



آزمون شبیه ساز گنگور

تابع پایه

مهدی شاکریان

Shakeryan.com

0901 425 3050

توجه

برای تهیه این محصول یک تیم ۱۲ نفره زحمات زیادی کشیده اند .
فقط فردی که بهای آن را به موسسه سبقت
و شماره کارت به نام مهدی شاکریان واریز کرده است می تواند از آن استفاده کند .
کپی یا استفاده مشترک از این محصول **حرام و غیراخلاقی** می باشد
و طبق **قانون کارما و قانون بها** قطعاً باعث **خراب شدن** نتیجه فرد در کنکور و امتحانات می شود .
تلفن تهیه محصول اصلی : ۰۵۱۳۸۱۱۷ ۰۹۰۱ ۴۲۵ ۳۰۵۰

حل کلی: **مجموع حذف کن** و **مجدول بیاب** و **حذف کن**

تمام وقت $\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{t}$

کارهای و آثاره

بازه وقت $(\frac{1}{t_1}) \text{ زمان} + (\frac{1}{t_2}) \text{ زمان} = 1$

$\frac{x}{v - v_0} + \frac{x}{v + v_0} =$ **مجموع زمان**

$\frac{x}{v - v_0} - \frac{x}{v + v_0} =$ **اختلاف زمان**

رفت و برگشت پدیده در **مابین**
↓
بار
↓
آب

$\frac{\text{نمک}}{\text{نمک} + \text{آب}} =$ غلظت

معادله نسبی
مجدول در حذف

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$\Delta < 0$ ریشه ندارد

$\Delta = 0$ یک ریشه مضاعف $\alpha = \frac{-b}{2a}$

$\Delta > 0$ $\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

$P = \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$E = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

ریشه مثبت $\rightarrow P > 0, S > 0, \Delta > 0$

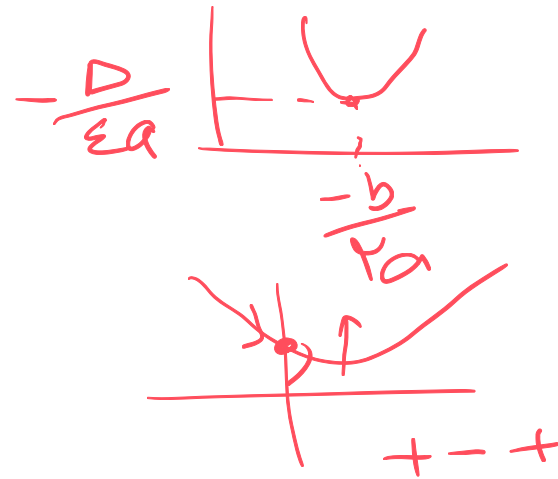
$2, 3$

ریشه منفی $\rightarrow P > 0, S < 0, \Delta > 0$

$-2, -3$

ریشه مختلف علامت $\rightarrow P < 0, X, X$

$+2, -3$



راس، تقارن، کمترین بیشترین $(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a})$

علامت ضرایب: $a x^2 + b x + c$
 a (ضمان) b (شیب) c (عرض صفا)

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

گذشتن از نواحی: a Δ p s

یافتن ضابطه

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

از روی یک نقطه ورستی ها

$$y = a(x - x_0)^2 + y_0$$

از روی یک نقطه و راس

مان یافتن:
 min

$$f\left(\frac{-b}{2a}\right) = \frac{-\Delta}{4a} \quad \perp \quad f'(x) = 0 \quad \cup \quad \cap$$

(۱) دو شرکت راهسازی A و B پروژه‌ای را با هم در ۱۸ روز به پایان می‌رسانند. اگر هر یک از آنها به تنهایی این پروژه را انجام دهد، شرکت A، ۱۵ روز زودتر از شرکت B پروژه را تمام خواهد کرد اگر پس از سه روز کار مشترک، شرکت B از انجام کار انصراف دهد، چند روز دیگر طول می‌کشد تا شرکت A پروژه را به اتمام برساند؟

B
A
۲۷/۵ (۴)
۲۷ (۳)
۲۵ (۲)
۲۵ (۱)

$$\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t-10} = \frac{1}{18} \right) \quad t(t-10)(18) \rightarrow 18(t-10) + 18t = t(t-10)$$

غلط $t = 4$
 $t = 25$

بازه وقت

$$(3) \left(\frac{1}{18} \right) + (3+t) \left(\frac{1}{27} \right) = 1$$

$$\frac{1}{18} + \frac{3+t}{27} = 1 \rightarrow t = 20$$

(۲) فرض کنید α و β ریشه‌های معادله $x^2 + (2-m)x + m-3 = 0$ باشند. اگر بزرگترین بازه برای m به طوری

که رابطه $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 < 0$ همواره برقرار است، بازه (a, b) باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

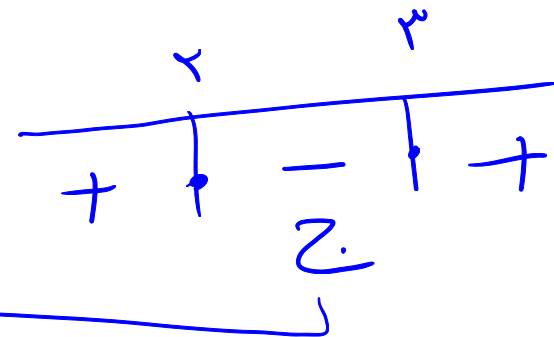
۵ (۲)

۴ (۱)

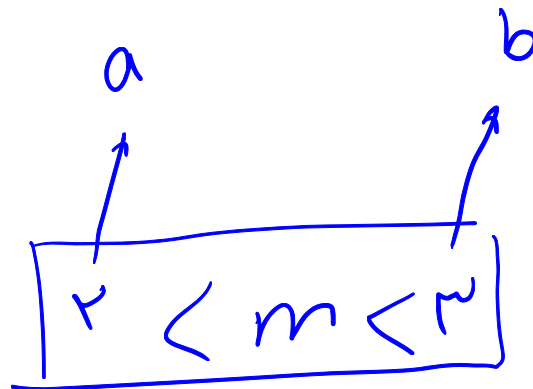
$$\alpha\beta(\alpha + \beta) < 0$$

$$p < 0$$

$$(m-3)(m-2) < 0$$



$$a+b = 5$$



(۴) پرنده‌ای فاصله ۴ کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف برمی‌گردد. اگر سرعت باد ۴ کیلومتر در ساعت و مجموع مدت زمان رفت و برگشت ۴۵ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام چند کیلومتر در ساعت است؟

$$\frac{v}{v-4} + \frac{v}{v+4} = \frac{45}{\frac{1}{60}} = \frac{27}{2}$$

۱۵ (۴)
۱۳/۵ (۳)
۱۲/۵ (۲)
۱۲ (۱)

$$\frac{v}{1} + \frac{v}{14} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{x}{v-v_0} + \frac{x}{v+v_0} = \text{زمان}$$

↓
↓

←
←

حل کلی : رادیکال تنها کن / طرفین به توان برسون / جواب حک کن

t گیری : اگر ۲ قیمت مشاب باشد t بگیر تا معادله ساده شود

معادلات رادیکالی
مجهول درون رادیکال

یک صفت : $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$ ← a=0, b=0

انحار مزدوج : $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 0$ بکاهد

(سوالات ۵، ۱۸، ۲۰، ۲۱)

(۵) اگر $3a + \sqrt{5a+15} = 1$ ، عدد $9a-1$ کدام است؟

-۱۹ (۲)

۱۷ (۱)

۶ (۳)

-۸ (۴) ✓

$$(\sqrt{5a+15})^2 = (1-3a)^2 \rightarrow$$

$$4 + \sqrt{\quad} \neq 1$$

$$9a-1 = -7-1 = -8$$

$$5a+15 = 1+9a^2-6a$$

$$9a^2-11a-14=0$$

یک جواب $a = 2$ ✓

$$a = -\frac{7}{9}$$

روش دوم

مصادر را در بالای متنها / توان / جیب

(4) تنها ریشه معادله $\frac{2-2x}{x^2-2x} + \frac{2}{2-x} = \frac{x+1}{x^2-x}$ کدام است؟

۰/۴ (۱) ۰/۷ (۲) ۱/۴ (۳) ۰/۴ (۴)

مخرج سردی ← حذف جید

(۴) صفر

(۳) ۱/۴

(x) (x-2) (x-1)

$$\left(\frac{2-2x}{x(x-2)} + \frac{2}{(x-2)} = \frac{x+1}{x(x-1)} \right)$$

$$(2-2x)(x-1) - 2x(x-1) = (x+1)(x-2) \xrightarrow{\text{ساده سازگی}} x^2 - 7x = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

ریشه صحیح غلط

$$\begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{7}{1} = 7 \end{cases}$$

۷) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دوم $x^2 + (m-1)x + m + 2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی مثبت است؟

$m > 7$ (۴)

$1 < m < 7$ (۳)

$m < -1$ (۲)

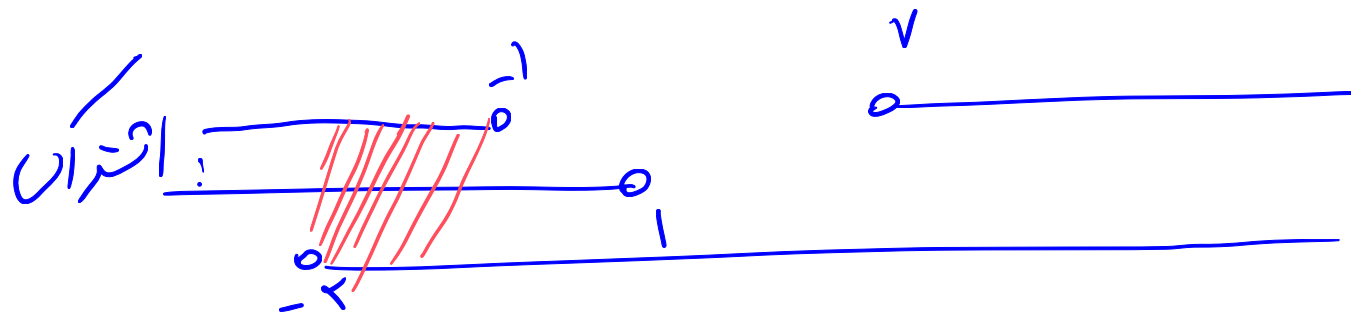
$-2 < m < -1$ (۱) ✓

$S > 0 \rightarrow -m + 1 > 0 \quad -m > -1 \quad (m < 1)$

$P > 0 \rightarrow m + 2 > 0 \quad (m > -2)$

$\Delta > 0 \rightarrow m^2 + 1 - 2m - 4m - 1 > 0 \quad +m^2 - 4m - 7 > 0$

-1	+7
+	+
-	-
ع.	ع.



$-2 < m < -1$

$$\alpha^3 + \frac{1}{B}$$

(۸) فرض کنید α, β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x = 0$ باشند، ریشه‌های کدام معادله

$$x^2 - x - 4 = 0$$

کدام است؟ $\beta^3 + \frac{1}{\alpha}$

$$\begin{aligned} S &= \alpha + \beta = 4 \\ P &= \alpha\beta = -4 \end{aligned}$$

$$4x^2 + 51x = 221 \quad (۲)$$

$$4x^2 = 51x + 221 \quad (۱)$$

$$4x^2 + 51x = 197 \quad (۴)$$

$$4x^2 = 51x + 197 \quad (۳)$$

$$S' = \alpha^3 + \beta^3 + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = S^3 - 3SP + \frac{S}{P} = \frac{51}{4}$$

$$P' = \left(\alpha^3 + \frac{1}{\beta}\right)\left(\beta^3 + \frac{1}{\alpha}\right) = \alpha^3\beta^3 + \alpha^2 + \beta^2 + \frac{1}{\alpha\beta} = P^3 + S^2 - 2P + \frac{1}{P}$$

$$4x^2 - 51x - 221 = 0 \begin{cases} S' = \frac{51}{4} \\ P' = -\frac{221}{4} \end{cases}$$

$$= -\frac{221}{4}$$

۲ معادله به ۲ تا ۵، P بررسی

(A) نمودار تابع با ضابطه‌های سهمی $y = f(x)$ و خط راست $y = g(x)$ در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده است. **مجموع** جواب‌های معادله $f(x) = g^2(x)$ کدام است؟

$g(x) \xrightarrow{(1,0)} g(x) = -x + 1$

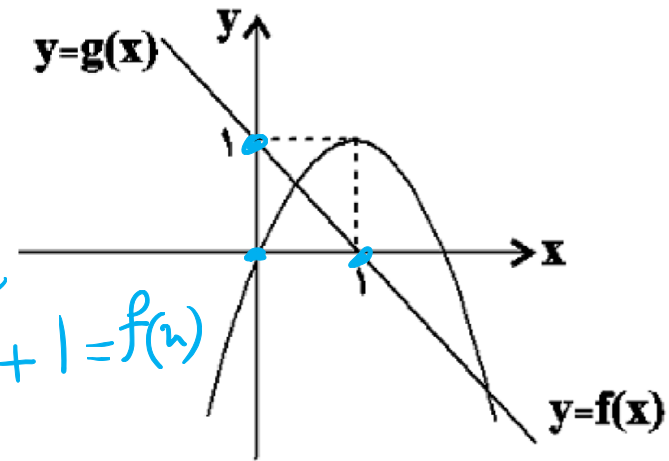
$f(x) = a(x - x_0)^2 + y_0$
 از $(1, 1)$
 نقطه $(0, 0)$
 $f(x) = a(x - 1)^2 + 1$

$0 = a(1) + 1 \rightarrow a = -1$

$-x^2 + 2x + 1 = x^2 + 1 - 2x$

$2x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow S = \frac{-b}{a} = 2$

- (1) -2
- (2) -1/2
- (3) -1/2
- (4) 2 ✓



۱. اگر مجموع ریشه‌های معادله $3x^2 - (k+1)x - 2 = 0$ برابر 2 باشد، مینیمم تابع $f(x) = 2x^2 + 2x - k$ کدام است؟

$$S = 2 - \frac{k+1}{3} = 2 \rightarrow k = 5$$

-۵/۵ (۲) ✓
-۶/۵ (۳)

(۱) -۵
(۳) -۶

$$2x^2 + 2x - 5 = 0 \quad x = \frac{-b}{2a} = -\frac{1}{2}$$

$$y = \frac{11}{4} = -0,25$$

۱۱) اگر صفرهای یک تابع درجه دوم برابر ۱ و ۳ باشد و از نقطه $(2, 1)$ بگذرد، این تابع محورهای را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

$$y = a(x - 1)(x - 3)$$

$$1 = a(1)(-1)$$

$$a = -1$$

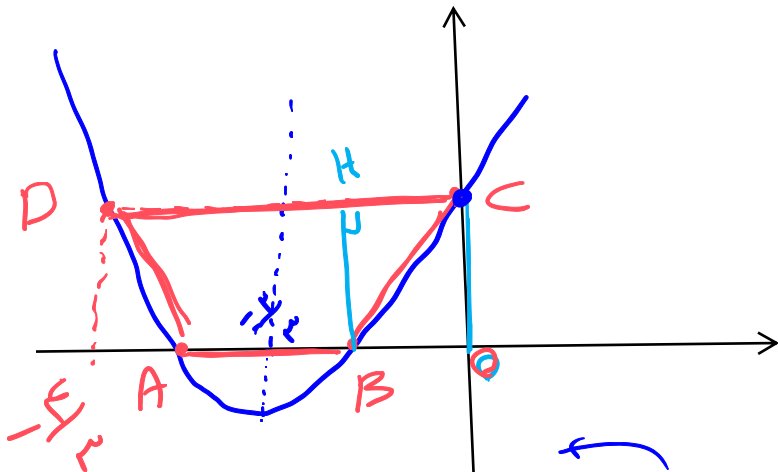
$$y = -(x - 1)(x - 3)$$

$$\begin{array}{l} (2) \checkmark \\ (4) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (1) \\ (3) \end{array}$$

$$x = 0 \rightarrow \text{عرض صفا} = -(-1)(-3) = -3$$

۱۲) شکل زیر مربوط به سهمی $y = 3x^2 - kx + 1$ است. اگر معادله محور تقارن آن $x = \frac{-2}{3}$ باشد، مساحت ذوزنقه ABCD کدام است؟



$$S = \left(\frac{AB + DC}{2} \right) (OC) = 1$$

$$y = 3x^2 + \epsilon x + 1 = 0 \quad \begin{cases} x_B = -1 \\ x_A = -\frac{1}{3} \end{cases} \quad AB = \frac{2}{3}$$

$$\frac{-b}{2a} = \frac{-2}{3} \rightarrow \frac{k}{6} = \frac{-2}{3} \rightarrow k = -4$$

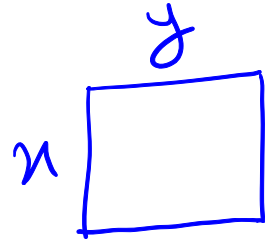
$$k = -4$$

$$DC = x_D - x_C = \left[\frac{2}{3} \right]$$

$$OC = 1 = \frac{1}{1}$$

- (۱) ۱ ✓
- (۲) -۱/۳
- (۳) ۲/۳
- (۴) ۲

۱۳) از یک رشته سیم به طول ۶۰ متر، می‌خواهیم یک مستطیل به مساحت ۱۸۹ متر مربع بسازیم. طول مستطیل از عرض آن چه قدر بیشتر می‌شود؟



۱۴ (۴)

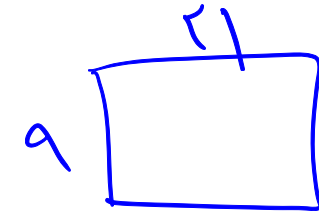
۲۰ (۳)

۱۲ (۲) ✓

۱ (۱)

$$محیط = ۶۰ = ۲x + ۲y \rightarrow x + y = ۳۰ \rightarrow y = ۳۰ - x$$

$$مساحت = ۱۸۹ = xy = x(۳۰ - x) = ۱۸۹ \rightarrow x = ۹$$



$$اضلاع = ۲۱ - ۹ = ۱۲$$

(۱۴) یکی از ریشه‌های معادله $ax^2 - (4a+1)x + 4a = 0$ از ۱۰ برابر ریشه دیگر سه واحد کم‌تر است. مقدار مثبت a کدام است؟

$$\alpha, 10\alpha - 3$$

$$\frac{5}{4} \text{ (۴)}$$

$$\frac{9}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{4}{5} \text{ (۲)}$$

$$\frac{5}{9} \text{ (۱)}$$

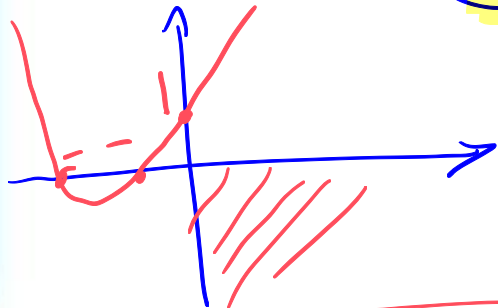
$$\text{ضرب‌کنان} = \frac{c}{a} = \frac{4a}{a} = 4 \rightarrow \alpha(10\alpha - 3) = 4 \rightarrow \alpha = \frac{1}{5}$$

$$\alpha = -\frac{0}{1}$$

$$\alpha = \frac{1}{5} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ نذاره}} a\left(\frac{1}{5}\right)^2 - (4a+1)\left(\frac{1}{5}\right) + 4a = 0 \rightarrow a = \frac{0}{9}$$

ابطال بین α و B → B حذف کن → α حذف کن یا بیاب

(۱۵) محدوده a کدام باشد تا نمودار تابع درجه دوم $y = (a+6)x^2 + (a-2)x + 1$ از ناحیه چهارم محورهای مختصات عبور نکند؟



$a > 5$ (۴)

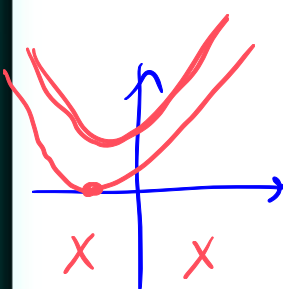
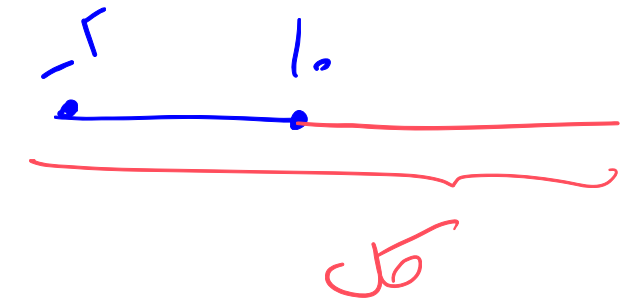
$a \geq -2$ (۳)

$a \leq -6$ (۲)

$-6 < a < -2$ (۱)

$a > 0, S < 0, P > 0, \Delta > 0$
فقط از چهارم نلزم

$a > 1$



$a > 0, \Delta \leq 0$

$-2 \leq a \leq 1$

تابع ← هم نلزم ← a, S, P, Δ

(۱۲) با طنابی به طول (۴۰) متر زمینی به شکل مقابل را محصور کرده‌ایم. بیشترین مساحت محصور شده ممکن کدام است؟

$$x + y = 40 \rightarrow x + y = 10$$

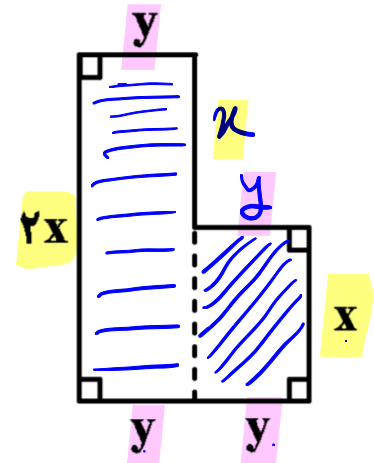
$$y = 10 - x$$

$$\text{مساحت} = xy + 2xy = 3xy$$

$$\text{مساحت} = 3x(10-x) = 30x - 3x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-30}{-6} = 5$$

$$\begin{aligned} x &= 5 \\ y &= 5 \\ S &= 3xy = 75 \end{aligned}$$



- (۱) ۵۰
- (۲) ۷۵
- (۳) ۱۰۰
- (۴) ۱۲۵

در جا کار بردن
مساحت
ماده‌ها را بهترین
تابع max / min
بیاب
یک متغیر
یا $y' = 0$ یا $\frac{-b}{2a}$

۱۷) می‌خواهیم کنار یک رودخانه تفریح‌گاهی مستطیل شکل به مساحت ۱۵۵۰ مترمربع بسازیم. قرار است یک ضلع آن فنس و سه ضلع دیگر دیوار باشد. اگر هزینه هر متر دیوار و فنس به ترتیب ۲۵ و ۶ واحد پول باشد. کمترین هزینه محصور کردن چند واحد پول است؟

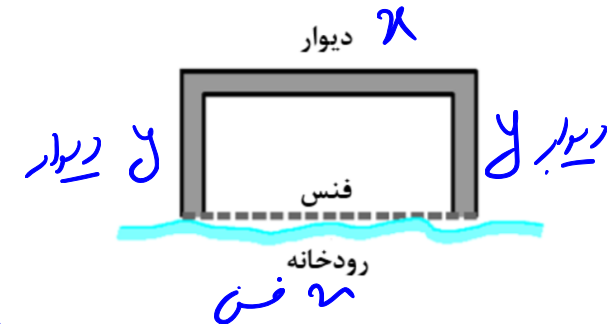
$$xy = 1550 \rightarrow y = \frac{1550}{x}$$

$$\text{هزینه کل} = (2y + x)(25) + x(6) = 50y + 21x$$

$$\text{هزینه کل} = 50 \times \frac{1550}{x} + 21x$$

$$\text{مشتق} \rightarrow 0 = 1550 \left(\frac{-1}{x^2} \right) + 21 = 0 \rightarrow x = 21, y = 73.8$$

$$\text{هزینه} = 50(21) + 21(0) = 2100$$



- ۳۰۰۰ (۱)
- ۲۹۰۰ (۲)
- ۳۱۰۰ (۳)
- ۳۲۰۰ (۴)

(۱۸) معادله $x - \sqrt{x} = \sqrt{x - \sqrt{x}} + 30$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) صفر

(۲) یک ✓

(۳) دو

(۴) سه

$$x - \sqrt{x} = t \rightarrow t = \sqrt{t + 30} \quad t = 9 \quad \checkmark \checkmark$$

$$x - \sqrt{x} = 9 \rightarrow x = 9 \quad \checkmark$$

تستی $t = 9$ به بار آمد ✓

(۱۹) اگر ۲۰۰ کیلوگرم محلول آب نمک ۶ درصدی داشته باشیم، برای تبدیل آن به محلول آب نمک ۱۰ درصدی باید a کیلوگرم از نمک نوع اول و b کیلوگرم از نمک نوع دوم اضافه و ۱۷ کیلوگرم از آب آن را تبخیر کنیم. کدام گزینه می‌تواند اندازه‌های a و b را درست نشان دهد؟ (این محلول آب‌نمک، از دو نوع نمک تشکیل شده است.)

$$\frac{\text{نمک}}{\text{کل}} = \frac{۶}{۱۰۰}$$

$$\frac{۱۲}{۲۰۰} = \frac{۶}{۱۰۰}$$

$$۱۲ \text{ Kg} = \text{نمک}$$

$$\begin{cases} a = ۲ \\ b = ۴ \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} a = ۳ \\ b = ۶ \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} a = ۲ \\ b = ۶ \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} a = ۳ \\ b = ۴ \end{cases} \quad (۱)$$

$$\frac{۱۲ + a + b}{۲۰۰ + a + b - ۱۷} = \frac{۱۰}{۱۰۰}$$

$$\frac{۱۲ + (a+b)}{۱۸۳ + (a+b)} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$\frac{۱۲ + t}{۱۸۳ + t} = \frac{۱}{۱۰}$$

$$t = ۷$$

$$\frac{۱۹}{۱۹} = \frac{۱}{۱۰}$$

معادله $\sqrt{x^3 + x - 10} + \sqrt{x^2 - 5x + 6} = 0$ چند جواب دارد؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲) ✓

۱ (۱) صفر

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 = 0 \\ x^3 + x - 10 = 0 \end{cases}$$

$x = 2$ (circled in yellow)
 $x = 3$ (circled in blue)

$1 + 2 - 10 = -7 \neq 0$
 $27 + 2 - 10 = 19 \neq 0$

$x = 2$ (circled in yellow)

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0 \rightarrow a = 0 \leftrightarrow b = 0$ (circled in red)

(۲۱) اگر $2x - \sqrt{4x^2 - 4} = -3$ باشد، مقدار $x + \sqrt{x^2 - 1}$ کدام است؟

- (۲) $-\frac{1}{3}$
- (۴) $\frac{3}{2}$

- (۱) $-\frac{2}{3}$
- (۳) $-\frac{3}{2}$

$$(x - \sqrt{x^2 - 1})(x + \sqrt{x^2 - 1}) = 1$$

\downarrow
 $-\frac{3}{2}$

\downarrow
?

$= 1$
 \downarrow
 $?\ = \frac{-2}{3}$

$$x^2 - (x^2 - 1) = 1$$

\downarrow
 $2x - \sqrt{4(x^2 - 1)} = -3$

$$2x - 2\sqrt{x^2 - 1} = -3$$

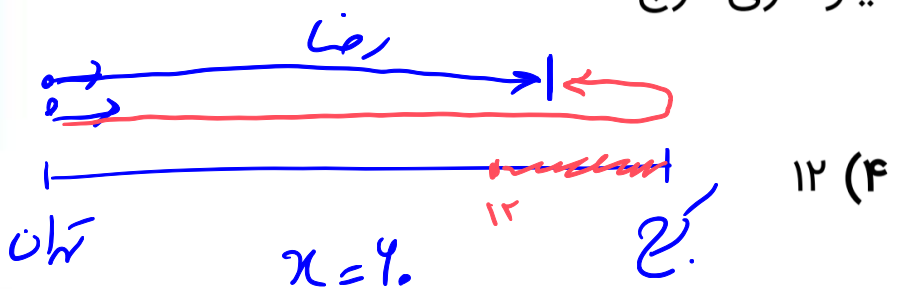
$$x - \sqrt{x^2 - 1} = -\frac{3}{2}$$

منتخب
۷ آزمون



(۲۲) احمد و رضا در یک لحظه از شهر تهران به طرف کرج حرکت می‌کنند. سرعت هر کدام از آنها ثابت است و فاصله بین دو شهر (۶۰) کیلومتر است. احمد هر ساعت ۴ کیلومتر کمتر از رضا می‌پیماید. رضا به شهر کرج رسیده و بلافاصله برمی‌گردد و احمد را در ۱۲ کیلومتری کرج ملاقات می‌کند، احمد با سرعت چند کیلومتر بر ساعت حرکت می‌کند؟

$$v = \frac{x}{t=1}$$



(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲
 $v = 5$ سرعت رضا $v - 4 = 5 - 4 = 1$ سرعت احمد

$$t_1 = t_2 \rightarrow \frac{x_1}{v_1} = \frac{x_2}{v_2}$$

$$\frac{60}{5} = \frac{48}{v-4}$$

$$4 = \text{زمان ملاقات}$$

$$v - 4 = 1$$

$$v = 12$$