



ب در تقسیم چندجمله‌ای  $p(x)$  بر  $x - a$ ، باقیمانده برابر  $p(a)$  است. سوال های امتحانی - ۱۴۰۰

پ چند جمله‌ای  $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$  بر دو جمله‌ای  $x + 2$  بخش پذیر است.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۳ در چندجمله‌ای  $f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$  مقادیر  $a$  و  $b$  را طوری بیابید که باقی مانده تقسیم

آن بر  $x - 1$  برابر ۴ بوده و بر  $x + 2$  بخش پذیر باشد. متنا - ۱۳۹۸

### همسایگی

۴ الف) عبارت  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$  به چه معناست؟ توضیح دهید. تمرین های کتاب - ۵۷

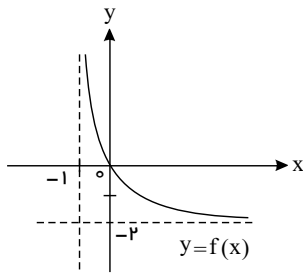
ب) عبارت  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$  به چه معناست؟ توضیح دهید.

پ) نمودار تابعی مانند  $f$  را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟

### حد راست و حد چپ و محاسبه حد از روی نمودار

۵ به سوالات زیر پاسخ دهید. سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

الف سوال های امتحانی - ۱۳۹۸



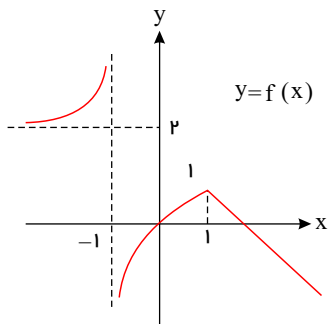
با استفاده از نمودار تابع  $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید.

آ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۶) باتوجه به نمودار  $y = f(x)$



الف حدود خواسته شده را بنویسید.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

### رفع ابهام از ۰/۰

تمرین های کتاب - ۵۳

۷) حدود زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^3 - 13x^2 + 24x - 9}$$

تمرین های کتاب - ۵۳



ب

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}}$$

تمرین های کتاب- ۵۳

پ

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x} + 1}{x^2 + 3x + 2}$$

تمرین های کتاب- ۵۳

تمرین های کتاب- ۵۷

۸) حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

۹) حد توابع زیر را در صورت وجود بیابید.

سوال های امتحانی- ۱۳۹۸

الف)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$

تمرین های کتاب- ۵۷

ب)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$

۱۰) حدود زیر را در صورت وجود، به دست آورید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x} + 2}$$

تمرین های کتاب- ۵۷



ر

$$\text{آ) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}$$

حد توابع زیر را به دست آورید. ۱۲

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۱۳

الف

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۱۴

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. ۱۵

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

سوال های امتحانی - ۱۴۰۰

۱۶) حد توابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$$

سوال های امتحانی - ۱۴۰۰

تمرین های کتاب - ۶۴

 ۱۷) نمودار تابع  $f$  به شکل مقابل است. حدود خواسته شده را بنویسید:

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

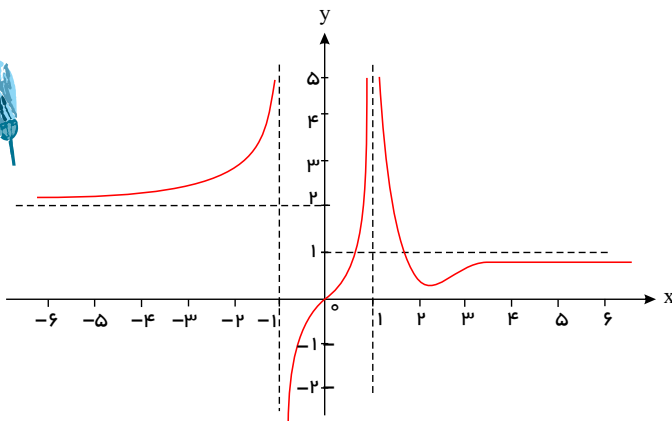
ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$

ث)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

پ)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$

ج)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$



تمرین های کتاب - ۵۷

۱۸) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2}$$

تمرین های کتاب - ۵۷



ب

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{|3x + 1|}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

پ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

تمرین های کتاب- ۵۷

۱۹) حدهای زیر را تعیین کنید.

الف

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

ب

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x - 3)^4}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

پ

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-1}{4}} \frac{4x + 1}{(2x + 1)^2}$$

تمرین های کتاب- ۵۷

ت

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$$

تمرین های کتاب- ۵۷



ث

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{\cos x}$$

تمرین های کتاب - ۵۷

ج

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \tan x$$

تمرین های کتاب - ۵۷

چ

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

تمرین های کتاب - ۵۷

ع

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

سوال های امتحانی - ۱۴۰۰

غ

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

ف

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۲۴

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۲۵

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$$

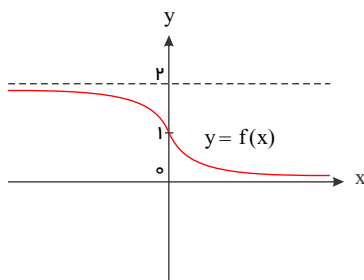
سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

### حد در بی نهایت و رفع ابهام از $\infty/\infty$

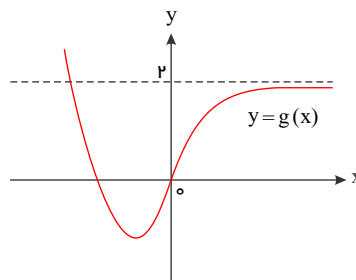
۲۵ با توجه به نمودار توابع، حدود خواسته شده را بنویسید.

تمرین های کتاب - ۶۴

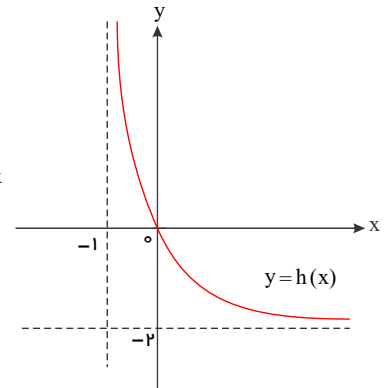
(الف)



(ب)



(پ)



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x) = \dots$$

تمرین های کتاب - ۶۲

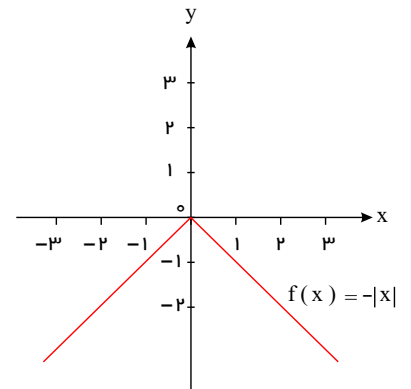
۲۶ با توجه به نمودار هر تابع، طرف دوم تساوی ها را بنویسید.



الف

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots$$

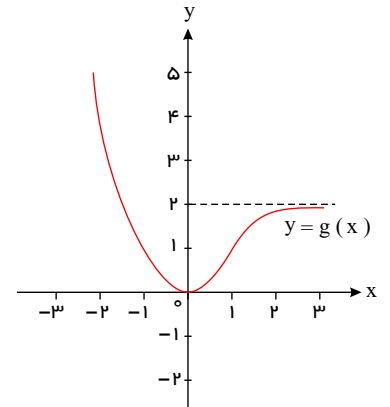


تمرین های کتاب- ۶۲

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \dots$$

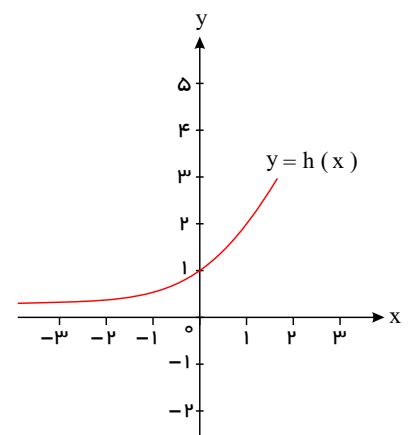


تمرین های کتاب- ۶۲

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = \dots$$



تمرین های کتاب- ۶۲



متن - ۱۳۹۸

۲۷) حد تابع  $f(x) = \frac{\sqrt{x^4 + x^2 + 3}}{x^2 - 3}$  وقتی که  $x \rightarrow +\infty$  را بدست آورید.

تمرین های کتاب - ۶۳

۲۸) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 4}{7x^3 - 11x^2 - 6x}$$

تمرین های کتاب - ۶۳

ب)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$$

تمرین های کتاب - ۶۳

پ)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$$

تمرین های کتاب - ۶۳

تمرین های کتاب - ۶۴

۲۹) حدود زیر را محاسبه کنید.

الف)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( 9 + \frac{7}{x^3} \right)$$

تمرین های کتاب - ۶۴

ب)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{1}{2}x^3 + 7x^2 - 6 \right)$$

تمرین های کتاب - ۶۴



پ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$$

تمرین های کتاب - ۶۴

ت

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - 6x^3 - x}{x^2 - 5x + 1}$$

تمرین های کتاب - ۶۴

ث

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x}$$

تمرین های کتاب - ۶۴

ج

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{4}$$

تمرین های کتاب - ۶۴

حد تابع  $g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  برابر ..... است.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

ی

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$$

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹



حد تابع  $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$  وقتی که  $x \rightarrow -\infty$  برابر ..... است. سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  در  $x = 0$  مشتق پذیر نیست. خط  $x = 0$  را ..... منحنی می نامیم.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

تابع  $y = f(x)$  در کدام نقطه یا نقاط مشخص شده، مشتق پذیر نیست؟ سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

اگر  $f'(2) = 3$  و  $g'(2) = 5$  باشد، آنگاه حاصل عبارت  $(2g - f)'(2)$  برابر ..... است.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

### حد در بی نهایت و رفع ابهام از $\infty/\infty$

در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. سوال های امتحانی - ۱۳۹۸ (۳۶)

الف) حد تابع  $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$  وقتی  $x \rightarrow -\infty$  میل می کند برابر ..... می باشد.

سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

# پاسخنامه تشریحی

ب درست

ب

$$f(-2) = -16 + 20 + 6 - 10 = 0$$

$$f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f(1) = 4 \Rightarrow 1 + a + 1 + b = 4 \Rightarrow a + b = 2$$

$$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow \text{باقی‌مانده} = f(-2) = 0 \Rightarrow -8 + 4a - 2 + b = 0 \Rightarrow 4a + b = 10$$

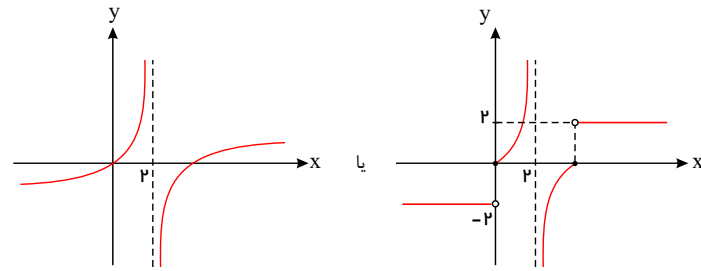
$$\begin{cases} a + b = 2 \\ 4a + b = 10 \end{cases}$$

$$3a = 8 \rightarrow a = \frac{8}{3} \Rightarrow b = 2 - \frac{8}{3} \Rightarrow b = \frac{-2}{3}$$

۴ الف) یعنی در همسایگی چپ  $x = 2$  مقادیر  $f(x)$  از هر عدد مثبت دلخواه بزرگتر است به شرط آنکه  $x$  با مقادیر کمتر از ۲، به قدر کافی به عدد ۲ نزدیک شوند.

ب) یعنی در همسایگی راست  $x = 2$  مقادیر  $f(x)$  از هر عدد منفی دلخواه کوچکتر است به شرط آنکه  $x$  با مقادیر بزرگ‌تر از ۲، به قدر کافی به عدد ۲ نزدیک شود.

ب



الف

۱)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$

الف

۱)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^3 - 13x^2 + 24x - 9} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام، مخرج را بر عامل ابهام یعنی  $x - 3$  تقسیم می‌کنیم و برای تجزیه صورت از اتحاد جمله مشترک کمک می‌گیریم.

$$2x^3 - 13x^2 + 24x - 9 \quad \left| \begin{array}{l} x - 3 \\ 2x^2 - 7x + 3 \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{r} -2x^3 + 6x^2 \\ \hline -7x^2 + 24x - 9 \end{array}$$

$$7x^2 - 21x$$

$$3x - 9$$

$$-3x + 9$$

صفر

$$\text{پس: } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(2x^2-7x+3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2}{2x^2-7x+3}$$

به‌ازای  $x = 3$  مخرج صفر می‌شود پس مخرج را بر  $x - 3$  تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{2x^2 - 7x + 3}{2x - 1} \Big|_{x=3} \begin{array}{l} x - 3 \\ 2x - 1 \\ \hline -2x^2 + 6x \\ -x + 3 \\ \hline x - 3 \\ \hline \text{صفر} \end{array}$$

پس:  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2)}{(x-3)(2x-1)} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{(0^+)(5)} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(x-2)}{(x-3)(2x-1)} = \frac{1}{(0^-)(5)} = \frac{1}{0^-} = -\infty \end{cases} \rightarrow \text{حد ندارد}$

**ب**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام، عبارت را در مزدوج مخرج، ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \text{پس: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} &\times \frac{x - \sqrt{2x+3}}{x - \sqrt{2x+3}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 1)(x - \sqrt{2x+3})}{x^2 - 2x - 3} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-1)(x - \sqrt{2x+3})}{(x-3)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x - \sqrt{2x+3})}{(x-3)} \\ &= \frac{(-2)(-2)}{-4} = \frac{4}{-4} = -1 \end{aligned}$$

**پ**

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x^2 + 3x + 2} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام از اتحاد چاق‌ولاغر کمک می‌گیریم:  $(a+b)(a^2 + b^2 - ab) = a^3 + b^3$

$$\text{پس: } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{x^2 + 3x + 2} \times \frac{\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)}{(x+1)(x+2)(\sqrt[3]{x^2+1} - \sqrt[3]{x})}$$

۸

**الف**

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4} = \frac{0}{0} \text{ مبهم}$$

برای رفع ابهام، مخرج را بر عامل ابهام یعنی  $x = 4$  تقسیم می‌کنیم و صورت را به کمک اتحاد جمله مشترک تجزیه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \frac{x^2 + 3x^2 + x + 4}{x^2 + 1} \Big|_{x=-4} \begin{array}{l} x + 4 \\ x^2 + 1 \\ \hline -(x^2 + 4x^2) \\ \circ + x + 4 \\ \hline -(x + 4) \\ \hline \circ \end{array} \\ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^3 + 4x^2 + x + 4} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{(x-1)(x+4)}{(x+4)(x^2+1)} = \lim_{x \rightarrow -4} \frac{x-1}{x^2+1} = \frac{-5}{17} \end{aligned}$$

۹ (الف)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} &= \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(4-x)}{(x^2 - 16)(2 + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-(x-4)}{(x+4)(x-4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(8)(4)} = -\frac{1}{32} \end{aligned}$$

(ب)



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

هرگاه در مسائل حدی، کسینوس یک شد حتماً ۱<sup>-</sup> است.

۱۰

الف

$$\lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x} + 2} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام از اتحاد چاق ولاغر کمک می‌گیریم:  $(a + b)(a^2 + b^2 - ab) = a^3 + b^3$

$$\begin{aligned} \text{پس: } \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x} + 2} &= \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2x + 16}{\sqrt[3]{x^3} + 2} \times \frac{\sqrt[3]{x^3} + 4 - 2\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^3} + 4 - 2\sqrt[3]{x}} = \lim_{x \rightarrow -8} \frac{2(x + 8)(\sqrt[3]{x^3} + 4 - 2\sqrt[3]{x})}{(x + 8)} \\ &= \lim_{x \rightarrow -8} 2(\sqrt[3]{x^3} + 4 - 2\sqrt[3]{x}) = 2(4 + 4 + 4) = 24 \end{aligned}$$

ب

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - 1)(x + 2)} &= \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x - 1)(x + 2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - x)}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x - 1)}{(x - 1)(x + 2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(2)(3)} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

۱۲

الف

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + 1} - 2} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x + 1} - 2} \times \frac{\sqrt{x + 1} + 2}{\sqrt{x + 1} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)(x - 3)(\sqrt{x + 1} + 2)}{(x + 1 - 4)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x + 3)(\sqrt{x + 1} + 2)}{(\sqrt{x + 1} - 2)} = 6 \times 4 = 24$$

۱۳

الف

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x + 3}} \times \frac{x - \sqrt{2x + 3}}{x - \sqrt{2x + 3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x + 1)(x - 1)(x - \sqrt{2x + 3})}{(x - 3)(x + 1)} = \frac{(-2)(-2)}{-4} = -1$$

۱۴

الف

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x + 6}} \times \frac{x + \sqrt{x + 6}}{x + \sqrt{x + 6}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 2x - 3)(x + \sqrt{x + 6})}{x^2 - x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 3)(x + 1)(x + \sqrt{x + 6})}{(x - 3)(x + 2)} = \frac{(4)(6)}{(5)} = \frac{24}{5}$$

۱۵

الف

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}} &= \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x + 1}} \times \frac{2 + \sqrt{x + 1}}{2 + \sqrt{x + 1}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 3)(x - 3)(2 + \sqrt{x + 1})}{4 - x - 1} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x + 3)(x - 3)(2 + \sqrt{x + 1})}{-(x - 3)} \\ &= \frac{(6)(4)}{-1} = -24 \end{aligned}$$

۱۶

الف



$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2 + \sqrt{x-1}}{2 + \sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4 - (x-1)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2 + \sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$$

۱۷

با توجه به شکل داریم:

الف)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$

ب)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = +\infty$

پ)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = -\infty$

ت)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$

ث)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$

ج)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

۱۸

الف)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{x^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{x^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \text{ حد تابع در } x = 0 \text{ برابر } -\infty \text{ است.}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{|3x+1|} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{[x]}{|3x+1|} = \frac{[(\frac{-1}{3})^+]}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^-} \frac{[x]}{|3x+1|} = \frac{[(\frac{-1}{3})^-]}{0^+} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \text{ حد تابع در } x = -\frac{1}{3} \text{ برابر } -\infty \text{ است.}$$

پ)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{(0^+)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{1}{(0^-)^2} = \frac{1}{0^+} = +\infty \end{cases} \text{ حد تابع در } x = 0 \text{ برابر } +\infty \text{ است.}$$

۱۹

الف)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{|x|} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{|x|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-1}{|x|} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases} \text{ حد تابع در } x = 0 \text{ برابر } -\infty \text{ است.}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{-1}{(x-3)^4} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{-1}{(x-3)^4} = \frac{-1}{(0^+)^4} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{(x-3)^4} = \frac{-1}{(0^-)^4} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

حد تابع در  $x = 3$  برابر  $-\infty$  است.

ب)

$$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} \begin{cases} \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^+} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} = \frac{-2+1}{(0^+)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{2})^-} \frac{4x+1}{(2x+1)^2} = \frac{-2+1}{(0^-)^2} = \frac{-1}{0^+} = -\infty \end{cases}$$

حد تابع در  $x = -\frac{1}{2}$  برابر  $-\infty$  است.

ت)

حد نهایی دوازدهم با تمرین کتاب



$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{((-2)^-)^2 - 4} = \frac{6}{4^+ - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

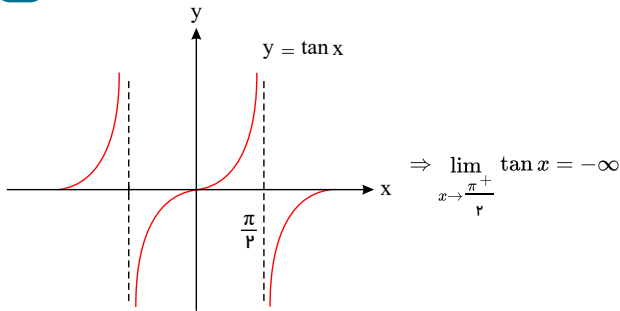
ث

 توجه کنید  $(\frac{\pi}{2})^+$  در ناحیه دوم است و در این ناحیه، کسینوس منفی است.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi^+}{2}} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$$

ج

به شکل توجه نمایید:



د

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{[3^-] - 3}{3^- - 3} = \frac{2 - 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

ع

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{2 - 3}{3^- - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

غ

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{|2x - 1|} = \frac{[\frac{1}{2}] - 3}{0^+} = \frac{0 - 3}{0^+} = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

ف

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{2 - 3}{3^- - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

ق

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{|x - 3|} = \frac{2}{0^+} = +\infty$$

 توجه کنید مخرج به علت داشتن قدرمطلق وقتی  $x \rightarrow 3$  برابر  $0^+$  است.

ک

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \frac{[3^-] - 3}{3^- - 3} = \frac{2 - 3}{0^-} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$$

(الف) ۲۵

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -2 \quad , \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^+} h(x) = +\infty$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$$

ب

۱.

۲.

۲۶



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = ۲$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = ۰ \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^6}}{x^3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{x^3} = 1$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x^۳ - ۵x + ۴}{۷x^۳ - ۱۱x^۲ - ۶x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x^۳}{۷x^۳} = \frac{۲}{۷}$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x + ۴}{x^۳ + x - ۸} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x}{x^۳} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵}{x^۲} = \frac{۵}{+\infty} = ۰$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۴x^۷ + ۵x^۲}{۲x^۳ + ۹} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۴x^۷}{۲x^۳} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -۲x^۴ = -\infty$$

الف

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( ۹ + \frac{۷}{x^۳} \right) = ۹ + ۰ = ۹$$

ب

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -\frac{۱}{۲}x^۳ + ۷x^۲ - ۶ \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^۳ \left( -\frac{۱}{۲} + \frac{۷}{x} - \frac{۶}{x^۳} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{۱}{۲}x^۳ = -\infty$$

پ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۳ + \frac{۱}{x^۲}}{\frac{۴}{x} - ۵} = \frac{۳ + ۰}{۰ - ۵} = -\frac{۳}{۵}$$

ت

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۲x^۵ - ۶x^۳ - x}{x^۲ - ۵x + ۱} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۲x^۵}{x^۲} = \lim_{x \rightarrow -\infty} ۲x^۳ = -\infty$$

ث

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۶x^۳ + ۷x - ۹}{۲x^۳ - ۴x^۲ + x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-۶x^۳}{۲x^۳} = -۳$$

ج

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x + ۱}{۴} = \frac{+\infty}{۴} = +\infty$$

ه

-۵

$$\text{عدت: } \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x^۲ - ۳x}{-x^۲ + ۱} \xrightarrow{\text{توان بیشتر}} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x^۲}{-x^۲} = -۵$$

ی

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x^۳ - ۵x + ۱}{۶x^۳ - ۱۱x^۲ - ۳} \xrightarrow{\text{توان بیشتر}} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{۲x^۳}{۶x^۳} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

$$\text{عدت: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x + ۴}{x^۳ + x - ۸} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵x}{x^۳} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{۵}{x^۲} = \frac{۵}{+\infty} = ۰$$

۲۷

۲۸

۲۹

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} ax^n = \begin{cases} +\infty & (a \text{ مثبت}) \\ -\infty & (a \text{ منفی}) \end{cases} \quad \text{می دانیم:}$$

صفر

مماس قائم

تابع در  $x = 1$  (گوشه) و  $x = -1$  (ناپیوسته) مشتق ناپذیر است.



۷

علت:  $(2g - f)'(2) = 2g'(2) - f'(2) = 10 - 3 = 7$

الف

علت:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x^7}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{3}{2}x^4 = -\frac{3}{2}(+\infty) = -\infty$

۳۶