول‌های HBr ، C_2H_5OH ، AsH_3 ، C_2H_6O و H_2S پایین‌تر از $0^\circ C$ است.
- (۴) قدرت نیروهای بین مولکولی و حالت فیزیکی در دمای $25^\circ C$ در مولکول‌های NH_3 و HF متفاوت است.
- ۸۲- انحلال‌پذیری ماده A در دمای $50^\circ C$ برابر 80 گرم است. اگر در دمای $50^\circ C$ ، 60 گرم از ماده A را به 40 گرم آب اضافه کنیم، گرم محلول سیرشده به دست می‌آید و اگر محلول حاصل را پس از عبور دادن از صافی تا دمای $20^\circ C$ سرد کنیم، گرم رسوب حاصل می‌شود. (درصد جرمی ماده A در محلول سیرشده با دمای $20^\circ C$ برابر 20 درصد است).
- (۱) 22 ، 100 (۲) 22 ، 72 (۳) 24 ، 100 (۴) 24 ، 72
- ۸۳- معادله «انحلال‌پذیری - دما» برای نمک A در آب به صورت: $S = 0.97\theta + 35$ است. اگر نسبت انحلال‌پذیری نمک A به نمک B در دماهای $0^\circ C$ و $40^\circ C$ به ترتیب برابر 1 و $2/46$ باشد، نسبت غلظت مولار محلول سیر شده B به غلظت مولار محلول سیر شده A در دمای $50^\circ C$ ، به تقریب کدام است؟ (جرم مولی نمک A و B به ترتیب برابر 330 و 110 گرم در نظر گرفته شود؛ از تغییر حجم آب در اثر حل کردن نمک، چشم‌پوشی شود؛ معادله «انحلال‌پذیری - دما» در آب برای نمک B به صورت خطی است).
- (۱) $0/69$ (۲) $1/03$ (۳) $1/65$ (۴) $2/51$
- ۸۴- کدام عبارت در رابطه با پیوندهای مختلف آب، درست است؟
- (۱) در حالت بخار، مولکول‌های H_2O ، آزادانه و منظم از جایی به جای دیگر انتقال می‌یابند.
- (۲) در ساختار یخ، پیرامون هر اتم اکسیژن، دو پیوند اشتراکی و دو پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- (۳) تا لحظه به جوش آمدن آب، ابتدا پیوندهای هیدروژنی و سپس پیوندهای اشتراکی می‌شکنند.
- (۴) پیوند هیدروژنی بین مولکول‌های آب از پیوند اشتراکی بین اتم‌های سازنده مولکول آن قوی‌تر است.
- ۸۵- چه تعداد از ویژگی‌های زیر، بین اتانول و استون مشترک است؟
- محلول بودن در آب
 - داشتن گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر
 - قابلیت تشکیل پیوند هیدروژنی با آب
 - داشتن نقطه جوش پایین‌تر از آب
 - شمار اتم‌های کربن
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- ۸۶- کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر مخلوط بنفش‌رنگ ید در هگزان یکسان و یکنواخت است.
- (۲) در ساختار یخ، اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش‌ضلعی قرار دارند.
- (۳) گشتاور دوقطبی اغلب ترکیب‌های آلی ناچیز و در حدود صفر است؛ از این‌رو مخلوط این ترکیب‌ها با آب، یک مخلوط ناهمگن است.
- (۴) در ساختار استون، تمامی اتم‌ها به غیر از هیدروژن، بیش از یک الکترون به اشتراک گذاشته‌اند.

محل انجام محاسبات

۸۷- کدام دو مورد از عبارتهای زیر درست است؟

(آ) پیوند هیدروژنی بین یک مولکول آب و یک مولکول اتانول، قوی تر از پیوند هیدروژنی بین دو مولکول آب است.
 (ب) طبق قانون هنری، انحلال پذیری گازها با افزایش دما کاهش می یابد.

(پ) در فشار یک اتمسفر و در هر دمایی انحلال پذیری گاز CO_2 به دلیل گشتاور دوقطبی بزرگ تر از صفر و جرم مولی بیشتر، بیشتر از گاز NO است.

(ت) چگالی یخ به دلیل وجود فضاهای خالی بین آرایش منظم شش ضلعی مولکولهای H_2O ، کمتر از چگالی آب است.

(۱) (آ) و (پ) (۲) (پ) و (ت) (۳) (آ) و (ت) (۴) (ب) و (پ)

۸۸- در دمای $15^\circ C$ و فشار ۲ اتمسفر، 0.35 گرم گاز اکسیژن در $500g$ آب حل شده و محلولی سیر شده به دست آمده است. در این دما انحلال پذیری گاز اکسیژن در فشار ۵ اتمسفر کدام است؟

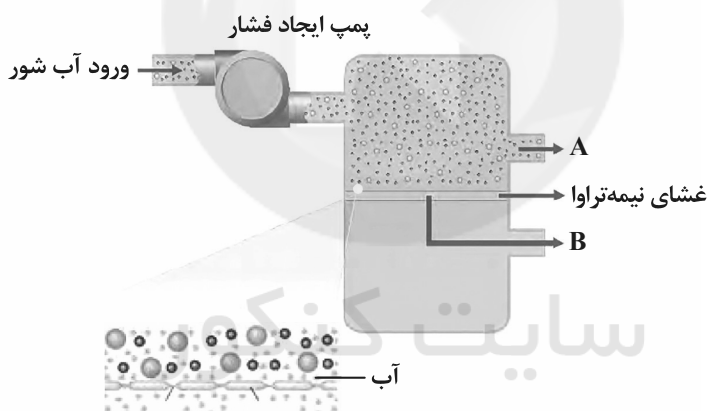
(۱) $1/75 \times 10^{-2}$ (۲) $1/02 \times 10^{-2}$ (۳) $1/5 \times 10^{-1}$ (۴) $2/4 \times 10^{-3}$

۸۹- معادله انحلال پذیری (S) گاز نیتروژن بر حسب فشار اتمسفر (P) در دمای اتاق از رابطه $S(\frac{g}{100gH_2O}) = 7/5 \times 10^{-3} P$ پیروی می کند. با کاهش فشار از ۵ اتمسفر به یک اتمسفر، به تقریب چند میلی مول گاز نیتروژن به ازای هر کیلوگرم آب از این محلول

خارج می شود؟ ($N = 14g.mol^{-1}$)

(۱) $21/4$ (۲) $10/7$ (۳) $7/8$ (۴) $15/6$

۹۰- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟



(آ) برای تهیه آب شیرین از آب دریا می توان از فناوری شکل فوق استفاده کرد.

(ب) از بخش B، آب شیرین خارج می شود.

(پ) با گذشت زمان، غلظت نمکها در آب در بخش A کاهش می یابد.

(ت) چنانچه در آب شور ورودی، فلزات سمی وجود داشته باشند، در نهایت از بخش A خارج می شوند.

(۱) (آ)، (ب) و (ت) (۲) (آ) و (ب) (۳) (آ) و (پ) (۴) (ب) و (ت)

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

حسابان ۲: تابع، مثلثات: صفحه‌های ۱ تا ۴۴

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۹۱- وارون تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$ با دو انتقال بر تابع $g(x) = -2 + \sqrt[3]{x+1}$ منطبق می‌شود. این دو انتقال کدام است؟

- (۱) سه واحد به چپ و سه واحد به بالا
(۲) سه واحد به راست و سه واحد به بالا
(۳) سه واحد به راست و سه واحد به پایین
(۴) سه واحد به چپ و سه واحد به پایین

۹۲- اگر دامنه تابع f برابر $D_f = [-1, 4]$ باشد، دامنه تابع $g(x) = 3f(1-2x) + 1$ بازه $D_g = [a, b]$ می‌باشد. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) -۲

۹۳- اگر $f(x) = |x-1| - |x-3|$ باشد، روی کدام یک از بازه‌های زیر وضعیت یکنوایی توابع f و f^2 یکسان است؟

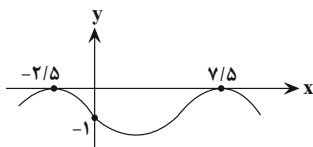
- (۱) $[2, 4]$ (۲) $[0, 2]$ (۳) $[1, 3]$ (۴) $(-\infty, \frac{3}{2}]$

۹۴- اگر تابع f با دامنه \mathbb{R} اکیداً صعودی باشد، مجموعه جواب‌های نامعادله $f(a^2 - 2a) > f(a - 2)$ کدام است؟

- (۱) $-4 < a < 2$ (۲) $1 < a < 2$ (۳) $3 < a < 4$ (۴) $-1 < a < 2$

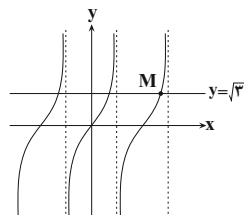
۹۵- تابع متناوب f با دوره تناوب ۳ در بازه $[1, 4]$ به صورت $f(x) = x^2 + 1$ تعریف می‌شود. حاصل $f(67/5)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{13}{4}$ (۲) $\frac{29}{4}$ (۳) $\frac{53}{4}$ (۴) $\frac{11}{2}$

۹۶- نمودار زیر بخشی از نمودار تابع $f(x) = a + \cos \pi(\frac{1}{5} - bx)$ است. حاصل ab کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) $\frac{1}{5}$

- (۳) $\frac{1}{15}$ (۴) $-\frac{1}{15}$

۹۷- با توجه به نمودار تابع $y = \tan x$ و خط $y = \sqrt{3}$ ، طول نقطه M کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{3}$ (۲) $\frac{4\pi}{3}$

- (۳) $\frac{\pi}{6}$ (۴) $\frac{7\pi}{6}$

۹۸- تمام جواب‌های معادله $\cos 4x + \cos 2x = 0$ به صورت $x = k\pi + \frac{i\pi}{6}$ است. مقادیر i به کدام صورت است؟ ($k, q \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $i = 6q \pm 1$ (۲) $i = 3q + 2$ (۳) $i = 2q + 1$ (۴) $i = 3q$

۹۹- مجموع جواب‌های معادله $(3 \sin^2 x - 1)(3 \sin^2 x - 2)(3 \sin^2 x - 3) \dots (3 \sin^2 x - 100) = 0$ در $[0, 2\pi]$ کدام است؟

- (۱) 9π (۲) 10π (۳) 8π (۴) 21π

۱۰۰- جواب کلی معادله $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$ کدام است؟ ($k \in \mathbb{Z}$)

- (۱) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{8}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۹ تا ۳۱

پاسخ دادن به این سوالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۰۱- اگر $A = \begin{bmatrix} 2a & 1 \\ b & c \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به ازای کدام مقدار b ، ماتریس AB یک ماتریس اسکالر است؟

- (۱) ۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۱

۱۰۲- اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix}$ دو ماتریس تعویض پذیر باشند، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۱۰۳- اگر $A = \begin{bmatrix} a+2 & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & a+1 \\ -a & 1 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه به ازای کدام مقادیر a ، ماتریس $2A - B$ وارون پذیر نیست؟

- (۱) $-\frac{2}{5}, 1$ (۲) $\frac{2}{5}, 1$ (۳) $\frac{2}{5}, -1$ (۴) $-\frac{2}{5}, -1$

۱۰۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس $3A^{-1} - 2B^{-1}$ کدام است؟

- (۱) -۱۰ (۲) -۵ (۳) ۵ (۴) ۱۰

۱۰۵- به ازای چند مقدار m ، دستگاه معادلات $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$ بی‌شمار جواب دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

۱۰۶- اگر $A \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه سطر اول ماتریس A کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 & -5 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -2 & 5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 & -5 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \end{bmatrix}$

۱۰۷- اگر $A = \begin{bmatrix} |A| & 2 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه $|A| A^{-1}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۶۴

۱۰۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$ داده شده است. به همه درایه‌های A ، k واحد اضافه می‌کنیم و ماتریس جدید را B می‌نامیم. اگر

$|A| + |B| = 0$ باشد، آنگاه دترمینان ماتریس kA کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴) ۲

۱۰۹- اگر $D = \begin{vmatrix} 3 & -1 & a \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ باشد، آنگاه $\begin{vmatrix} 6 & -1 & 2a \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ کدام است؟

- (۱) D (۲) $-D$ (۳) $2D$ (۴) $-2D$

۱۱۰- اگر $A = \begin{bmatrix} 3|A| & 1 \\ 5 & 2|A| \end{bmatrix}$ و دترمینان ماتریس A و وارون آن برابر نباشند، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس A کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) $\frac{11}{6}$ (۳) $\frac{61}{6}$ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۱ تا ۳۰

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۱۱- اگر x و y دو عدد حقیقی نامنفی باشند، در اثبات نامساوی $x^2y + xy^2 \geq x^3 + y^3$ به روش بازگشتی، به کدام رابطه بدیهی می‌رسیم؟

$$(1) (x+y)^2(x-y) \geq 0 \quad (2) (x-y)^2(x^2+y^2) \geq 0$$

$$(3) (x-y)^2(x+y) \geq 0 \quad (4) (x^2+y^2)(x+y) \geq 0$$

۱۱۲- اگر در یک سال پنجم اردیبهشت شنبه باشد، آن‌گاه چهارشنبه سوری (آخرین سه‌شنبه سال) در آن سال چه روزی از ماه اسفند است؟

$$(1) ۲۴ \quad (2) ۲۵ \quad (3) ۲۶ \quad (4) ۲۷$$

۱۱۳- اگر m عددی طبیعی باشد، در این صورت حاصل $([12m^9, 4m^5], [2m^3, 6m^7])$ کدام است؟

$$(1) 12m^9 \quad (2) 4m^5 \quad (3) 2m^3 \quad (4) 6m^7$$

۱۱۴- اگر باقی‌مانده تقسیم عدد صحیح a بر 7 و 9 به ترتیب 5 و 4 باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم این عدد بر 63 کدام است؟

$$(1) 17 \quad (2) 23 \quad (3) 40 \quad (4) 46$$

۱۱۵- باقی‌مانده تقسیم 3^{45} بر 29 کدام است؟

$$(1) 2 \quad (2) 3 \quad (3) 26 \quad (4) 27$$

۱۱۶- اگر دو عدد $(4a-6)$ و $(7a+2)$ رقم یکسان برابر داشته باشند، رقم یکسان عدد $(2a-1)$ کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) 3 \quad (3) 5 \quad (4) 7$$

۱۱۷- عدد $abcabc$ بر کدام عدد ممکن است بخش پذیر نباشد؟

$$(1) 91 \quad (2) 121 \quad (3) 143 \quad (4) 77$$

۱۱۸- بزرگترین عدد سه رقمی x که در معادله $22x \equiv 22 \pmod{52}$ صدق می‌کند، چقدر است؟

$$(1) 998 \quad (2) 996 \quad (3) 988 \quad (4) 986$$

۱۱۹- به چند طریق می‌توان 92 کیلو آرد را در بسته‌های 3 و 5 کیلویی بسته‌بندی کرد؟

$$(1) 3 \quad (2) 4 \quad (3) 5 \quad (4) 6$$

۱۲۰- اگر $a \equiv 18$ و $b \equiv 12$ باشد، آنگاه معادله سیاله $ax+by=c$ به ازای کدام مقدار c می‌تواند دارای جواب باشد؟

$$(1) 16 \quad (2) 20$$

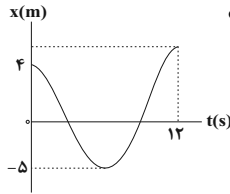
$$(3) 24 \quad (4) 28$$

محل انجام محاسبات

وقت پیشنهادی: ۱۵ دقیقه

فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست / دینامیک و حرکت دایره‌ای: صفحه‌های ۱ تا ۴۶

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

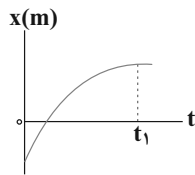
۱۲۱- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متوسط متحرک در ۱۲ثانیه اول حرکت $2 \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت متوسط متحرک در همین بازه زمانی چند متر بر ثانیه است؟

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

۱۲۲- نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در بازه زمانی صفر تا t_1 ، تندی

متحرک است و بردار مکان آن است.

(۱) در حال کاهش - یک بار تغییر جهت داده

(۲) در حال کاهش - تغییر جهت نداده

(۳) در حال افزایش - یک بار تغییر جهت داده

(۴) در حال افزایش - تغییر جهت نداده

۱۲۳- دو متحرک که با سرعت ثابت در حال حرکتند، هم‌زمان از نقطه A عبور می‌کنند و فاصله ۱۰۰ متری بین دو نقطه A و B را

روی یک خط راست طی می‌کنند. اگر یکی از دو متحرک ۵ ثانیه زودتر از متحرک دیگر به نقطه B برسد و اختلاف تندی دو

متحرک ۱ متر بر ثانیه باشد، تندی متحرک سریع‌تر چند متر بر ثانیه است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$6 \quad (1)$$

۱۲۴- متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 9s$

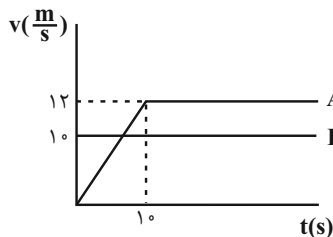
برابر با صفر باشد، نوع حرکت متحرک در سه ثانیه دوم حرکت چگونه است؟

(۱) پیوسته تندشونده

(۲) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده

(۳) پیوسته کندشونده

(۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۱۲۵- نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در لحظه $t = 0$ از مکان $x_0 = 0$ در مسیر مستقیمی می‌گذرند، مطابق شکل زیر

است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه دو متحرک به هم می‌رسند؟

$$5 \quad (1)$$

$$10 \quad (2)$$

$$20 \quad (3)$$

$$30 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۱۲۶- مردی که قد او $1/8$ متر است، با سرعت ثابت $5 \frac{m}{s}$ روی مسیری مستقیم و افقی در حال دویدن می‌باشد. پس‌ریجه‌ای از ارتفاع $46/8$ متری سطح زمین، سنگی را رها می‌کند. اگر سنگ به سر مرد برخورد کند، در لحظه رها شدن سنگ، فاصله افقی مرد تا محل رها شدن سنگ چند متر بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

۲۲/۵ (۴)

۲۰ (۳)

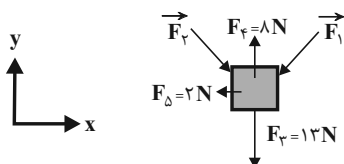
۱۵ (۲)

۷/۵ (۱)

۱۲۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) به خاصیتی که اجسام میل دارند وضعیت حرکت خود را هنگامی که نیروی خالص وارد بر آنها صفر است، حفظ کنند، لختی گفته می‌شود.
 (۲) نیروی کنش و واکنش همواره هم‌اندازه، هم‌راستا و هم‌نوع‌اند.
 (۳) اگر جسمی از حالت سکون شروع به حرکت کند، برآیند نیروهای وارد بر آن برابر با صفر است.
 (۴) برای ادامه حرکت یک جسم، حتماً نباید به آن نیرو وارد شود.

۱۲۸- در شکل مقابل همه نیروهای وارد بر جسم نشان داده شده و جسم در حال تعادل است. $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ بر حسب نیوتون کدام گزینه می‌باشد؟

-۲ \vec{i} - ۲ \vec{j} (۱)۲ \vec{i} + ۲ \vec{j} (۲)-۲ \vec{i} - ۵ \vec{j} (۳)۲ \vec{i} + ۵ \vec{j} (۴)

۱۲۹- وزن یک قطعه طلا به جرم $200g$ در سطح کره ماه تقریباً چند برابر وزن آن در سطح کره مریخ است؟ ($\frac{N}{kg}$ زمین $= 9/8$ ،

$$g_{\text{ماه}} = 1/6 \frac{N}{kg} \text{ و } g_{\text{مریخ}} = 3/7 \frac{N}{kg}$$

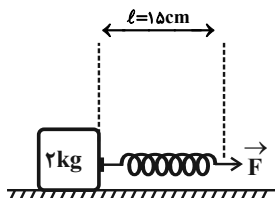
۰/۲۸ (۴)

۰/۱۶ (۳)

۲/۳۱ (۲)

۰/۴۳ (۱)

۱۳۰- مطابق شکل زیر، فنری افقی و سبک با طول عادی $\ell_0 = 10cm$ و ثابت فنر $k = 100 \frac{N}{m}$ ، تحت اثر نیروی افقی \vec{F} قرار گرفته و جسم متصل به فنر روی سطح افقی در حال سکون است. اندازه نیروی \vec{F} را چند درصد افزایش دهیم تا جسم در آستانه حرکت قرار گیرد؟ ($\mu_s = 0/5$ ، $\mu_k = 0/2$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



۱۰۰ (۱)

۵۰ (۲)

۷۵ (۳)

۲۵ (۴)

محل انجام محاسبات

شیمی ۳- تاریخچه صابون + پاکیزگی محیط + اسیدها و بازها + رسانایی الکتریکی + ثابت تعادل + ثابت یونش + pH + شویندهها: صفحه‌های ۱ تا ۳۶ وقت پیشنهادی: ۱۰ دقیقه

پاسخ دادن به این سؤالات برای همه دانش‌آموزان اختیاری است.

۱۳۱- کدام گزینه درست است؟

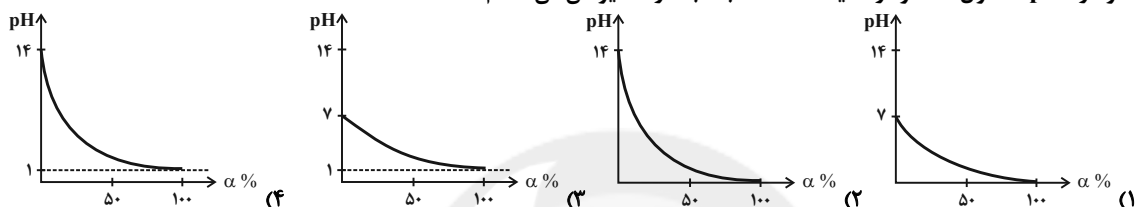
(۱) فرمول شیمیایی پاک‌کننده صابونی جامد با گروه هیدروکربنی خطی و سیرشده که تعداد کل کربن‌ها ۱۸ می‌باشد، به صورت $\text{CH}_3(\text{CH}_2)_{17}\text{COONa}$ است.

(۲) صابون مایع بر خلاف صابون جامد، قدرت پاک‌کنندگی خود را در آب سخت حفظ می‌کند.

(۳) نمک‌های فسفات به‌کار رفته در صابون‌ها با یون‌های کلسیم و منیزیم واکنش داده و از تشکیل رسوب صابون و ایجاد لکه بر روی لباس جلوگیری می‌کنند.

(۴) پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، بر اساس واکنش میان ذره‌ها عمل می‌کنند.

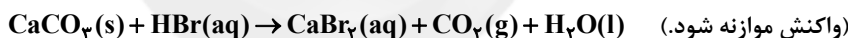
۱۳۲- نمودار pH محلول ۰/۱ مولار اسید HA نسبت به درصد یونش آن کدام است؟



۱۳۳- در ۴۰۰ میلی‌لیتر محلول سولفوریک اسید با چگالی 1.2 g.mL^{-1} و $\text{pH} = 1/04$ غلظت یون هیدروکسید به تقریب چند ppm است؟ ($\text{O} = 16, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$) ($3 \approx 10^{0.48}$) (دما را 25°C در نظر بگیرید.)

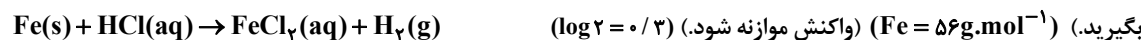
(۱) $1/57 \times 10^{-10}$ (۲) $1/57 \times 10^{-9}$ (۳) $1/83 \times 10^{-9}$ (۴) $1/83 \times 10^{-10}$

۱۳۴- به ۳۰ میلی‌لیتر محلول HBr با $\text{pH} = 2$ مقدار کافی کلسیم کربنات اضافه می‌کنیم تا به‌طور کامل واکنش دهد. چند میلی‌لیتر گاز کربن دی‌اکسید با چگالی 1.8 g.L^{-1} در پایان واکنش تولید می‌شود؟ ($\text{C} = 12, \text{O} = 16, \text{H} = 1; \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱۳/۲ (۲) ۸/۲۵ (۳) ۱۴/۴ (۴) ۷/۱

۱۳۵- یک میخ آهنی به جرم ۱۰ g را در یک لیتر محلول HCl با $\text{pH} = 0.7$ در دمای 25°C قرار می‌دهیم. اگر پس از مدتی حجم گاز هیدروژن تولید شده برابر ۱/۱۲ لیتر باشد، در این مدت pH محلول به اندازه واحد و جرم میخ به اندازه گرم دچار تغییر می‌شود. گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. از تغییر حجم محلول صرف‌نظر کنید. حجم مولی گاز را برابر ۲۲/۴ لیتر در نظر



(۱) ۱/۴ ، ۰/۵ (۲) ۱/۴ ، ۰/۳ (۳) ۲/۸ ، ۰/۳ (۴) ۲/۸ ، ۰/۵

۱۳۶- کدام گزینه درست است؟

(۱) درصد یونش ۲٪ برای اسید HA، به این معناست که به ازای انحلال ۱۰۰ مولکول HA، ۲ یون آب‌پوشیده تولید می‌شود.

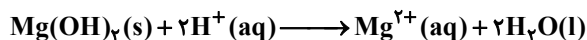
(۲) در شرایط یکسان، محلول ۰/۱ مولار هیدروکلریک اسید در مقایسه با محلول ۰/۱ مولار استیک اسید، $[\text{OH}^-]$ بیش‌تر است.

(۳) درجه یونش و ثابت یونش، دو معیار برای مقایسه قدرت اسیدها است که هر دو فقط به دما بستگی دارند.

(۴) در اسید حاصل از حل شدن اکسید ۷ اتمی نیتروژن، می‌توان از برگشت‌پذیری فرایند یونش چشم‌پوشی کرد.

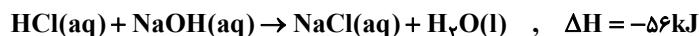
محل انجام محاسبات

۱۳۷- در معده شخصی، روزانه ۳ لیتر شیرۀ معده تولید می‌شود که غلظت یون هیدرونیوم آن 0.3 mol.L^{-1} است. با مصرف $2/32$ گرم شیر منیزی (Mg(OH)_2)، توسط این شخص، pH معده وی به چند می‌رسد و در اثر مصرف این دارو pH چند واحد تغییر کرده است؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید. $\log 3 \approx 0.5$ ، $\text{Mg(OH)}_2 = 58 \text{ g.mol}^{-1}$)



(۱) ۱/۵، ۲ (۲) ۱، ۲ (۳) ۱/۵، ۲/۵ (۴) ۱، ۲/۵

۱۳۸- یک لیتر محلول HCl با غلظت ۰/۱ مولار در اختیار است. با افزودن مقداری سدیم هیدروکسید به این محلول مطابق معادله زیر با هم واکنش داده و طی آن $1/12 \text{ kJ}$ گرما آزاد می‌شود. pH محلول چند واحد تغییر می‌کند؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر شود) ($\log 2 \approx 0.3$)



(۱) ۱/۱ (۲) ۰/۱ (۳) ۰/۴ (۴) ۱/۴

۱۳۹- کدام مطلب درباره پاک‌کننده‌ها نادرست است؟

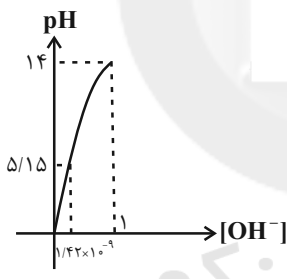
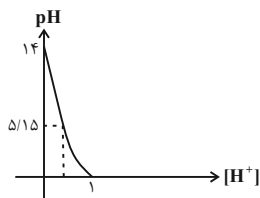
(۱) قدرت پاک‌کنندگی RCOOK مانند صابون RCOONa در آب چشمه بیشتر از آب دریا است.

(۲) با جایگزین کردن SO_3^- به جای COO^- در صابون‌ها، انحلال‌پذیری آن در آب سخت افزایش می‌یابد.

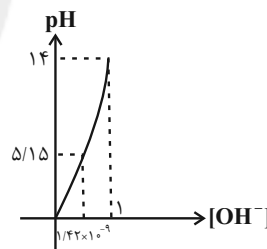
(۳) صابونی که بخش هیدروکربنی کوتاه‌تری دارد، چربی را بهتر در آب پخش می‌کند.

(۴) اساس کار پاک‌کننده‌های خورنده، واکنش با آلاینده‌ها و تبدیل آن‌ها به مواد محلول در آب است.

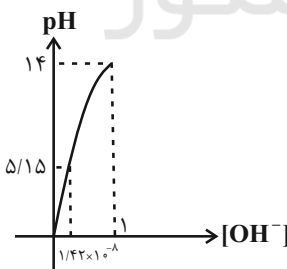
۱۴۰- شکل روبه‌رو قسمتی از نمودار pH بر حسب $[\text{H}^+]$ یک اسید را نمایش می‌دهد. نمودار pH بر حسب $[\text{OH}^-]$ این اسید چگونه است؟ (دما 25°C و $\log 7 \approx 0.85$)



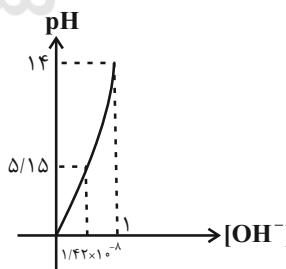
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

محل انجام محاسبات



دفترچه پاسخ

آزمون ۲۵ شهریور ۱۴۰۱

اختصاصی دوازدهم ریاضی (نظام جدید)

پدیدآورندگان

نام درس	نام طراحان
ریاضی پایه و حسابان ۲	محمد مصطفی ابراهیمی - مصطفی بهنام مقدم - محمد پوراحمدی - محمد پیمانی - رضا توکلی - سهیل حسن خان پور - یوسف حسینی عادل حسینی - عاطفه خان محمدی - طاهر دادستانی - زهره رامشینی - نیما زارع - عرفان صادقی - رادمهر عبادالهی - حمید علیزاده کیان کریمی خراسانی - حمید مامقادر - محمدجواد محسنی - سینا محمدپور - احمد مهربانی - اسماعیل میرزایی - جهانبخش نیکنام شهرام ولایی - فهیمه ولیزاده - وحید ون آبادی
هندسه	امیر حسین ابومحبوب - محمد بحیرایی - سعید جعفری کافی آباد - جواد حاتمی - سیدمحمدرضا حسینی فرد - افشین خاصه خان - محمد خندان کیوان دارابی - محمد صحت کار - رضا عباسی اصل - فرشاد فرامرزی - سهام مجیدی پور - نوید مجیدی - حمید محمدی نویسی - مهدی نیکزاد امیر وفاتی
آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	امیر حسین ابومحبوب - حمیدرضا امیری - علی ایمانی - افشین خاصه خان - فرزانه خاکپاش - کیوان دارابی - مسعود درویشی علیرضا شریف خطیبی - محمد صحت کار - مرتضی فهیم علوی - مجید محمدی نویسی - امیر وفاتی
فیزیک	خسرو ارغوانی فرد - بابک اسلامی - عباس اصغری - محمد اکبری - احسان ایرانی - مهدی آذر نسب - زهره آقامحمدی - امیر حسین برادران - محسن پیگان محسن توانا - ناصر خوارزمی - بیتا خورشید - محمدعلی راست پیمان - فرشید رسولی - کاظم شاهملکی - مصطفی کیانی - امیر حسین مجوزی غلامرضا محبی - سعید نصیری - شادمان ویسی
شیمی	محمد آخوندی - نوید آرمان - قادر باخاری - امیرعلی بر خوردار یون - ایمان دریابک - حمید ذبخی - حسن رحمتی کوکنده - جعفر رحیمی علیرضا رضایی سراب - امید رضوانی - روزبه رضوانی - محمدرضا زهره نوند - علیرضا شیخ الاسلامی پول - میلاد شیخ الاسلامی خیایوی ساجد شیری - مسعود طبر سا - رسول عابدینی زواره - محمد عظیمیان زواره - حسن عیسی زاده - امیر حسین معروفی - امین نوروزی سیدرحیم هاشمی دهکردی - اکبر هنرمند

گزینشگران و ویراستاران

نام درس	ریاضی پایه و حسابان ۲	هندسه	آمار و احتمال و ریاضیات گسسته	فیزیک	شیمی
گزینشگر	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	ایمان حسین نژاد
گروه ویراستاری	علی ارجمند	مهرداد ملوندی	مهرداد ملوندی	زهره آقامحمدی حمید زرین کفش	یاسر راش محمدحسن محمدزاده مقدم یلدا بشیری
مسئول درس	عادل حسینی	امیر حسین ابومحبوب	امیر حسین ابومحبوب	بابک اسلامی	امیر حسین مسلمی
مستند سازی	سمیه اسکندری	سرژ یقیازاریان تبریزی	سرژ یقیازاریان تبریزی	محمدرضا اصفهانی	سمیه اسکندری

گروه فنی و تولید

مدیر گروه	محمد اکبری
مسئول دفترچه	نرگس غنی زاده
گروه مستندسازی	مدیر گروه: مازیار شیروانی مقدم مسئول دفترچه: محمدرضا اصفهانی
حروفنگار	میلاد سیاوشی
ناظر چاپ	سوران نعیمی

گروه آزمون

بنیاد علمی آموزشی قلمچی (وقف عام)

دفتر مرکزی: خیابان انقلاب بین صبا و فلسطین - پلاک ۹۲۳ - کانون فرهنگی آموزش - تلفن: ۰۲۱.۶۶۶۳

حسابان ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(3x^2 - x)] = \lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)]$$

در یک همسایگی چپ $x=2$ نیز تساوی $f(x)=1$ برقرار است. بنابراین داریم:

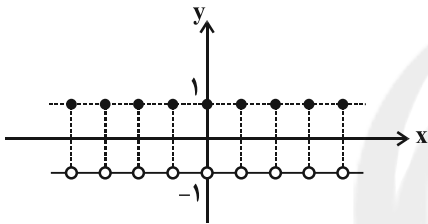
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} [f(x)] = 1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(ظاهر درستانی)

۴- گزینه «۴»

با رسم تابع f به وضوح می‌بینیم که همواره $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -1$ است.



$$\Rightarrow A = (-1) + (-1) - (-1) = -1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(یوسف عسینی)

۵- گزینه «۳»

$$D_f : x^4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) \geq 0$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, +\infty)$$

(الف) نادرست- زیرا تابع f در همسایگی صفر تعریف نشده است.

(ب) درست- زیرا تابع f در همسایگی چپ ۱- تعریف شده و حدی برابر صفر دارد.

(پ) درست- زیرا تابع f در همسایگی راست ۱ تعریف شده و حدی برابر صفر دارد.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(ممدیوار مفسنی)

۱- گزینه «۳»

$$2x \in (-x+2, 5) \Rightarrow \begin{cases} -x+2 < 2x \Rightarrow \frac{2}{3} < x \\ 2x < 5 \Rightarrow x < \frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow x \in \left(\frac{2}{3}, \frac{5}{2}\right)$$

فقط $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$ از میان اعداد صحیح در این بازه قرار دارد.

(مسایان ۱- صفحه ۱۱۸)

(ممد پورامردی)

۲- گزینه «۴»

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} f(x) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -1, \quad f(3) = -3$$

پس حاصل عبارت مورد نظر برابر $1 + (-1) + (-3) = -3$ است.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۲۳ تا ۱۲۹)

(عارل مسینی)

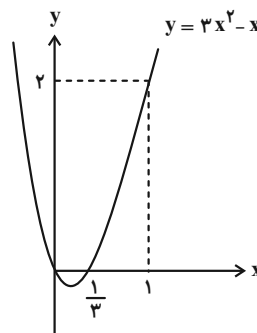
۳- گزینه «۲»

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^2 - x) = 2$$

در ابتدا داریم:

حال با توجه به سهمی $y = 3x^2 - x$ ، می‌بینیم که در یک همسایگی چپ

$x=1$ ، تابع از مقادیر کمتر از ۲ به آن نزدیک می‌شود:



پس می‌توانیم بنویسیم:

۶- گزینه «۳»

(سینا ممبرپور)

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (1 - x^2) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x^2) = 1 \end{cases} \Rightarrow \text{حد راست} = \text{حد چپ} = 1$$

لذا مقدار تابع در نقطه $x = 0$ ، هر چه باشد، تاثیری در موجود بودن حد تابع

f در این نقطه ندارد. در نتیجه $f(0) = m$ ، هر مقدار دلخواهی را می‌تواند

اختیار کند.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)

۷- گزینه «۱»

(شهرام ولایی)

اگر $2 \leq a < 3$ باشد، حد تابع موجود نیست، زیرا مخرج صفر مطلق

می‌شود.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{|x|^2 - 4}{|x| - 2} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{(|x| - 2)(|x| + 2)}{|x| - 2} = \lim_{x \rightarrow a^+} (|x| + 2) = b$$

چون a نمی‌تواند در بازه $[2, 3]$ باشد، پس حد $[X]$ ، وقتی $x \rightarrow a^+$

هیچ‌گاه 2 نخواهد شد، پس b هیچ‌گاه 4 نمی‌شود.

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۸- گزینه «۳»

(فویمه ولی‌زاده)

با حد صفر صفرم مواجه هستیم:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 8x}{\sqrt[3]{x} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)}{\sqrt[3]{x} - 2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4}{\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)}{(x-8)(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 8} x(\sqrt[3]{x^2} + 2\sqrt[3]{x} + 4) = (8)(\sqrt[3]{8^2} + 2\sqrt[3]{8} + 4) = (8)(4 + 2 + 4) = 96 \end{aligned}$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴۱ تا ۱۴۴)

۹- گزینه «۲»

(مهمرمصطفی ابراهیمی)

برای این که حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - a}{\cos^2 x}$ موجود باشد، باید صورت به‌ازای

$x = \frac{\pi}{4}$ صفر شود چرا که مخرج صفر است. پس $a = 1$ می‌باشد.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} f(x) = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\pi \cos x + \sin x}$$

$$= \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = -1$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} + b = 1 + b$$

اگر تابع پیوسته باشد، مقادیر به‌دست آمده باید برابر باشند:

$$\Rightarrow 1 + b = -1 \Rightarrow b = -2$$

$$\Rightarrow a + b = 1 - 2 = -1$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)

(وحید ون‌آبادی)

۱۰- گزینه «۳»

تابع $y = [x]$ در نقاط $x = 2$ و $x = 3$ ناپیوسته است، این یعنی برای

اینکه تابع f در این نقاط نیز پیوسته باشد، این دو مقدار باید صفرهای عبارت

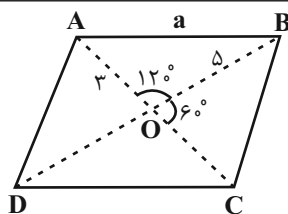
$2x^2 + ax + b$ باشند:

$$S = 5 \Rightarrow \frac{-a}{2} = 5 \Rightarrow a = -10$$

$$P = 6 \Rightarrow \frac{b}{2} = 6 \Rightarrow b = 12$$

$$\Rightarrow a + b = 2$$

(مسایان ۱- صفحه‌های ۱۴۵ تا ۱۵۱)



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2OA \times OB \times \cos 120^\circ$$

$$\Rightarrow a^2 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 34 + 15 = 49 \Rightarrow a = 7$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

(ممبر فندان)

۱۴- گزینه «۳»

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 4 + 16 - 2(2)(4)\left(-\frac{1}{2}\right) = 28$$

از طرفی طبق قضیه میانه‌ها داریم:

$$b^2 + c^2 = 2m_a^2 + \frac{a^2}{2} \Rightarrow 4 + 16 = 2m_a^2 + 14$$

$$\Rightarrow 2m_a^2 = 6 \Rightarrow m_a^2 = 3 \Rightarrow m_a = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۴ تا ۶۹)

(فرشار فرامرزی)

۱۵- گزینه «۴»

اگر شعاع دایره محیطی مثلث ABC برابر R باشد، آن‌گاه طبق قضیه سینوس‌ها

داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \Rightarrow \frac{a+b+c}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{\sin A + \sin B + \sin C} = 2 \times 1 \Rightarrow \sin A + \sin B + \sin C = \sqrt{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

هندسه ۲

۱۱- گزینه «۴»

(سعید یعقوبی کافی آبار)

به کمک قضیه سینوس‌ها می‌توان نوشت:

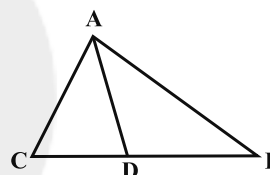
$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{8}{\sin 120^\circ} = 2R$$

$$\Rightarrow 2R = \frac{8}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow R = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۲ تا ۶۵)

۱۲- گزینه «۱»

(امیر حسین ابومحبوب)



طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{BD}{BD+CD} = \frac{2}{2+1}$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = 6, CD = 3$$

$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD = 8 \times 4 - 6 \times 3 = 32 - 18$$

$$\Rightarrow AD^2 = 14 \Rightarrow AD = \sqrt{14}$$

(هندسه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۰ تا ۷۲)

(افشین فاصه‌فان)

۱۳- گزینه «۱»

مطابق شکل و با توجه به قضیه کسینوس‌ها در مثلث OAB داریم:

$$= \frac{۶۳\sqrt{۳}}{۴} - \frac{۱۵\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۴۸\sqrt{۳}}{۴} = ۱۲\sqrt{۳}$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۶۶ تا ۶۹ و ۷۴)

(امیر وغانی)

۱۹- گزینه «۲»

طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta AMB: \text{نیمساز است. } MP \Rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AM}{MB} \\ \Delta AMC: \text{نیمساز است. } MQ \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \end{array} \right\} \xrightarrow{MB=MC} \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

$$\xrightarrow{\text{عکس قضیه تالس}} PQ \parallel BC \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{ABC}} = \left(\frac{AP}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم اگر دو مثلث در یک رأس مشترک بوده و قاعده مقابل به این

رأس آنها روی یک خط راست باشد، نسبت مساحت‌های آنها برابر با نسبت اندازه

قاعده‌های آنهاست، بنابراین داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} = \frac{MC}{BC} = \frac{1}{2} \\ \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{AQ}{AC} = \frac{2}{5} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{S_{AMC}}{S_{ABC}} \times \frac{S_{AMQ}}{S_{AMC}} = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}} = \frac{1}{5} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{\frac{S_{APQ}}{S_{ABC}}}{\frac{S_{AMQ}}{S_{ABC}}} = \frac{\frac{4}{25}}{\frac{1}{5}} \Rightarrow \frac{S_{APQ}}{S_{AMQ}} = \frac{4}{5}$$

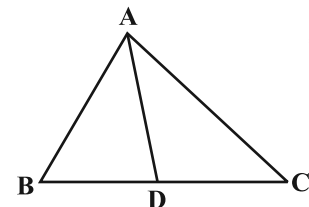
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۱ صفحه ۷۲)

(یوار غامی)

۲۰- گزینه «۳»

با در اختیار داشتن طول دو ضلع مثلث و اندازه زاویه بین این دو ضلع، طول نیمساز

داخلی زاویه از رابطه زیر محاسبه می‌شود:



$$AD = \frac{2bc \cos \frac{A}{2}}{b+c} = \frac{2 \times 8 \times 6 \times \cos 60^\circ}{8+6} = \frac{2 \times 48 \times \frac{1}{2}}{14} = \frac{48}{14} = \frac{24}{7}$$

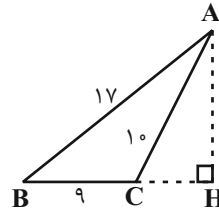
(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه‌های ۷۵ و ۷۶)

(سید ممد رضا حسینی فرد)

۱۶- گزینه «۲»

مثلث منفرجه الزاویه است $\Rightarrow 17^2 > 10^2 + 9^2$

ابتدا به کمک رابطه هرون، مساحت مثلث ABC را به دست می‌آوریم:



$$P = \frac{17+10+9}{2} = 18 \Rightarrow S = \sqrt{18(18-17)(18-10)(18-9)}$$

$$= \sqrt{18 \times 1 \times 8 \times 9} = 36$$

$$S = \frac{AH \times BC}{2} \Rightarrow 36 = \frac{AH \times 9}{2} \Rightarrow AH = 8$$

$$\Delta ACH: CH = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: صفحه‌های ۷۳ و ۷۴)

(امیر حسین ابومصوب)

۱۷- گزینه «۲»

طبق قضیه استوارت در مثلث ABC داریم:

$$AB^2 \times DC + AC^2 \times BD = AD^2 \times BC + BD \times DC \times BC$$

$$\Rightarrow 49 \times 6 + AC^2 \times 3 = 36 \times 9 + 3 \times 6 \times 9$$

$$\Rightarrow 294 + 3AC^2 = 324 + 162 \Rightarrow 3AC^2 = 192$$

$$\Rightarrow AC^2 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

(هنر سه ۲- روابط طولی در مثلث: مشابه تمرین ۵ صفحه ۶۹)

(امیر حسین ابومصوب)

۱۸- گزینه «۱»

طبق قضیه کسینوس‌ها در مثلث ADE داریم:

$$DE^2 = AD^2 + AE^2 - 2AD \times AE \times \cos A$$

$$\Rightarrow 49 = 9 + 25 - 2 \times 3 \times 5 \times \cos A \Rightarrow 2 \times \cos A = -15$$

$$\Rightarrow \cos A = -\frac{1}{2} \Rightarrow \hat{A} = 120^\circ$$

$$S_{DECB} = S_{ABC} - S_{ADE}$$

$$= \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin A - \frac{1}{2} AD \times AE \times \sin A$$

$$= \frac{1}{2} \times 7 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

آمار و احتمال

۲۱- گزینه «۲»

(افشین فاضلان)

روش‌های جمع‌آوری داده‌ها عبارت‌اند از: مشاهده، پرسش‌نامه، مصاحبه و دادگان.

بنابراین پیش‌بینی علمی و منطقی از روش‌های جمع‌آوری داده‌ها نیست.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۲ تا ۱۱۴)

۲۲- گزینه «۴»

(علی ایمانی)

انتخاب نفرات اول تا سوم ممتاز هر کلاس، پدیده‌ای تصادفی و احتمالی نیست

و این افراد با توجه به نمرات، کاملاً معین هستند. پس نمونه‌گیری غیراحتمالی

است.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۸)

۲۳- گزینه «۴»

(امیرسین ابومضوب)

برابری اندازه‌ی طبقات از ویژگی‌های نمونه‌گیری سیستماتیک است. در

نمونه‌گیری طبقه‌ای، جامعه صرفاً به زیرجامعه‌های مجزا تقسیم می‌شود و از

هر طبقه، یک نمونه تصادفی ساده انتخاب می‌گردد.

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ تا ۱۰۷)

۲۴- گزینه «۳»

(مرتضی فعیم‌علوی)

میانگین جامعه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+2+\dots+8}{8} = 4.5$$

بنابراین اگر یک نمونه ۶ تایی میانگین را دقیق برآورد کند، باید میانگین

نمونه برابر ۴/۵ باشد، در این صورت مجموع اعضای این نمونه برابر است با:

$$6 \times 4.5 = 27$$

و با توجه به اینکه مجموع تمامی اعضای جامعه برابر با

$$36 = 1 + 2 + \dots + 8$$
 است، می‌توان نتیجه گرفت که مجموع دو عضوی که

در نمونه نمی‌باشند برابر با ۹ است. بنابراین این دو عضو حالات زیر را دارند:

$$\{1, 8\}, \{2, 7\}, \{3, 6\}, \{4, 5\}$$

تعداد کل نمونه‌های ۶ تایی برابر است با:

$$\binom{8}{6} = \frac{8!}{6!2!} = 28$$

بنابراین احتمال اینکه یک نمونه ۶ تایی میانگین جامعه را دقیق برآورد کند،

برابر است با:

$$P(A) = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۸ تا ۱۲۰)

۲۵- گزینه «۲»

(مهیر ممدی نویسی)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 0.4 = \frac{\sigma}{\sqrt{625}} \Rightarrow 0.4 = \frac{\sigma}{25}$$

$$\Rightarrow \sigma = 25 \times 0.4 = 10 \Rightarrow \sigma^2 = 100$$

(آمار و احتمال - آمار استنباطی؛ صفحه ۱۲۱)



۲۶- گزینه «۳»

(امیر وفائی)

چون دو قسمت از ده قسمت به طور کامل انتخاب شده است، پس نمونه‌گیری

خوشه‌ای صورت گرفته است. اگر اندازه نمونه را با n و اندازه جامعه را با N نمایش دهیم، احتمال انتخاب هر واحد آماری برابر است با:

$$P = \frac{n}{N} = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۰۵ و ۱۰۶)

۲۷- گزینه «۴»

(امیر مسین ابومصوب)

اگر یک روش نمونه‌گیری از نمونه‌گیری ایده‌آل فاصله بگیرد و به سمتی

خاص انحراف پیدا کند، آن روش نمونه‌گیری اریب است. بنابراین

آمارشناسان تلاش می‌کنند تا با شناسایی منابع تولید اریبی، نمونه‌گیری‌ها را تا

جایی که می‌توانند نارایب کنند و در واقع نمونه‌گیری نارایب، ارزش بالایی

برای بررسی یک جامعه دارد.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۱۰، ۱۱۵ و ۱۲۲)

۲۸- گزینه «۱»

(امیر وفائی)

چون ۴ نفر تاکنون انتخاب شده‌اند، پس ۲۶ نفر باقی مانده است. حال فرد

موردنظر در انتخاب پنجم نباید برگزیده شود و سپس در انتخاب ششم باید

به عنوان عضو نمونه انتخاب گردد، پس احتمال موردنظر برابر است با:

$$P = \frac{25}{26} \times \frac{1}{25} = \frac{1}{26}$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۱؛ صفحه ۱۱۶)

۲۹- گزینه «۲»

(فخرزانه فاکپاش)

میانگین این نمونه برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{1+1+2+3+3+4+4+4+5}{9} = \frac{27}{9} = 3$$

اگر μ میانگین جامعه و σ و n به ترتیب انحراف معیار و اندازه نمونه

باشند، آن‌گاه داریم:

$$\bar{x} - \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 3 - \frac{2 \times 1/5}{3} \leq \mu \leq 3 + \frac{2 \times 1/5}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \leq \mu \leq 4 \Rightarrow \mu \in [2, 4]$$

بنابراین طول بازه اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه، برابر ۲ است.

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ صفحه‌های ۱۲۱ و ۱۲۲)

۳۰- گزینه «۱»

(فخرزانه فاکپاش)

میانگین اعداد صحیح از صفر تا N برابر است با:

$$\mu = \frac{0+1+2+\dots+N}{N+1} = \frac{\frac{N(N+1)}{2}}{N+1} = \frac{N}{2}$$

از طرفی میانگین نمونه انتخابی برابر است با:

$$\bar{x} = \frac{2+3+5+7+8+11}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

بنابراین داریم:

$$\mu = \bar{x} \Rightarrow \frac{N}{2} = 6 \Rightarrow N = 12$$

(آمار و احتمال- آمار استنباطی؛ مشابه تمرین ۲؛ صفحه ۱۲۵)

فیزیک ٢

گزینه «٣» - ٣١

(زهره آقاممیری)

(١) اگر پیچه را از دو طرف بکشیم، در بازه زمانی معین، مساحت حلقه تغییر می کند و طبق رابطه شار مغناطیسی ($\Phi = AB \cos \theta$) با تغییر شار، در پیچه جریان القایی ایجاد می شود.

(٢) اگر پیچه را حول محور عمود بر میدان مغناطیسی بچرخانیم، در بازه زمانی معین، زاویه بین نیم خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی (θ) تغییر کرده و در نتیجه، در پیچه جریان القایی ایجاد می شود.

(٣) اگر پیچه را حول محوری موازی با خطهای میدان بچرخانیم، زاویه بین نیم خط عمود بر سطح پیچه و میدان مغناطیسی ثابت است. در نتیجه شار مغناطیسی ثابت است و جریانی در پیچه القا نمی شود.

(٤) اگر در یک بازه زمانی معین، جهت میدان را تغییر دهیم، شار ابتدا کاهش سپس افزایش می یابد و در پیچه جریان القایی ایجاد می شود.

پس گزینه «٣» جواب صحیح است.

(فیزیک ٢- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه های ١١٠ تا ١١٦)

گزینه «١» - ٣٢

(امیرمسین میوزی)

در حالت اول، شار بیشینه است: $\Phi_1 = BA$ (*)
در حالت دوم، زاویه نیم خط عمود بر سطح قاب با خطوط میدان مغناطیسی برابر با $\theta = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$ است.

$$\Phi_2 = BA \cos 37^\circ = 0.8 BA \xrightarrow{(*)} \Phi_2 = 0.8 \Phi_1$$

پس شار عبوری از قاب ٢٠ درصد کاهش می یابد.

(فیزیک ٢- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه های ١١٠ تا ١١٦)

گزینه «٢» - ٣٣

(زهره آقاممیری)

با توجه به قانون القای الکترومغناطیسی فاراده داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \xrightarrow{\Phi = AB \cos \theta} \bar{\varepsilon} = -NA \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

در بازه زمانی صفر تا ١/١٨ داریم:

$$\bar{\varepsilon}_1 = -800 \times 25 \times 10^{-4} \times \frac{(0 - 0.4)}{0.1} = 8V$$

در بازه ١/١٨ تا ١/١٥٨ داریم:

$$\bar{\varepsilon}_2 = -800 \times 25 \times 10^{-4} \times \frac{0.4 - 0}{0.05} = -16V$$

(فیزیک ٢- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه های ١١٠ تا ١١٦)

گزینه «١» - ٣٤

(مهمعلی راست پیمان)

می دانیم نیروی محرکه القایی متوسط در سیمولوله از رابطه زیر به دست

$$\bar{\varepsilon} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{می آید.}$$

شیب خط است و این شیب ثابت است، بنابراین نیروی محرکه القایی

$$\varepsilon = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \quad \text{متوسط و لحظه ای برابرند.}$$

$$\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \frac{8 \times 10^{-4} - (-2 \times 10^{-4})}{5 \times 10^{-2}} = \frac{10 \times 10^{-4}}{5} = 2 \times 10^{-3} V$$

$$|\varepsilon| = |-400 \times 2 \times 10^{-3}| = 8 \times 10^{-2} V$$

با توجه به قانون اهم داریم:

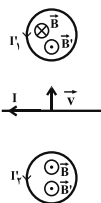
$$\bar{I} = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} = \frac{8 \times 10^{-2}}{10} = 8 \times 10^{-3} A$$

(فیزیک ٢- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب؛ صفحه های ١١٠ تا ١١٦)

گزینه «٤» - ٣٥

(مصطفی کیانی)

ابتدا جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان سیم مستقیم I را در درون حلقه ها تعیین می کنیم. با توجه به قاعده دست راست، میدان مغناطیسی سیم حامل جریان I ، در حلقه (١) درون سو و در حلقه (٢) برون سو است.



چون سیم به حلقه (١) نزدیک و از حلقه (٢) دور می شود، تجمع خطهای میدان مغناطیسی در حلقه (١) افزایش و در حلقه (٢) کاهش می یابد. بنابراین، طبق قانون لنز، باید جریان القایی در حلقه (١) پادساعتگرد باشد تا



(عباس اصغری)

۳۸- گزینه «۲»

ابتدا دوره تناوب را به دست می آوریم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1500}{60} = 25 \text{ s}$$

اکنون معادله جریان متناوب را به دست می آوریم:

$$I = I_m \sin \frac{2\pi}{T} t = \frac{I_m = 4A}{T = \frac{1}{25} \text{ s}} \rightarrow I = 4 \sin 50\pi t$$

$$t = 15 \text{ ms} = 15 \times 10^{-3} \text{ s} \rightarrow I = 4 \sin(50\pi \times 15 \times 10^{-3})$$

$$\Rightarrow I = 4 \sin \frac{3\pi}{4} \Rightarrow I = 2\sqrt{2} A$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(مهدی آزرنسب)

۳۹- گزینه «۳»

مطابق قانون القای الکترومغناطیسی فاراده، در یک مولد جریان متناوب، با تغییر شار مغناطیسی گذرنده از سیم پیچ مولد، در دو سر آن اختلاف پتانسیل الکتریکی به وجود می آید. با استفاده از رابطه شار مغناطیسی عبوری و جریان القایی، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= \Phi_m \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_m} = \cos \frac{2\pi}{T} t \\ I &= I_m \sin \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow \frac{I}{I_m} = \sin \frac{2\pi}{T} t \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left(\frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^2 + \left(\frac{I}{I_m} \right)^2 = 1$$

$$\frac{I}{I_m} = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \left(\frac{\Phi}{\Phi_m} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{\Phi}{\Phi_m} = \frac{1}{2}$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۶)

(امسان ایرانی)

۴۰- گزینه «۳»

عبارات «الف»، «ج» و «د» صحیح است.

سایر عبارات:

دلیل نادرستی عبارت «ب»: در مولدهای صنعتی، پیچها ساکن و آهنرباها به دور آنها می چرخند.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۲ تا ۱۲۷)

میدان مغناطیسی آن برون سو شود و بتواند با افزایش میدان مغناطیسی درون سوی حاصل از سیم حامل جریان I مخالفت کند. برای حلقه (۲) نیز که میدان مغناطیسی برون سوی ناشی از جریان سیم در آن در حال کاهش است، باید جریان القایی پادساعتگرد باشد تا میدان مغناطیسی برون سوی حاصل از آن با کاهش میدان مغناطیسی برون سوی حاصل از سیم حامل جریان مخالفت کند. بنابراین، جهت جریان القایی در هر دو حلقه پادساعتگرد است.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(ممسس پیکان)

۳۶- گزینه «۴»

با کاهش مقاومت رثوستا، جریان ساعتگرد عبوری از حلقه خارجی افزایش یافته و باعث افزایش میدان مغناطیسی درون سو و در نتیجه افزایش شار مغناطیسی عبوری از حلقه داخلی می شود. بنابر قانون لنز، جهت جریان القایی در جهتی است که آثار مغناطیسی ناشی از آن با تغییر شار مخالفت کند، بنابراین در حلقه داخلی جریانی پادساعتگرد ایجاد می شود تا با افزایش شار مغناطیسی عبوری از آن مخالفت کند. با افزایش مقاومت رثوستا، جریان عبوری از حلقه خارجی کاهش یافته و باعث کاهش میدان مغناطیسی درون سو و در نتیجه کاهش شار مغناطیسی عبوری از حلقه داخلی می شود. بنابر قانون لنز، در حلقه داخلی جریانی ساعتگرد ایجاد می شود تا با کاهش شار مغناطیسی عبوری مخالفت کند.

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۱۷ و ۱۱۸)

(بابک اسلامی)

۳۷- گزینه «۱»

ابتدا جریان عبوری از سیموله و سپس انرژی الکترومغناطیسی ذخیره شده در آن را به دست می آوریم. داریم:

$$I = \frac{V}{R} \Rightarrow I = \frac{6}{100} = 0.06 A$$

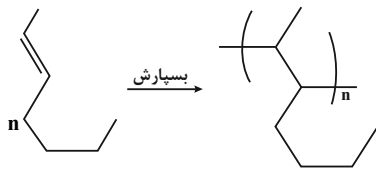
$$U = \frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (0.06)^2 \Rightarrow U = 7.2 \times 10^{-4} J = 720 \mu J$$

(فیزیک ۲- القای الکترومغناطیسی و جریان متناوب: صفحه های ۱۲۱ و ۱۲۲)



فرمول پیوند - خط

«۲- هپتن»



(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۵ و ۱۰۷)

(ممید زنی)

گزینه ۴ «۴»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: گروه عاملی موجود در ساختار ویتامین (آ) و ویتامین (دی) هیدروکسیل است.

گزینه «۲»: الکل‌های دارای ۱ تا ۳ کربن در دمای ۲۵°C به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

گزینه «۳»: در پلی‌اتن سبک (شاخه‌دار) زنجیرها از هم فاصله دارند و نیروی جاذبه وان‌دروالسی آنها نسبت به پلی‌اتن سنگین (راست‌زنجیر) ضعیف‌تر است.

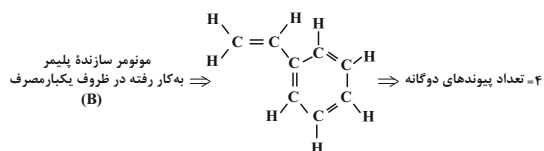
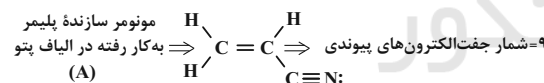
گزینه «۴»: وینیل کلرید مونومر سازنده پلی‌وینیل کلرید است که در ساخت پلیمر مورد استفاده در کیسه خون به کار می‌رود.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۳، ۱۰۷، ۱۰۹ تا ۱۱۱ و ۱۱۶ تا ۱۱۹)

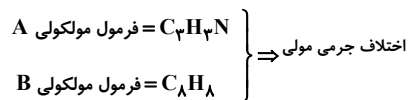
(علیرضا رضایی سراب)

گزینه ۳ «۳»

قسمت اول:



قسمت دوم:



$$= [(8 \times 12) + (8 \times 1)] - [(3 \times 12) + (3 \times 1) + (1 \times 14)] = 51 \text{ g.mol}^{-1}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۳ و ۱۱۳ تا ۱۱۶)

شیمی ۲

گزینه ۳ «۳»

(ممد رضا زهره‌وند)

بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: در چند دهه اخیر میزان تولید الیاف پلی‌استر و پنبه رو به افزایش بوده اما شیب افزایش تولید الیاف پلی‌استری بیشتر از پنبه بوده است.

گزینه «۲»: روند تولید لباس از الیاف به صورت «ریسندگی \leftarrow بافندگی \leftarrow فراوری \leftarrow دوزندگی» می‌باشد.

گزینه «۴»: سلولز، پلی‌اتن و انسولین هر سه درشت‌مولکول هستند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۹ تا ۱۰۱)

(قادر بافاری)

گزینه ۴ «۴»

فراورده تولید شده در واکنش پلیمری شدن تترافلورواتن به حالت جامد است. (نه گازی)

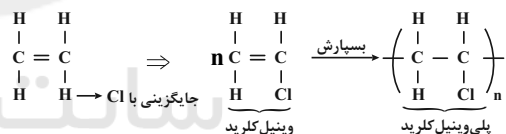
(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۹۹ و ۱۰۳ تا ۱۰۷)

(ممد رضا زهره‌وند)

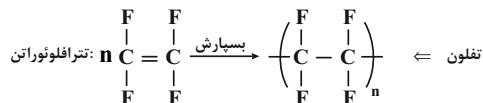
گزینه ۲ «۲»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: در تهیه کیسه خون از پلی‌وینیل کلرید استفاده می‌شود نه سرنگ.



گزینه «۲»



تفلون در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نقطه ذوب بالایی دارد.

گزینه «۳»: پلی‌اتن شاخه‌دار همان پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن بدون شاخه همان پلی‌اتن سنگین می‌باشد. در واقع به دلیل وجود فضای خالی بین شاخه‌ها در پلی‌اتن شاخه‌دار یا همان پلی‌اتن سبک، حجم بیشتری اشغال کرده و از این رو نیروی بین مولکولی در آن ضعیف‌تر است.

گزینه «۴»





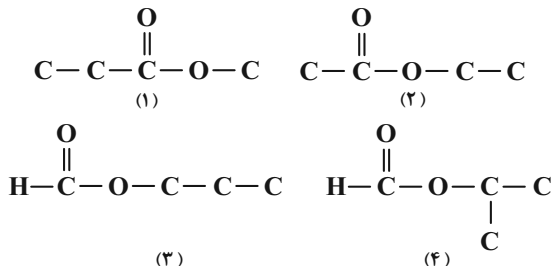
مورد (ث) درست

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۰۸ تا ۱۰، ۱۱۲ و ۱۱۵)

(عسن رممتی‌کونکره)

گزینه «۳» ۴۸

ساختارهای مربوط به استر با توجه به اسید و الکل سازنده آن عبارتند از:



متیل پروپانوات (ساختار (۱)) در اثر آبکافت به متانول و پروپانویک‌اسید تبدیل می‌شود.

$$\text{اسید } ۲۴ \text{ g} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۸۸ \text{ g}} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۱ \text{ mol}} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۸۸ \text{ g}} \times \frac{۱ \text{ mol}}{۱ \text{ mol}} = ۳۵ / ۲ \text{ g} \text{ استر } \text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}_2$$

$$= ۲۹ / ۶ \text{ g} \text{ اسید}$$

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۶ و ۱۱۷)

(مهمرضا زواره)

گزینه «۴» ۴۹

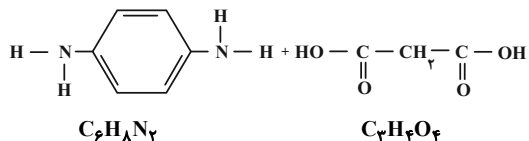
پلیمرهای سبز را از فراورده‌های کشاورزی مانند سیب‌زمینی، ذرت و نیشکر تهیه می‌کنند. به طوری که نخست نشاسته موجود در این مواد را به لاکتیک‌اسید تبدیل می‌کنند.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه ۱۱۹)

(امین نوری)

گزینه «۳» ۵۰

ساختار دی‌اسید و دی‌آمین سازنده پلی‌آمید در زیر رسم شده است:



$$\text{مورد (ت):} \quad ((6 \times 12) + (8 \times 1) + (2 \times 14)) = 108 - 104 = 4 \text{ g}$$

$$-((3 \times 12) + (4 \times 1) + (4 \times 16)) = 108 - 104 = 4 \text{ g}$$

عدد اتمی بریلیم (Be) برابر ۴ است. این عنصر در دوره ۲ و گروه ۲ جدول دوره‌ای قرار دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۴ و ۱۱۵)

گزینه «۳» ۴۶

(ساجر شیری)

موارد الف، ب و ت نادرست‌اند.

الف) در صورت مصرف زیاد ویتامین‌های محلول در چربی، برخلاف ویتامین‌های محلول در آب برای بدن مشکل ایجاد می‌شود.

ب) تعداد پیوندهای کووالانسی برابر ۸۷ و تعداد اتم‌های کربن برابر ۳۱ است. برای به دست آوردن تعداد پیوندهای کووالانسی می‌توانید از فرمول زیر یا شمارش از روی ساختار مولکول استفاده کنید:

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(\text{تعداد O} \times 2) + (\text{تعداد H} \times 1) + (\text{تعداد C} \times 4)}{2}$$

$$\text{تعداد پیوند} = \frac{(2 \times 2) + (46 \times 1) + (31 \times 4)}{2} = 87$$

$$\text{پ) } 10\% / 2\% = \frac{46 \times 1}{(46 \times 1) + (31 \times 12) + (2 \times 16)} \times 100 \approx 10\%$$

ت) ۴۶ پیوند کربن-هیدروژن و ۳۷ پیوند کربن-کربن (با احتساب پیوندهای دوگانه) وجود دارد.

(شیمی ۲- پوشاک، نیازی پایان‌ناپذیر؛ صفحه‌های ۱۱۱ و ۱۱۲)

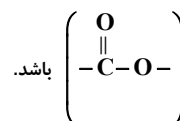
(مهمرضا زواره)

گزینه «۲» ۴۷

موارد (پ) و (ت) و (ث) صحیح می‌باشند.

بررسی عبارت‌ها:

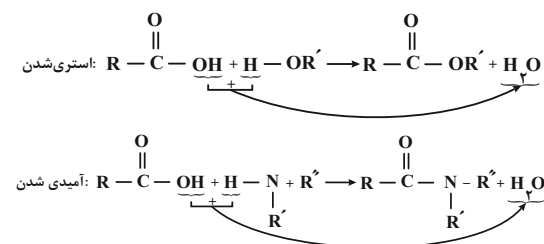
مورد الف): ممکن است بخشی از ساختار یک اسید آلی با گروه عاملی



مورد (ب): فورمیک‌اسید (متانوئیک‌اسید) اولین عضو خانواده کربوکسیلیک‌اسیدهاست.

مورد (پ): در سه عضو نخست خانواده الکل‌ها، نیروی پیوند هیدروژنی بسیار قوی‌تر از نیروی وان‌دروالسی بوده و به همین دلیل این الکل‌ها به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

مورد (ت):



ریاضی ۱

۵۱- گزینه «۳»

(رادمهر عبارالهی)

می‌خواهیم از بین ۱۵ نفر، ۱۰ نفر را انتخاب کنیم. این کار به $\binom{15}{10}$ طریق قابل

انجام است. از طرفی یکی از این ۱۰ نفر باید رئیس باشد. هر کدام از این ۱۰ نفر

شرایط رئیس بودن را دارند. پس کل حالات مطلوب $\binom{15}{10}$ است. اما این

مقدار در گزینه‌ها یافت نمی‌شود. پس با دید دیگری به مسأله نگاه می‌کنیم. ابتدا

رئیس را از بین ۱۵ نفر انتخاب می‌کنیم و سپس از ۱۴ نفر باقی‌مانده مابقی

کارکنان را انتخاب می‌کنیم. این کار به $\binom{14}{9}$ طریق قابل انجام است.

توجه کنید که $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$ ، پس $10 \binom{15}{10} = 15 \binom{14}{9}$ و

همان ابتدا نیز می‌توانستید به جواب داخل گزینه‌ها برسیم.

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۲- گزینه «۳»

(نیما زارع)

تعداد کل حالت‌های انتخابی ۳ نقطه از ۱۳ نقطه برابر است با $\binom{13}{3} = 286$

اما می‌دانیم اگر ۳ نقطه انتخابی روی یک خط باشند شرط مثلث بودن برآورده

نمی‌شود. لذا حالاتی که سه نقطه انتخابی روی یک خط قرار دارند را از کل

حالات کم می‌کنیم. بنابراین تعداد مثلث‌های قابل ساخت برابر است با:

$$\binom{13}{3} - \binom{4}{3} - \binom{6}{3} = 286 - 4 - 24 = 262$$

(ریاضی ۱- شمارش، برون شمردن: صفحه‌های ۱۳۳ تا ۱۴۰)

۵۳- گزینه «۲»

(مصطفی بهنام‌مقدم)

A: پیشامد آن که دقیقاً سه بار از ۵ پرتاب رو بیاید. $n(A) = \binom{5}{3} = 10$

$$n(S) = 2^5$$

$$\Rightarrow P(A) = \frac{10}{32} = \frac{5}{16}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۶ تا ۱۵۱)

۵۴- گزینه «۲»

(سهیل حسن‌شان‌پور)

پیشامد A، این است که تعداد افراد بین دو برادر بیش از یک نفر باشد. از

تمام برای حل مسئله استفاده می‌کنیم:

پیشامد A': دو برادر کنار هم باشند یا فقط یک نفر بین آن‌ها باشد.

حالت اول: دو برادر کنار هم باشند:

برادر دوم و برادر اول

$2! \times 6!$
↓ ↓
جایگشت جایگشت
دو برادر و افراد دیگر

حالت دوم: یک نفر بین دو برادر باشد: دو برادر و آن نفر را یک بسته فرض

می‌کنیم. ابتدا فردی که بین دو برادر قرار می‌گیرد را از بین ۵ نفر انتخاب می‌کنیم.

برادر دوم و فرد دیگر و برادر اول

$\binom{5}{1} \times 2! \times 5!$
↓
جایگشت
دو برادر

$$\Rightarrow n(A') = 22 \times 5!, n(S) = 7!$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{22 \times 5!}{7!} = \frac{11}{21} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = \frac{10}{21}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱)

۵۵- گزینه «۳»

(کیان کریمی‌فراسانی)

در پرتاب سه تاس، عدد ۶ یا به صورت ضرب ۱، ۲، ۳ یا به صورت ضرب ۱،

۱ و ۶ است. $3! = 6 =$ تعداد حالات $\Rightarrow 1, 2, 3$

$3 =$ تعداد حالات $\Rightarrow 1, 1, 6$

پس $n(A) = 3 + 6 = 9$ است. از طرفی $n(S) = 6^3$ است.

$$\Rightarrow P(A) = \frac{9}{6^3} = \frac{1}{24}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۳۲ تا ۱۵۱)

(زهره رامشینی)

۵۸- گزینه «۴»

به مجموعه تمام افراد یا اشیایی که درباره ویژگی‌هایی روی آن تحقیق صورت می‌گیرد، جامعه یا جمعیت می‌گویند.

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۲ تا ۱۵۸)

(امیر مهرابی)

۵۹- گزینه «۲»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) انواع هواپیما (مسافربری، باربری، جنگنده) و رنگ چشم: کیفی اسمی،

سرعت خودرو: کمی پیوسته، مراحل رشد انسان: کیفی ترتیبی

(۲) نوع بارندگی (باران، برف): کیفی اسمی، میزان هوش افراد (کم‌هوش، متوسط و

باهوش): کیفی ترتیبی، شاخص توده بدنی: کمی پیوسته، تعداد مدارس ایران: کمی

گسسته

(۳) قد افراد و میزان دمای محیط: کمی پیوسته، گروه خونی افراد: کیفی

اسمی، تعداد فرزندان خانواده: کمی گسسته

(۴) انواع وضعیت آب و هوایی (آفتابی، ابری، بارانی، برفی) و رنگ خودرو:

کیفی اسمی، وزن ماشین‌ها: کمی پیوسته، مراحل تحصیل: کیفی ترتیبی

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۵۹ تا ۱۷۰)

(اسماعیل میرزایی)

۶۰- گزینه «۳»

متغیرهای کمی پیوسته: شاخص توده بدنی افراد کلاس / قطر تنه درختان /

سن / وزن / درصد آلودگی هوا

A: پیشامد این که حداقل ۲ متغیر کمی پیوسته انتخاب شوند:

$$n(A) = \binom{5}{2} \binom{6}{1} + \binom{5}{3} = 10 \times 6 + 10 = 70$$

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11!}{3! \times 8!} = 165$$

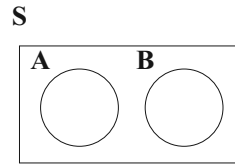
$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{70}{165} = \frac{14}{33}$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۶ تا ۱۵۱ و ۱۵۹ تا ۱۷۰)

(عاطفه فان‌مهمری)

۵۶- گزینه «۳»

با توجه به این که دو پیشامد A و B ناسازگار هستند، نمودار به صورت زیر می‌شود که می‌توانیم برای خواسته مسئله از نمودار کمک بگیریم:



احتمال این که فقط یکی از دو پیشامد A یا B رخ دهد:

$$P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) = 0/8$$

$$\frac{P(B)=0/6}{P(B)=0/6} \rightarrow P(A) = 0/2$$

$$P(B - A) = \frac{n(B - A)}{n(S)} = P(B) = 0/6$$

$$\Rightarrow n(B - A) = 0/6n(S)$$

$$P(B' - A) = \frac{n(B' - A)}{n(S)} = P(B' \cap A') = P((B \cup A)')$$

$$= 1 - P(B \cup A) = 1 - (P(A) + P(B)) = 0/2$$

$$\Rightarrow n(B' - A) = 0/2n(S)$$

$$\Rightarrow \frac{n(B - A)}{n(B' - A)} = 3$$

(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

(زهره رامشینی)

۵۷- گزینه «۴»

چون تعداد پیشامدها زیاد است از متمم آن استفاده می‌کنیم.

پیشامد آنکه حداقل ۳ بار از رنگ آبی استفاده کنیم: A

پیشامد آنکه کمتر از ۳ بار از رنگ آبی استفاده کنیم: A'

$$n(A') = \binom{9}{2} + \binom{9}{1} + \binom{9}{0} = 36 + 9 + 1 = 46$$

از آبی استفاده‌نشود از آبی استفاده‌شود از آبی استفاده‌شود
۱ بار از آبی اضافه‌شود ۲ بار از آبی اضافه‌شود

$$n(S) = 2^9 = 512$$

$$n(A) = n(S) - n(A') = 512 - 46 = 466$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{466}{512} = \frac{233}{256} \approx 0/91$$

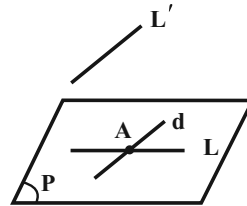
(ریاضی ۱- آمار و احتمال: صفحه‌های ۱۴۲ تا ۱۵۱)

هندسه ۱

گزینه ۳» - ۶۱

(میدر ممبری نویسی)

فرض کنید L و L' متناظر باشند. از یک نقطه واقع بر خط L ، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط L و d تنها صفحه موازی با خط L' است.

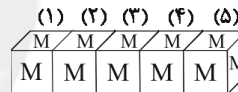


(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه ۱» - ۶۲

(نوبد میدری)

اگر مکعب‌ها را به صورت سطری کنار هم بچینیم، شکل زیر حاصل می‌شود:



همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود در مکعب‌های (۲)، (۳) و (۴) از سه وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود و در مکعب‌های (۱) و (۵)، از چهار وجه مکعب، حرف M مشاهده می‌شود پس کل تعداد حرف‌های M مشاهده شده برابر است با:

$$3 \times 3 + 2 \times 4 = 17$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۹۱)

گزینه ۲» - ۶۳

(رضا عباسی اصل)

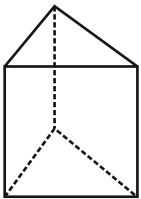
در صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند دیگری را هم قطع می‌کند اما در فضا، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند الزاماً دیگری را قطع نمی‌کند. پس گزینه «۱» صحیح نیست.

گزینه «۲» درست است زیرا اگر از نقطه‌ای خارج یک صفحه، خطی بر آن صفحه عمود رسم کنیم، هر صفحه شامل این خط، بر صفحه مفروض عمود است.
گزینه «۳» الزاماً درست نیست. اگر خطی با یکی از دو خط متناظر، موازی باشد، می‌تواند با دیگری متقاطع یا متناظر باشد.
گزینه «۴» درست نیست زیرا از هر نقطه غیر واقع بر یک خط، بی‌شمار خط متناظر با آن خط می‌گذرد.

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۸ تا ۸۲)

گزینه ۳» - ۶۴

(رضا عباسی اصل)



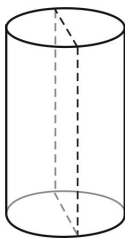
گزینه «۳»، همواره برقرار نیست. سه وجه جانبی منشور قائم مقابل دوجه دو متقاطع اند ولی نقطه مشترک ندارند. سایر گزینه‌ها همواره صحیح هستند.

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه‌های ۷۹ تا ۸۲)

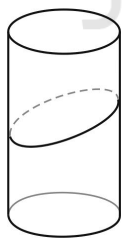
گزینه ۲» - ۶۵

(نوبد میدری)

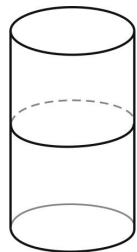
همانند شکل‌های زیر، اگر صفحه مایل برخورد کند، بیضی، اگر صفحه افقی برخورد کند، دایره و اگر صفحه عمودی برخورد کند، مستطیل حاصل می‌شود.



صفحه عمودی ← مستطیل



صفحه مایل ← بیضی



صفحه افقی ← دایره

(هندسه ۱- تبسم فضایی؛ صفحه ۹۲)

$$\Delta OO'A : OA^2 = OO'^2 + O'A^2 \Rightarrow R^2 = 36 + 64 = 100$$

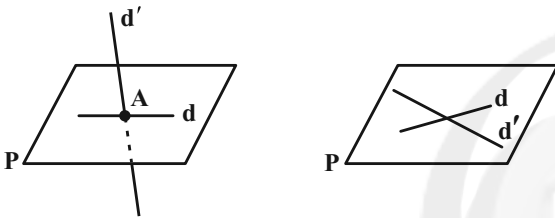
$$\Rightarrow R = 10$$

(هندسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

(سوام میبری پور)

۶۹- گزینه «۳»

ساق‌های یک دوزنقه همواره متقاطع هستند. اگر یکی از دو خط متقاطع d و d' به تمامی در صفحه P قرار داشته باشد، آن‌گاه خط دیگر یا کاملاً درون صفحه P قرار دارد و یا با صفحه P متقاطع است ولی نمی‌تواند با صفحه P موازی باشد. (چون یکی از خط‌های صفحه P را قطع کرده است).



(هندسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

(مهمر بیری)

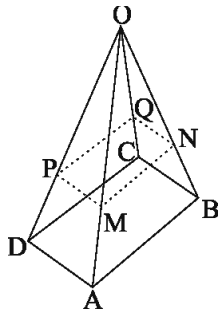
۷۰- گزینه «۴»

مطابق شکل سطح مقطع مستطیلی است مشابه با مستطیل $ABCD$ که اندازه اضلاع آن را به کمک قضیه تالس به دست می‌آوریم، چون ارتفاع هرم توسط سطح مقطع به دو قسمت ۶ و ۴ واحد تقسیم شده است. پس نسبت اضلاع مستطیل $MNQP$ به $ABCD$ برابر $\frac{6}{10}$ است.

$$\Delta OAB : \frac{MN}{6} = \frac{6}{10} \Rightarrow MN = 3/6$$

$$\Delta OAD : \frac{MP}{4} = \frac{6}{10} \Rightarrow MP = 2/4$$

$$\Rightarrow S_{MNQP} = 3/6 \times 2/4 = 8/64$$

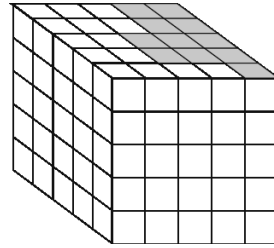


(هندسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۲ تا ۹۴)

۶۶- گزینه «۱»

(مهمر بیری)

برای آن که نمای بالای خواسته شده به دست آید باید، حداقل تمام مکعب‌های هاشورخورده و مکعب‌های زیر آن برداشته شود. یعنی حداقل $11 \times 5 = 55$.



(هندسه ۱- تبسم فضایی: مشابه تمرین ۵ صفحه ۹۱)

۶۷- گزینه «۴»

(موری نیک‌زاد)

حجم حاصل از دوران شکل صورت سؤال، برابر اختلاف حجم مخروط حاصل از دوران مثلث قائم‌الزاویه و حجم نیمکره حاصل از دوران ربع دایره است. بنابراین داریم:

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \times (3)^2 \times 4 = 12\pi$$

$$\text{حجم نیمکره} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{2}{3} \pi (2)^3 = \frac{16\pi}{3}$$

$$\text{حجم شکل حاصل} = 12\pi - \frac{16\pi}{3} = \frac{20\pi}{3}$$

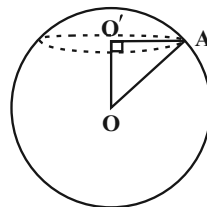
(هندسه ۱- تبسم فضایی: صفحه‌های ۹۵ و ۹۶)

۶۸- گزینه «۱»

(سوام میبری پور)

از تقاطع صفحه P و کره، دایره‌ای به مرکز O' و شعاع r حاصل می‌شود:

$$S = \pi r^2 \Rightarrow 64\pi = \pi r^2 \Rightarrow r^2 = 64$$



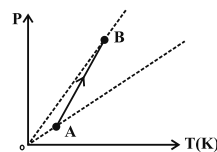
اگر شعاع کره را با R نمایش دهیم، داریم:

فیزیک ۱

۷۱- گزینه «۱»

(مسئله پیکان)

در این فرایند چون امتداد نمودار از مبدأ نمی‌گذرد نمی‌توان آن را فرایندی هم‌حجم نامید. اگر فرایندهای هم‌حجم که از نقاط A و B عبور می‌کند را رسم کنیم، مشاهده خواهیم کرد که چون شیب در نقطه A کم‌تر از نقطه B است، حجم آن بیشتر است.



$$\Rightarrow \text{شیب } A < \text{شیب } B \Rightarrow \frac{nR}{V_A} < \frac{nR}{V_B}$$

$$\Rightarrow V_A > V_B$$

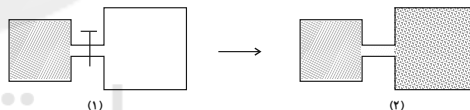
در نتیجه از حالت A تا حالت B، حجم گاز کاهش یافته است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

۷۲- گزینه «۳»

(سراسری ریاضی - ۹۴)

چون جرم گاز ثابت است، بنابراین قانون گازها در مورد این گاز برای دو حالت قبل و بعد از باز کردن شیر رابط، صادق است. دقت کنید حجم گاز در حالت دوم برابر با مجموع حجم دو مخزن است.



$$\text{در حالت اول: } P_1 = 4 \text{ atm}, V_1 = 2L, T_1 = 273 + 47 = 320 \text{ K}$$

$$\text{در حالت دوم: } V_2 = 2 + 5 = 7L, T_2 = 273 + 7 = 280 \text{ K}$$

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{4 \times 2}{320} = \frac{7 P_2}{280} \Rightarrow P_2 = 1 \text{ atm}$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ و ۱۲۹)

۷۳- گزینه «۲»

(کظم شاهمکی)

در فرایند هم‌حجم، فشار و دمای مطلق گاز با هم متناسب هستند. بنابراین اگر فشار گاز افزایش یابد، حتماً دما و انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینه «۱»)

«۱»

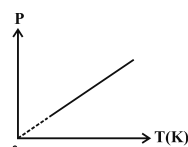
در فرایند هم‌دما، با انبساط گاز مقداری گرما از محیط گرفته می‌شود ولی دما همچنان ثابت است. (رد گزینه «۳»)

در تراکم بی‌دررو، از آنجا که گرمایی مبادله نمی‌شود، انرژی درونی گاز افزایش می‌یابد. (رد گزینه «۴»)

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

(فرشید رسولی)

۷۴- گزینه «۴»



به‌طور کلی نمودار P-T گاز کامل در حجم

ثابت مطابق شکل مقابل است که شیب آن با

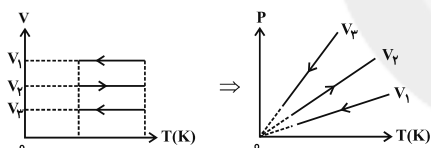
حجم گاز نسبت وارون دارد، یعنی:

$$\text{شیب خط} = \frac{nR}{V}$$

با توجه به این که $V_1 > V_2 > V_3$ است، باید شیب خط مربوط به حجم V_3

بیش‌ترین و شیب خط مربوط به حجم V_1 کم‌ترین مقدار را داشته باشد. بنابراین

نمودار P-T آن به‌صورت زیر رسم می‌شود.



(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۲۹، ۱۳۱ و ۱۳۲)

(امیرمسین برادران)

۷۵- گزینه «۴»

با حرارت دادن به سیلندر، پیستون به آرامی جابه‌جا شده و به سمت بالا حرکت می‌کند تا به انتهای سیلندر برسد. چون فشار داخل برابر با مجموع فشار ناشی از وزن پیستون و فشار هوای بالای پیستون می‌باشد، تا قبل از برخورد پیستون با مانع، گاز یک فرایند هم‌فشار را طی می‌کند که طی آن دما و حجم گاز افزایش می‌یابد.

پس از رسیدن پیستون به مانع، حجم گاز داخل سیلندر ثابت می‌ماند و با حرارت دادن، گاز فرایندی هم‌حجم را طی می‌کند که طی آن دما و فشار گاز افزایش می‌یابد.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه‌های ۱۳۱ تا ۱۳۵)



$$\Rightarrow V_C = 8 \times 10^{-3} \text{ m}^3 = 8L$$

در فرایند هم فشار AB نیز می توان نوشت:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_A}{T_A} \quad \frac{V_B = V_C = 8L}{T_B = 50} \rightarrow \frac{8}{50} = \frac{2}{T_B} \Rightarrow T_B = 200K$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

(سراسری ریاضی - ۸۰)

۷۹- گزینه «۱»

گرمای داده شده به چشمه سرد را Q_L و گرمایی که ماشین از چشمه گرم

دریافت می کند را Q_H می گوئیم و Q_H را از رابطه زیر به دست می آوریم:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_L|}{|Q_H|} \quad \eta = 20\% = 0.2 \rightarrow \frac{2}{10} = 1 - \frac{1600}{|Q_H|}$$

$$\Rightarrow Q_H = 2000J$$

از طرفی بین سه کمیت Q_H ، Q_L و W قانون اول ترمودینامیک برقرار

است:

$$Q_H = |Q_L| + |W| \quad \frac{Q_H = 2000J}{|Q_L| = 1600J} \rightarrow 2000 = 1600 + |W|$$

$$\Rightarrow |W| = 400J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۴۰ تا ۱۴۵)

(ممسن توانا)

۸۰- گزینه «۳»

با توجه به علامت Q_L ، W و Q_H ، وسیله های (a) و (c) ماشین گرمایی و

وسیله (b) یخچال است. چون در وسیله (c)، $Q_L + Q_H + W \neq 0$ است،

قانون اول ترمودینامیک نقض می شود. هم چنین چون در وسیله (a)،

$Q_L = 0$ است، قانون دوم به بیان ماشین گرمایی نقض می شود و چون در

وسیله (b)، $W = 0$ است، قانون دوم به بیان یخچالی نقض می شود.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۳۰ تا ۱۳۵)

(سراسری خارج از کشور ریاضی - ۸۵)

۷۶- گزینه «۲»

چون طی فرایند ab، دمای گاز افزایش می یابد، انرژی درونی گاز کامل هم

افزایش می یابد و گاز روی محیط بیرون کار انجام می دهد و از آن گرما

می گیرد و با بالا رفتن حجم گاز و ثابت ماندن جرم آن، چگالی گاز کاهش

می یابد. در نهایت چون فرایند به صورت یک خط راست گذرا از مبدأ در

دستگاه V-T می باشد، فرایند ab هم فشار است.

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۸)

(ممسن توانا)

۷۷- گزینه «۴»

فرایند، تراکمی است و لذا کار انجام شده بر روی گاز مثبت و برابر با

مساحت محصور بین خط و محور حجم است و داریم:

$$|W| = S = \frac{5 \times 10^4 + 10^5}{2} \times (4-1) \times 10^{-3} = 225J$$

$$\xrightarrow{W > 0} W = 225J$$

اکنون با استفاده از قانون اول ترمودینامیک داریم:

$$\Delta U = Q + W \Rightarrow U_B - U_A = Q + W$$

$$\Rightarrow 250 - 500 = Q + 225 \Rightarrow Q = -475J$$

(فیزیک ۱ - ترمودینامیک: صفحه های ۱۲۸ تا ۱۳۴)

(ناصر خوارزمی)

۷۸- گزینه «۲»

نمودار V-T نشان می دهد که گاز در فرایند AB، فرایندی هم فشار و در

فرایند BC، فرایندی هم حجم را طی کرده است. بنابراین اگر از رابطه

گازهای کامل، حجم آن در حالت C محاسبه شود، همان حجم گاز در

حالت B خواهد بود. داریم:

$$\frac{P_C V_C}{T_C} = nR \quad \frac{P_C = 1.0 \text{ atm}, T_C = 50.0 \text{ K}}{R = 8J/mol.K, n = 2 \text{ mol}} \rightarrow \frac{1.0 \times 10^5 \times V_C}{50.0} = 2 \times 8$$



شیمی ۱

۸۱- گزینه «۳»

(اکبر هنرمند)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: مولکول های H_2O خنثی هستند اما به دلیل قطبی بودن، در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.

گزینه «۲»: گشتاور دوقطبی در مولکول قطبی CO (با جرم مول کمتر از دو مولکول دیگر) بزرگ تر از صفر و در مولکول های ناقطبی داده شده (CO_2 و CS_2) برابر با صفر است.

گزینه «۳»: نقطه جوش C_6H_5OH و C_6H_6O بالاتر از $0^\circ C$ است.

گزینه «۴»: NH_3 و HF در دمای $25^\circ C$ گازی هستند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۸۲- گزینه «۲»

(مس عیسی زاره)

با توجه به اینکه در دمای $50^\circ C$ ، 80 گرم ماده A در 100 گرم آب حل می شود، بنابراین در دمای $50^\circ C$ می توان 32 گرم از این ماده را در 40 گرم آب حل کرد.

$$\frac{80gA}{100gH_2O} = \frac{x}{40gH_2O} \Rightarrow x = 40gH_2O \times \frac{80gA}{100gH_2O} = 32gA$$

$$جرم محلول سیر شده = 40g + 32g = 72g$$

به هنگام عبور از صافی، حل شونده اضافی جداسازی می شود. از طرفی در دمای $20^\circ C$ انحلال پذیری این ماده برابر است با:

$$100gH_2O \times \frac{20gA}{80gH_2O} = 25gA$$

$$40gH_2O \times \frac{25gA}{100gH_2O} = 10gA$$

$$جرم رسوب حاصل = 32g - 10g = 22g$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۱۰۰ تا ۱۰۳)

۸۳- گزینه «۲»

(سراسری ریاضی ۱۳۰۰)

انحلال پذیری نمک A در دماهای صفر و 40 درجه سلسیوس به ترتیب برابر با 35 و $73/8$ گرم در 100 گرم آب است، پس انحلال پذیری نمک B در این

دو دما به ترتیب برابر با 35 و 30 گرم در هر 100 گرم آب است؛ بنابراین معادله انحلال پذیری نمک B به صورت « $35 + \theta - \frac{1}{8}$ » است. با توجه به معادلات انحلال پذیری، هر یک از نمک های A و B در دمای 50 درجه سلسیوس به ترتیب $83/5$ گرم ($253/0$ مول A) و $28/75$ گرم ($261/0$ مول B) حل می شوند؛ بنابراین با صرف نظر از تغییر حجم محلول، نسبت غلظت مولی محلول B به محلول A تقریباً برابر با $1/03$ است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه های ۹۸ تا ۱۰۳)

۸۴- گزینه «۲»

(اکبر هنرمند)

بررسی گزینه ها:

گزینه «۱»: در حالت بخار، مولکول های H_2O آزادانه و نامنظم از جایی به جای دیگر انتقال می یابند.

گزینه «۲»: در ساختار یخ، هر اتم O به دو اتم H با پیوند اشتراکی و به دو اتم H از مولکول های دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است.

گزینه «۳»: در نقطه جوش آب، پیوندهای هیدروژنی شکسته می شوند، اما پیوندهای اشتراکی استحکام خود را حفظ می کنند.

گزینه «۴»: پیوند هیدروژنی خیلی ضعیف تر از پیوند اشتراکی است.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی: صفحه ۱۰۸)

۸۵- گزینه «۳»

(اکبر هنرمند)

بررسی موارد:

مورد اول: اتانول و استون هر دو در آب محلول هستند.

مورد دوم: نقطه جوش اتانول ($78^\circ C$) و استون ($56^\circ C$) کمتر از نقطه جوش آب ($100^\circ C$) است.

مورد سوم: اتانول و استون هر دو قطبی اند و گشتاور دوقطبی آنها بزرگ تر از صفر است.

مورد چهارم: فرمول مولکولی اتانول، C_2H_5OH و فرمول مولکولی استون، C_3H_6O می باشد که شمار اتم های کربن آنها متفاوت است.



(امید رضوانی)

۸۸- گزینه «۱»

بر اساس قانون هنری، در دمای ثابت، انحلال پذیری گازها در آب با فشار آنها رابطه‌ای مستقیم و خطی دارد. پس می‌توانیم از تناسب استفاده کنیم:

$$(S_1) \text{ atm} = 100 \text{ g H}_2\text{O} \times \frac{0.35 \text{ g O}_2}{50 \text{ g H}_2\text{O}} = 0.7 \text{ g O}_2$$

در این دما و فشار، در ۱۰۰g آب، ۰.۷g گاز اکسیژن حل شده است.

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{S_2}{0.7 \text{ g O}_2} = \frac{5 \text{ atm}}{2 \text{ atm}} \Rightarrow S_2 = 1.75 \times 10^{-2} \text{ g O}_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(روزبه رضوانی)

۸۹- گزینه «۲»

اختلاف انحلال پذیری گاز N_2 در دو فشار ۱ و ۵ اتمسفر برابر است با:

$$S_2 - S_1 = 7 / 5 \times 10^{-3} (5 - 1) = 3 \times 10^{-2} \text{ g}$$

انحلال پذیری به ازای ۱۰۰ گرم آب تعریف می‌شود، پس به ازای یک کیلوگرم آب، مقدار گاز N_2 آزاد شده برابر ۳/۰ گرم است.

$$? \text{ m mol N}_2 = 0.3 \text{ g N}_2 \times \frac{1 \text{ mol N}_2}{28 \text{ g N}_2} \times \frac{10^3 \text{ mmol N}_2}{1 \text{ mol N}_2} \approx 10.7 \text{ mmol N}_2$$

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۳ تا ۱۱۵)

(امید رضوانی)

۹۰- گزینه «۱»

بررسی عبارتهای «پ» و «ت»:

مورد «پ» نادرست است. زیرا با گذشت زمان، آب از غشاء نیمه تراوا، از بالای غشاء به سمت پایین غشاء رفته ولی نمک‌ها اجازه عبور از غشاء را ندارند؛ بنابراین غلظت محلول خروجی از بخش A افزایش می‌یابد.

نکته: از فرآیند اسمز معکوس (واورن) برای شیرین سازی آب دریا استفاده می‌شود.

مورد «ت» درست است؛ در استفاده از فرآیند اسمز معکوس برای تصفیه آب، میکروپها به همراه آب شیرین از غشاء عبور می‌کنند ولی بقیه آلاینده‌ها نمی‌توانند از غشاء عبور کنند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۱۸ و ۱۱۹)

مورد پنجم: اتانول و استون، با تشکیل پیوند هیدروژنی با مولکول‌های آب، به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ و ۱۰۹)

(نویر آرمانت)

۸۶- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

گزینه «۱»: افزودن ید به هگزان منجر به تشکیل محلول (مخلوط همگن) می‌شود. حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی در سرتاسر محلول‌ها، یکسان و یکنواخت است. محلول ید در هگزان بنفش رنگ است.

گزینه «۲»: در ساختار یخ اتم‌های اکسیژن در رأس حلقه‌های شش ضلعی قرار دارند.

گزینه «۳»: گشتاور دوقطبی اغلب هیدروکربن‌ها (نه ترکیب‌های آلی) ناچیز و در حدود صفر است.

گزینه «۴»: در استون اکسیژن با کربن پیوند دوگانه دارد و اکسیژن دو الکترون به اشتراک گذاشته است. کربن متصل به اکسیژن با دو پیوند یگانه دیگر نیز به دو اتم کربن کناری خود متصل شده است و در کل ۴ الکترون به اشتراک می‌گذارد.

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۷ تا ۱۰۹)

(سایر شیرینی)

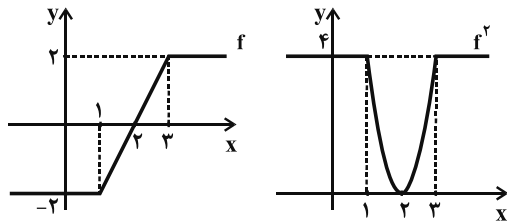
۸۷- گزینه «۳»

بررسی موارد نادرست:

مورد ب: طبق قانون هنری، با افزایش فشار، انحلال پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد.

مورد پ: انحلال پذیری گاز CO_2 به دلیل واکنش با آب و تشکیل کربنیک اسید و از طرفی جرم مولی بیشتر، از انحلال پذیری NO در هر دمایی بیشتر است. (دقت شود CO_2 برخلاف NO مولکولی ناقطبی است.)

(شیمی ۱- آب، آهنگ زندگی؛ صفحه‌های ۱۰۸، ۱۱۱ و ۱۱۵)



و با توجه به نمودارهای بالا، فقط در بازه $[2, 4]$ یکنواختی f و f^{-1} یکسان و صعودی می‌باشد.

(مسئله ۲ - تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۴ - گزینه «۳» (مهم پیمانی)

می‌دانیم اگر f تابعی اکیداً صعودی باشد، می‌توان از نامعادله $f(u) > f(v)$ نتیجه گرفت که $u > v$ است.

$$f(a-2) > f(a^2 - 2a) \Rightarrow a-2 > a^2 - 2a$$

$$\Rightarrow a^2 - 3a + 2 = (a-1)(a-2) < 0 \Rightarrow 1 < a < 2$$

(مسئله ۲ - تابع، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۸)

۹۵ - گزینه «۱» (سویل حسن‌فان‌پور)

با توجه به متناوب بودن تابع $f(x)$ و دوره تناوب ۳ برای محاسبه $f(67/5)$ ، هر ضریبی از عدد ۳ را می‌توانیم از $67/5$ کم کنیم تا به عددی در بازه $[1, 4]$ برسیم. پس ۲۲ تا ۳ از این عدد کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} f(67/5) &= f(67/5 - 22 \times 3) \\ &= f(67/5 - 66) = f(1/5) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1/5) = (1/5)^2 + 1 = \left(\frac{1}{5}\right)^2 + 1$$

$$f(x) = x^2 + 1, x \in [1, 4]$$

$$= \frac{9}{4} + 1 = \frac{13}{4}$$

(مسئله ۲ - مثلثات، صفحه ۲۴)

۹۶ - گزینه «۲» (رضا توکلی)

$$y = a + \cos\left(\frac{\pi}{\gamma} - b\pi x\right) = a + \sin(b\pi x)$$

$$f(0) = -1 \Rightarrow a = -1$$

حسابان ۲

۹۱ - گزینه «۴» (عمید علیزاده)

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 3x - 1}{(x-1)^3} + 2 = (x-1)^3 + 2 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2} + 1$$

اگر تابع $f^{-1}(x)$ را ۳ واحد به چپ و سپس ۳ واحد به پائین منتقل کنیم،

منطبق بر تابع $g(x)$ خواهد شد.

$$f^{-1}(x) = 1 + \sqrt[3]{x-2} \xrightarrow[\text{بمچپ}]{\text{سه واحد}} y = 1 + \sqrt[3]{(x+3)-2}$$

$$= 1 + \sqrt[3]{x+1} \xrightarrow[\text{بمچپ}]{\text{سه واحد}} y = (1 + \sqrt[3]{x+1}) - 3$$

$$\Rightarrow g(x) = -2 + \sqrt[3]{x+1}$$

(مسئله ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۴)

۹۲ - گزینه «۱» (عرفان هارقی)

$$D_g : -1 \leq 1 - 2x \leq 4 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a + b = -\frac{1}{2}$$

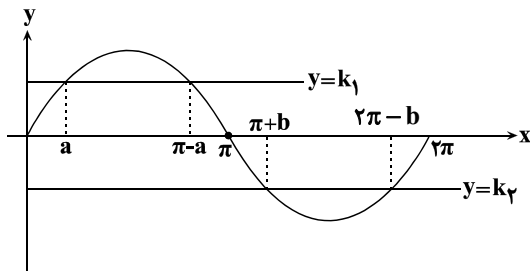
(مسئله ۲ - تابع، صفحه‌های ۱ تا ۱۲)

۹۳ - گزینه «۱» (جوآنیش نیکنام)

$$f(x) = \begin{cases} -2 & ; x < 1 \\ 2(x-2) & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 2 & ; x > 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^2(x) = \begin{cases} 4 & ; x < 1 \\ 4(x-2)^2 & ; 1 \leq x \leq 3 \\ 4 & ; x > 3 \end{cases}$$

و نمودارهای f و f^2 به صورت زیر است:



مجموع جواب‌های معادله $\sin x = k_1 > 0$ در $[0, 2\pi]$ ، π می‌باشد.

مجموع جواب‌های معادله $\sin x = k_2 < 0$ در $[0, 2\pi]$ ، 3π می‌باشد.

$$(\sqrt[3]{\sin^2 x - 1})(\sqrt[3]{\sin^2 x - 2}) \dots (\sqrt[3]{\sin^2 x - 100}) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \begin{cases} \sin x = \sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } \pi \text{ است.} \\ \sin x = -\sqrt{\frac{2}{3}} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها } 3\pi \text{ است.} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm 1 \Rightarrow \begin{cases} \sin x = 1 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \\ \sin x = -1 \Rightarrow x = \frac{3\pi}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{4}{3}} \text{ قابل قبول نمی‌باشد.}$$

⋮

پس مجموع جواب‌ها $4\pi + 4\pi + 2\pi = 10\pi$ است.

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(عمیر مام‌قاردی)

۱۰۰- گزینه «۴»

$$\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 3(\sin x \cos x)^2 = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x$$

$$\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{3}{4} \Rightarrow 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin^2 2x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow \sin 2x = \pm \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

در عبور از $x = 0$ به سمت راست تابع نزولی است، پس $b < 0$ است:

$$T = \frac{2\pi}{\Delta} - (-2/\Delta) = 10 = \frac{2\pi}{|b\pi|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{\Delta} \xrightarrow{b < 0} b = -\frac{1}{\Delta}$$

$$ab = \frac{1}{\Delta}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۹)

(مهمربوار مستن)

۹۷- گزینه «۲»

M دومین نقطه با طول مثبت است که در آن مقدار تانژانت برابر $\sqrt{3}$

می‌شود.

$$\tan x = \sqrt{3} \Rightarrow x = \left\{ \frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \dots \right\}$$

$$x_M = \frac{4\pi}{3}$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۲۹ تا ۳۵)

(رضا تولکی)

۹۸- گزینه «۳»

$$\cos 2x = t \Rightarrow \cos 4x = 2t^2 - 1$$

$$\cos 4x + \cos 2x = 0 \Rightarrow 2t^2 + t - 1 = 0 \Rightarrow t = -1 \text{ یا } \frac{1}{2}$$

$$\cos 2x = -1 \Rightarrow 2x = 2k\pi + \pi \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{3\pi}{6}$$

$$\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow \begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = k\pi - \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} \Rightarrow i \in \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$$

با توجه به مجموعه بالا، تمام اعداد صحیح فرد را می‌توان به جای i قرار داد.

$$i = 2q + 1$$

(مسئله ۲- مثلثات: صفحه‌های ۳۵ تا ۴۴)

(رضا تولکی)

۹۹- گزینه «۲»

مطابق نمودار $y = \sin x$ داریم:



هندسه ۳

گزینه ۴» - ۱۰۱

(امیرمسین ابومصوب)

$$AB = \begin{bmatrix} 2a & 1 \\ b & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-2 & 4a+1 \\ b-2c & 2b+c \end{bmatrix}$$

در یک ماتریس اسکالر، درایه‌های خارج قطر اصلی همگی صفر بوده و درایه‌های واقع بر قطر اصلی برابر یکدیگرند، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} 4a+1=0 \Rightarrow a=-\frac{1}{4} \\ b-2c=0 \Rightarrow c=\frac{b}{2} \\ 2a-2=2b+c \Rightarrow -\frac{1}{2}-2=2b+\frac{b}{2} \Rightarrow \frac{5b}{2}=-\frac{5}{2} \Rightarrow b=-1 \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۲ و ۱۷ تا ۱۹)

گزینه ۴» - ۱۰۲

(امیر وفائی)

دو ماتریس A و B تعویض‌پذیر هستند، بنابراین داریم:

$$AB = BA \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ y & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -2+xy & 1-x \\ -6+2y & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2x+2 \\ y-3 & xy-2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1-x = -2x+2 \Rightarrow x=1 \\ -6+2y = y-3 \Rightarrow y=3 \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{3}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۱۷ تا ۲۱)

گزینه ۳» - ۱۰۳

(امیرمسین ابومصوب)

$$2A - B = \begin{bmatrix} 2a+4 & 1 \\ 1 & 2a \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & a+1 \\ -a & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a+2 & -a \\ a+1 & 2a-1 \end{bmatrix}$$

$$|2A - B| = 0 \Rightarrow (2a+2)(2a-1) - (-a)(a+1) = 0$$

$$\Rightarrow 4a^2 - 2a + 4a - 2 + a^2 + a = 0 \Rightarrow 5a^2 + 2a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = \frac{2}{5} \end{cases}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه ۱» - ۱۰۴

(مهمر قنران)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = 8 - 5 = 3$$

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \Rightarrow |B| = 5 - 3 = 2$$

$$B^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3A^{-1} - 2B^{-1} = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

بنابراین مجموع درایه‌های ماتریس $3A^{-1} - 2B^{-1}$ برابر $(-1) \cdot 0$ است.

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

گزینه ۲» - ۱۰۵

(امیر وفائی)

دستگاه معادلات $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در صورتی بی‌شمار جواب دارد که

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} \text{ باشد.}$$

داریم:

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \Rightarrow \frac{m-3}{4} = \frac{3}{m+1} \Rightarrow (m-3)(m+1) = 12$$

$$\Rightarrow m^2 - 2m - 3 = 12 \Rightarrow m^2 - 2m - 15 = 0 \Rightarrow (m-5)(m+3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}$$

حال برای دو مقدار به دست آمده، شرط $\frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ را بررسی می‌کنیم:

$$m = 5 \Rightarrow \frac{3}{6} \neq \frac{5}{2} \quad \text{دستگاه جواب ندارد}$$

$$m = -3 \Rightarrow \frac{3}{-2} = \frac{-3}{2} \quad \text{دستگاه بی‌شمار جواب دارد}$$

(هندسه ۳- ماتریس و کاربردها: صفحه ۲۶)

$$\Rightarrow (\delta + k)(\epsilon + k) - (\gamma + k)(\nu + k) = 1$$

$$\Rightarrow (20 + 9k + k^2) - (21 + 10k + k^2) = 1$$

$$\Rightarrow -k - 1 = 1 \Rightarrow k = -2$$

$$\Rightarrow |kA| = |-2A| = (-2)^2 |A| = (4)(-1) = -4$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(کیوان داریی)

گزینه «۱» -۱۰۹

سطر اول دترمینان در ۲ و ستون دوم آن در $\frac{1}{2}$ ضرب شده است، پس

دترمینان تغییری نمی‌کند.

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۸ صفحه ۳۱)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۲» -۱۱۰

$$|A| = 3|A| \times 2|A| - 1 \times 5 \Rightarrow 6|A|^2 - |A| - 5 = 0$$

$$\begin{array}{l} \text{مجموع ضرایب صفر است} \\ \left\{ \begin{array}{l} |A| = 1 \\ |A| = -\frac{5}{6} \end{array} \right. \end{array}$$

دترمینان ماتریس A و وارون آن برابر نیستند، بنابراین داریم:

$$|A| \neq |A^{-1}| \Rightarrow |A| \neq \frac{1}{|A|} \Rightarrow |A|^2 \neq 1 \Rightarrow |A| \neq \pm 1$$

بنابراین تنها مقدار $|A| = -\frac{5}{6}$ قابل قبول است و در نتیجه داریم:

$$A = \text{مجموع درایه‌های ماتریس} = 5|A| + 6 = 5\left(-\frac{5}{6}\right) + 6 = -\frac{25}{6} + 6 = \frac{11}{6}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ مشابه تمرین ۳ صفحه ۳۰)

(مهمر فخران)

گزینه «۱» -۱۰۶

اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ و $D = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، آنگاه داریم:

$$BAC = D \Rightarrow B^{-1}(BAC)C^{-1} = B^{-1}DC^{-1} \Rightarrow A = B^{-1}DC^{-1}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow B^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow C^{-1} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -5 \\ 5 & 14 \end{bmatrix}$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۲ تا ۲۵)

(امیرمسین ابومحبوب)

گزینه «۲» -۱۰۷

$$|A| = \begin{vmatrix} |A| & 2 \\ 6 & 4 \end{vmatrix} \Rightarrow |A| = 4|A| - 12 \Rightarrow 3|A| = 12 \Rightarrow |A| = 4$$

$$\Rightarrow |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = \frac{1}{4}$$

ماتریس A^{-1} ماتریسی 2×2 است، بنابراین داریم:

$$||A|A^{-1}| = |4A^{-1}| = 4^2 \times |A^{-1}| = 16 \times \frac{1}{4} = 4$$

(هنرسه ۳- ماتریس و کاربردها؛ صفحه‌های ۲۷ تا ۳۱)

(مهمر صدت‌کار)

گزینه «۳» -۱۰۸

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ \gamma & \epsilon \end{bmatrix} \Rightarrow B = \begin{bmatrix} 5+k & 3+k \\ \gamma+k & \epsilon+k \end{bmatrix}$$

$$|A| = 20 - 21 = -1 \Rightarrow |B| = -|A| = 1$$

ریاضیات گسسته

$$2m^3 | 6m^y \Rightarrow [2m^3, 6m^y] = 6m^y$$

$$4m^5 | 12m^9 \Rightarrow [4m^5, 12m^9] = 12m^9$$

$$6m^y | 12m^9 \Rightarrow (6m^y, 12m^9) = 6m^y$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

(علیرضا شریف‌فطیپی)

۱۱۴ - گزینه «۳»

طبق قضیه تقسیم داریم:

$$\left. \begin{aligned} a = 7k + 5 \xrightarrow{\times 9} 9a = 63k + 45 \\ a = 9k' + 4 \xrightarrow{\times 7} 7a = 63k' + 28 \end{aligned} \right\} \text{تفاضل} \rightarrow 2a = 63(k - k') + 17$$

طرف راست تساوی به دست آمده باید عددی زوج باشد. پس $k - k'$ لزوماً

عددی فرد است و در نتیجه داریم:

$$2a = 63(2q + 1) + 17 \Rightarrow 2a = 63 \times 2q + 80$$

$$\xrightarrow{\div 2} a = 63q + 40$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۴ و ۱۵)

(امیرحسین ابومصوب)

۱۱۵ - گزینه «۱»

$$3^3 \equiv 27 \equiv -2 \pmod{5} \xrightarrow{\text{به توان ۵}} 3^{15} \equiv (-2)^5 \equiv -32 \equiv -3 \pmod{29}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳}} 3^{45} \equiv (-3)^3 \equiv -27 \equiv 2 \pmod{29}$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۱۸ تا ۲۱)

(مسعود «رویشی»)

۱۱۶ - گزینه «۴»

$$7a + 2 \equiv 4a - 6 \pmod{10} \Rightarrow 3a \equiv -8 \equiv -18 \pmod{10} \xrightarrow{\div 3} a \equiv -6 \equiv 4 \pmod{10}$$

(عمیرضا امیری)

۱۱۱ - گزینه «۳»

$$x^3 + y^3 \geq x^2y + xy^2 \Leftrightarrow (x^3 - x^2y) + (y^3 - xy^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x-y) - y^2(x-y) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)(x^2 - y^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x-y)(x+y) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)^2(x+y) \geq 0$$

چون x و y هر دو نامنفی هستند، پس رابطه اخیر بدیهی است و اثبات به

طریق بازگشتی کامل می‌شود.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه‌های ۶ تا ۸)

(محمدرضا صدک‌کار)

۱۱۲ - گزینه «۲»

ابتدا فاصله پنجم اردیبهشت تا اول اسفند را محاسبه می‌کنیم:

$$26 + 4 \times 31 + 5 \times 30 + 1 = 301$$

اسفند مهر تا بهمن خرداد تا شهریور اردیبهشت

$$301 \equiv 43 \times 7 \pmod{7}$$

پس اول اسفند نیز شنبه است و در نتیجه اولین سه‌شنبه اسفند ماه، ۴ اسفند خواهد بود:

$$25 \text{ اسفند} \rightarrow 18 \text{ اسفند} \rightarrow 11 \text{ اسفند} \rightarrow 4 \text{ اسفند}$$

بنابراین آخرین سه‌شنبه ماه اسفند (آخرین سه‌شنبه سال) روز ۲۵ این ماه است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد؛ صفحه ۲۴)

(عمیرضا امیری)

۱۱۳ - گزینه «۴»

می‌دانیم اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و $a|b$ ، آنگاه $(a, b) = a$ و

$[a, b] = b$ است، بنابراین داریم:

(مسعود «رویشی»)

۱۱۹- گزینه «۴»

اگر تعداد بسته‌های ۳ و ۵ کیلویی را به ترتیب با x و y نمایش دهیم،
آنگاه داریم:

$$3x + 5y = 92 \Rightarrow 5y \equiv 92 \Rightarrow -y \equiv -1$$

$$\Rightarrow y \equiv 1 \Rightarrow y = 3k + 1 (k \in \mathbb{Z})$$

$$3x + 5(3k + 1) = 92 \Rightarrow 3x = -15k + 87 \Rightarrow x = -5k + 29$$

$$\begin{cases} x \geq 0 \Rightarrow -5k + 29 \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{29}{5} \\ y \geq 0 \Rightarrow 3k + 1 \geq 0 \Rightarrow k \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$$

از آنجا که k عددی صحیح است، تنها مقادیر $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ قابل قبول هستند، یعنی به ۶ طریق می‌توان این بسته‌بندی را انجام داد.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۳۰)

(امیرمسین ایومفیوب)

۱۲۰- گزینه «۳»

$$a \equiv 18 \xrightarrow{6|20} a \equiv 18 \equiv 0 \Rightarrow 6 | a \quad (1)$$

$$b \equiv 12 \xrightarrow{6|42} b \equiv 12 \equiv 0 \Rightarrow 6 | b \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow 6 | (a, b)$$

معادله سیاله $ax + by = c$ در صورتی دارای جواب است که $c | (a, b)$.

بنابراین با توجه به رابطه به دست آمده $6 | c$ که در بین گزینه‌ها تنها عدد

۲۴ مضرب ۶ است.

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۶ تا ۲۹)

$$\Rightarrow 2a \equiv 8 \Rightarrow 2a - 1 \equiv 7$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: مشابه تمرین ۱۰ صفحه ۲۹)

(کیوان «ارابی»)

۱۱۷- گزینه «۲»

$$A = \overline{abcabc} = \overline{abc} \times 1000 + \overline{abc}$$

$$= \overline{abc}(1000 + 1) = 1001 \overline{abc}$$

$$\Rightarrow A \equiv 0 \Rightarrow A \equiv 0, A \equiv 0, A \equiv 0$$

$$\begin{matrix} [7, 13] & 91 \\ A \equiv 0 \Rightarrow & A \equiv 0 \end{matrix}$$

گزینه «۱»:

$$\begin{matrix} [11, 13] & 143 \\ A \equiv 0 \Rightarrow & A \equiv 0 \end{matrix}$$

گزینه «۳»:

$$\begin{matrix} [7, 11] & 77 \\ A \equiv 0 \Rightarrow & A \equiv 0 \end{matrix}$$

گزینه «۴»:

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۲ و ۲۳)

(کیوان «ارابی»)

۱۱۸- گزینه «۱»

$$23x \equiv 22 \Rightarrow 23x \equiv 22 + 4 \times 52 \equiv 230$$

$$\xrightarrow{+23} \xrightarrow{(23, 52)=1} x \equiv 10 \Rightarrow x = 52k + 10$$

$$x \leq 999 \Rightarrow 52k + 10 \leq 999 \Rightarrow k \leq 19$$

$$\Rightarrow a_{\max} = 52 \times 19 + 10 = 998$$

(ریاضیات گسسته - آشنایی با نظریه اعداد: صفحه‌های ۲۴ و ۲۵)

فیزیک ۳

۱۲۳- گزینه «۲»

(امیرمسین برادران)

با توجه به رابطه حرکت یکنواخت، داریم:

$$v_2 > v_1 \rightarrow t_1 - t_2 = \Delta s \xrightarrow{t = \frac{\Delta x}{v}} \frac{\Delta x_1}{v_1} - \frac{\Delta x_2}{v_2} = \Delta s$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 = 100 \text{ m} \rightarrow \frac{100}{v_1} - \frac{100}{v_2} = \Delta s \Rightarrow \Delta s = 100 \left(\frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{20} = \frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2} \xrightarrow{v_2 - v_1 = \frac{m}{s}} \frac{m}{v_2} = v_1 (v_1 + 1)$$

$$\Rightarrow v_1^2 + v_1 - 20 = 0 \Rightarrow (v_1 + 5)(v_1 - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v_1 = -5 \frac{m}{s} & \text{غ ق ق} \\ v_1 = 4 \frac{m}{s} & \text{ق ق} \end{cases} \xrightarrow{v_2 = (v_1 + 1) \frac{m}{s}} v_2 = 5 \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۳ تا ۱۵)

۱۲۴- گزینه «۳»

(مهمبر اکبری)

در بازه زمانی t_1 تا t_2 که سرعت متوسط متحرک برابر صفر می‌شود،

جابه‌جایی متحرک برابر صفر است. با توجه به این که در حرکت شتاب ثابت

نمودار مکان - زمان به صورت سهمی است، بنابراین لحظه‌ای که جهت

حرکت متحرک تغییر می‌کند، برابر است با:

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

در این صورت در بازه زمانی صفر ثانیه تا $\frac{t_1 + t_2}{2}$ ثانیه، نوع حرکت

متحرک کندشونده و پس از آن نوع حرکت متحرک تندشونده است.

$$\frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{4 + 9}{2} = 6.5 \text{ s}$$

در بازه زمانی ۳ s تا ۶ s (سه ثانیه دوم) نوع حرکت متحرک پیوسته

کندشونده است.

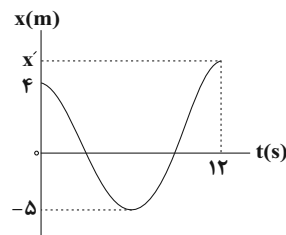
(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۱۵ تا ۲۱)

۱۲۱- گزینه «۳»

(بیثا خورشید)

با استفاده از تعریف تندی متوسط، داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = |-5-4| + |4-(-5)|} \frac{14 + x'}{12} \xrightarrow{\Delta t = 12 \text{ s}, s_{av} = 2 \frac{m}{s}} 2 = \frac{14 + x'}{12} \Rightarrow x' = 10 \text{ m}$$



با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = 12 \text{ s}, x' = 10 \text{ m}} v_{av} = \frac{10 - 4}{12} = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow |v_{av}| = \frac{1}{2} \frac{m}{s}$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۲- گزینه «۱»

(عباس اصغری)

تندی در هر لحظه دلخواه t ، برابر با اندازه شیب خط مماس بر نمودار مکان

- زمان در آن لحظه است. بنابراین چون اندازه شیب خط مماس بر نمودار

مکان - زمان در بازه زمانی صفر تا t_1 ، در حال کاهش است، تندی متحرک

در این بازه زمانی در حال کاهش است. از آنجایی که در بازه زمانی صفر تا

 t_1 متحرک یک بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین بردار مکان یک

بار تغییر جهت داده است.

تذکر: اگر در حین حرکت، متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان آن

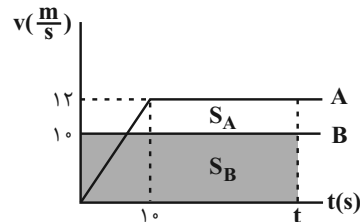
تغییر جهت می‌دهد.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست؛ صفحه‌های ۲ تا ۱۰)

۱۲۵- گزینه «۴»

(زهره آقاممیری)

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می کنند، وقتی به هم می رسند که جابه جایی یکسان دارند. در نمودار سرعت - زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه جایی است. پس داریم:



$$S_A = S_B \Rightarrow \frac{[(t-10) + t] \times 12}{2} = 10t \Rightarrow 12t - 60 = 10t$$

$$\Rightarrow 2t = 60 \Rightarrow t = 30s$$

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۱۰ تا ۲۱)

۱۲۶- گزینه «۲»

(سعیر نصیری)

ابتدا مسافتی را که سنگ پس از رها شدن تا لحظه برخورد به سر شخص طی کرده است، حساب می کنیم:

$$\Delta y = 1/8 - 46/8 = -45m$$

حال می توان مدت زمان سقوط سنگ را حساب کرد:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow -45 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow t^2 = 9 \Rightarrow t = 3s$$

حال باید دید مرد در این مدت چند متر را طی کرده است، چون حرکت مرد با سرعت ثابت انجام شده، می توان نوشت:

$$\Delta x = v_{\text{مرد}} \Delta t = 5 \times 3 = 15m$$

پس فاصله افقی مرد تا محل رها شدن سنگ، ۱۵m است.

(فیزیک ۳ - حرکت بر خط راست، صفحه های ۱۳ تا ۱۵ و ۲۱ تا ۲۴)

۱۲۷- گزینه «۳»

(شازمان ویسی)

اگر جسمی از حالت سکون شروع به حرکت کند، چون در ابتدای حرکت، حتماً حرکت آن شتاب دار است، بنابراین برآیند نیروهای وارد بر آن صفر نخواهد بود.

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۰ تا ۳۵)

۱۲۸- گزینه «۴»

(فسرو ارغوانی فرد)

برای تعادل باید $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ قرینه برآیند نیروهای \vec{F}_3 ، \vec{F}_4 و \vec{F}_5 باشد.

$$\vec{R} = \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \vec{F}_5 = -13\vec{j} + 8\vec{j} - 2\vec{i} = -2\vec{i} - 5\vec{j}$$

بنابراین:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -\vec{R} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۰ تا ۳۴)

۱۲۹- گزینه «۱»

(غلامرضا مصبی)

نسبت وزن جسم در سطح دو کره برابر با نسبت اندازه شتاب گرانشی آنهاست:

$$W = mg \Rightarrow \frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}} = \frac{g_{\text{ماه}}}{g_{\text{مریخ}}} \Rightarrow \frac{W_{\text{ماه}}}{W_{\text{مریخ}}} = \frac{1/6}{3/7} = \frac{16}{37} = 0/43$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۵ و ۳۶)

۱۳۰- گزینه «۱»

(غلامرضا مصبی)

ابتدا اندازه نیروی \vec{F} را در حالت اول که جسم ساکن است، محاسبه می کنیم:

$$F_1 = k\Delta\ell = 100 \times (0/15 - 0/1) = 5N$$

بیشینه اندازه نیروی اصطکاک ایستایی برابر است با:

$$f_{s,\text{max}} = \mu_s F_N = \frac{F_N = mg = 20N}{\mu_s = 0/5} \rightarrow f_{s,\text{max}} = 0/5 \times (20) = 10N$$

هرگاه نیروی F با نیروی $f_{s,\text{max}}$ برابر شود، جسم در آستانه حرکت قرار می گیرد:

$$F_2 = f_{s,\text{max}} = 10N$$

درصد تغییرات اندازه نیروی F برابر است با:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{F_2 - F_1}{F_1} \times 100 = \frac{10 - 5}{5} \times 100 = 100\%$$

(فیزیک ۳ - دینامیک و حرکت دایره ای، صفحه های ۳۵ تا ۴۴)



شیمی ۳

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{1 \times 10^{-14}}{9 \times 10^{-2}} = 1/11 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 10^6$$

$$= \frac{0.4 \text{ L} \times 1/11 \times 10^{-12} \text{ mol.L}^{-1} \times 17 \text{ g.mol}^{-1}}{40 \text{ mL} \times 1/17 \text{ g.mL}^{-1}} \times 10^6$$

$$\Rightarrow \text{ppm} = \frac{4/44 \times 10^{-14} \times 17}{4/8 \times 10^2} \times 10^6$$

$$= 15/725 \times 10^{-10} = 1/57 \times 10^{-9}$$

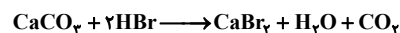
(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۶)

(مسعود طبرسا)

۱۳۴- گزینه «۲»

با توجه به آنکه اسید قوی است داریم:

$$\text{pH} = 2 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow M = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$



بنابراین داریم:

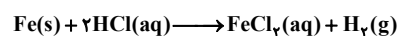
$$0.3 \text{ L HBr} \times \frac{0.1 \text{ mol HBr}}{1 \text{ L HBr}} \times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{2 \text{ mol HBr}}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} \times \frac{1 \text{ L CO}_2}{1 \text{ g CO}_2} \times \frac{1000 \text{ mL CO}_2}{1 \text{ L CO}_2} = 8/25 \text{ mL CO}_2$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

(امیرمسین معروفی)

۱۳۵- گزینه «۳»



$$\text{pH} = 0.7 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-0.7} = 10^{-1} \times 10^{0.3}$$

$$= 2 \times 10^{-1} = 0.2 \Rightarrow [\text{H}^+] = [\text{HCl}] = 0.2 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$? \text{ mol H}^+ = 1/12 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22/4 \text{ L}}$$

(یعنی ریاضی)

۱۳۱- گزینه «۳»

بررسی گزینه‌های نادرست:



گزینه «۲»: قدرت پاک‌کنندگی صابون‌های جامد و مایع در آب سخت کاهش می‌یابد.

گزینه «۴»: پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی با ذره‌ها برهم‌کنش فیزیکی برقرار می‌کنند، اما واکنش نمی‌دهند.

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۹، ۱۱ و ۱۲)

(علیرضا شیخ‌الاسلامی پول)

۱۳۲- گزینه «۳»

وقتی درصد یونش محلول اسید HA، ۱۰۰ درصد باشد در آن صورت داریم:

$$\alpha = 1 \Rightarrow [\text{H}^+] = M \cdot \alpha = 0.1 \times 1 = 0.1 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log 0.1 = +1$$

وقتی درصد یونش محلول اسید HA، صفر درصد باشد، آن‌گاه به این معناست که اسید اصلاً یونیده نمی‌شود و یون H^+ را افزایش نمی‌دهد و محلول خنثی می‌ماند و داریم:

$$\alpha = 0 \Rightarrow \text{pH} = 7$$

(شیمی ۳- مولکولها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۸ تا ۲۰، ۲۳ تا ۲۶)

(رسول غابرینی؛ واره)

۱۳۳- گزینه «۲»

$$\text{pH} = 1.04 \Rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-1.04}$$

$$= 10^{-2} \times 10^{0.48} \times 10^{0.48} = 9 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$



غلظت یون‌های هیدرونیوم و هیدروکسید ثابت است. به این ترتیب، غلظت یون هیدروکسید در محلول ۰/۱ مولار استیک اسید بیش‌تر است.

گزینه «۳»: توجه شود درجه یونش علاوه بر دما به غلظت مولی اولیه اسید هم بستگی دارد.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۷- گزینه «۴» (سید رحیم هاشمی هکدری)

$$H^+ \text{ مول اولیه} = 3 \times 0.03 = 0.09 \text{ mol}$$

$$H^+ \text{ مصرف شده} = 2 / 22 \text{ gMg(OH)}_2 \times \frac{1 \text{ molMg(OH)}_2}{58 \text{ gMg(OH)}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ molH}^+}{1 \text{ molMg(OH)}_2} = 0.08 \text{ molH}^+$$

$$H^+ \text{ مول باقیمانده} = 0.09 - 0.08 = 0.01 \text{ mol}$$

$$[H^+] = \frac{n}{V} = \frac{0.01}{3} = \frac{1}{300} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log \frac{1}{300} = \log 300$$

$$= \log 3 \times 10^2 = 0.5 + 2 = 2.5$$

$$pH = -\log 0.03 = -\log 3 \times 10^{-2} = -0.5 + 2 = 1.5$$

$$pH \text{ تغییر} = 2.5 - 1.5 = 1$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۸- گزینه «۲» (میلاد شیخ‌الاسلامی قباوی)

ابتدا، مول اولیه اسید را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow 0.1 = \frac{n}{1} \Rightarrow n = 0.1 \text{ molHCl}$$

$$\times \frac{2 \text{ molHCl}}{1 \text{ molH}_2\text{O}} \times \frac{1 \text{ molH}^+}{1 \text{ molHCl}} = 0.1 \text{ molH}^+$$

$$\text{مول اولیه } H^+ = 1 \text{ L} \times \frac{0.2 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.2 \text{ mol}$$

$$\text{باقی مانده } H^+ = 0.2 - 0.1 = 0.1 \text{ mol}$$

$$pH = 1 \text{ باقی مانده} = \frac{0.1 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.1 \text{ mol.L}^{-1} \Rightarrow \text{باقی مانده } [H^+]$$

$$pH \text{ تغییر} = 1 - 0.2 = 0.8$$

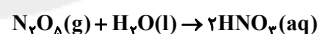
$$? \text{ gFe} = 1 / 12 \text{ L H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{22 / 4 \text{ L H}_2}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol Fe}}{1 \text{ mol H}_2} \times \frac{56 \text{ g Fe}}{1 \text{ mol Fe}} = 2 / 12 \text{ g Fe}$$

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۶- گزینه «۴» (امیرعلی برفوراریون)

اکسید ۷ اتمی نیتروژن همان، N_7O_8 است. واکنش N_7O_8 با آب به صورت زیر است:



نیتریک اسید جزو اسیدهای قوی است. در اسیدهای قوی، فرایند یونش را یک طرفه در نظر می‌گیریم.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: درصد یونش ۲٪ برای یک اسید به این معنا است که از

انحلال هر ۱۰۰ مولکول اسید، ۲ مولکول اسید یونیده می‌شوند و هر مولکول

اسید تک پروتون‌دار که یونیده می‌شود، دو یون تولید می‌کند. پس در مجموع

۴ یون پدید می‌آید.

گزینه «۲»: غلظت یون هیدرونیوم در محلول ۰/۱ مولار HCl از محلول

۰/۱ مولار CH_3COOH بیش‌تر است. در دمای معین، حاصل‌ضرب



حال می‌توانیم غلظت OH^- را به کمک رابطه زیر بیابیم:

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14} \rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-5/15}} = 10^{-8/15} = 10^{-0.8} \times 10^{-0.85}$$

$$= \frac{10^{-8}}{10^{0.85}}$$

چون $\log 7 = 0.85$ پس $10^{0.85} = 7$

$$\Rightarrow [\text{OH}^-] = \frac{1}{7} \times 10^{-8} = 0.142 \times 10^{-8} = 1.42 \times 10^{-9} \text{ mol.L}^{-1}$$

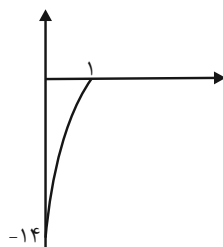
بنابراین یا گزینه «۱» درست است یا گزینه «۲»:

اما طبق آنچه از ریاضی و مبحث لگاریتم آموختیم خواهیم داشت:

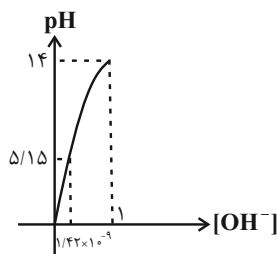
$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = -(\log 10^{-14} - \log[\text{OH}^-])$$

$$= -(-14 - \log[\text{OH}^-]) = 14 + \log[\text{OH}^-]$$

می‌دانیم نمودار $\log[\text{OH}^-]$ به صورت زیر است (با اطلاعات ریاضی):



حال این نمودار ۱۴ واحد به بالا انتقال می‌یابد.



پس گزینه ۲ جواب صحیح این سؤال است.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷)

با توجه به گرمای آزاد شده طی واکنش، مقدار HCl مصرفی را محاسبه

$$\text{می‌کنیم: } ? \text{ molHCl} = 1/12 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ molHCl}}{56 \text{ kJ}} = 0.02 \text{ molHCl}$$

پس طی واکنش مقدار مول HCl از ۰/۱ به ۰/۰۸ مول می‌رسد. زیرا

۰/۰۲ مول از آن مصرف شده است.

HCl یک اسید قوی است. پس برای محلول ۰/۱ مولار آن pH را حساب

می‌کنیم:

$$[\text{H}^+] = [\text{HCl}] = 10^{-1} \text{ mol.L}^{-1} \rightarrow \text{pH} = -\log 0.1 = 1$$

چون از تغییر حجم صرف نظر شده پس غلظت HCl را در حالت دوم یعنی

پس از واکنش حساب کرده و pH جدید را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow M = \frac{0.08 \text{ mol}}{1 \text{ L}} = 0.08 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Rightarrow \text{pH} = -\log 0.08 = 1.1$$

$$\Delta \text{pH} = 1.1 - 1 = 0.1$$

تغییر pH برابر است با:

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۲۴ تا ۲۷ و ۳۰ تا ۳۲)

۱۳۹- گزینه «۳» (ممنوع آفونری)

هر چه بخش هیدروکربنی در صابون بلندتر باشد با چربی نیروی وان‌دروالسی

قوی‌تری برقرار می‌کند و می‌تواند چربی را بهتر در آب پخش کند.

(شیمی ۳- مولکول‌ها در فرمت تدرستی: صفحه‌های ۱۰ تا ۱۲)

۱۴۰- گزینه «۲» (ایمان دریاک)

با توجه به نمودار در $\text{pH} = 5/15$ می‌توانیم غلظت H^+ و سپس غلظت

OH^- را بیابیم:

$$\text{pH} = 5/15 \rightarrow -\log[\text{H}^+] = 5/15 \rightarrow \log[\text{H}^+] = -5/15$$

$$\rightarrow [\text{H}^+] = 10^{-5/15} \text{ mol.L}^{-1}$$