



احتمال شرطی و قانون ضرب احتمالها

۱ در هر قسمت، عبارت مناسب را انتخاب کنید. سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

الف دو پیشامد A و B را گوییم هرگاه وقوع هریک بر احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. (مستقل - ناسازگار - سازگار) سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

ب احتمال وقوع پیشامد A به شرط اینکه بدانیم پیشامد B رخ داده است، به صورت نمایش داده می‌شود. $(P(A - B), P(A | B), P(B | A))$ سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

احتمال کل

۲ سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره سبز و ۴ مهره آبی است. ظرف دوم شامل ۷ مهره سبز و ۳ مهره آبی است. ظرف سوم شامل ۶ مهره سبز و ۴ مهره قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرفها را انتخاب و یک مهره از آن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

۳ فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۴۰ درصد مرد و ۶۰ درصد زن باشند و احتمال شیوع یک بیماری خاص در این دو گروه به ترتیب ۳ درصد و ۵ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری مورد نظر مبتلا است؟ سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۴ دو ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۷ مهره آبی و ۵ مهره قرمز است و ظرف دوم شامل ۶ مهره آبی و ۸ مهره قرمز است. از ظرف اول به تصادف یک مهره انتخاب کرده در ظرف دوم قرار می‌دهیم. سپس یک مهره از ظرف دوم انتخاب می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره آبی است؟ سوال های امتحانی - ۱۳۹۸

۵ یک سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر پشت بیاید ۳ سکه دیگر را باهم پرتاب می‌کنیم. در این آزمایش احتمال این که دقیقاً یک سکه رو ظاهر شود چقدر است؟ سوال های امتحانی - ۱۳۹۸



۶ سه ظرف یکسان داریم. ظرف اول شامل ۵ مهره قرمز و ۳ مهره آبی و ظرف دوم شامل ۴ مهره آبی و ظرف سوم شامل ۶ مهره قرمز است. با چشم بسته یکی از ظرف‌ها را انتخاب کرده و از آن یک مهره بیرون می‌آوریم. احتمال آن که مهره انتخابی آبی باشد چقدر است؟
سوال های امتحانی - ۱۴۰۰

۷ اگر احتمال انتقال نوعی بیماری عفونی به نوزاد پسر $0,07$ و نوزاد دختر $0,04$ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندى باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد شد؟
سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۸ اگر احتمال انتقال نوعی بیماری خاص به نوزاد پسر $0,08$ و نوزاد دختر $0,03$ باشد و خانواده‌ای منتظر به دنیا آمدن فرزندى باشند، با چه احتمالی نوزاد آنها به بیماری مذکور مبتلا خواهد بود؟
سوال های امتحانی - ۱۳۹۹

۹ مینا در انتخاب رشته خود برای تحصیل در دبیرستان بین سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی مردد است. اگر او رشته ریاضی را انتخاب کند، به احتمال $0,45$ ، اگر تجربی را انتخاب کند به احتمال $0,1$ و اگر انسانی را انتخاب کند به احتمال $0,3$ در آزمون ورودی دانشگاه پذیرفته خواهد شد. اگر احتمال این که او رشته ریاضی را انتخاب کند $0,1$ ، احتمال این که رشته تجربی را انتخاب کند $0,6$ و احتمال این که رشته انسانی را انتخاب کند $0,3$ باشد، با چه احتمالی در دانشگاه پذیرفته خواهد شد؟
تمرین های کتاب - ۱۴۸

۱۰ در یک جعبه ۵ ساعت دیواری از نوع A ، ۲ تا از نوع B و ۱۵ تا از نوع C وجود دارد و احتمال این که عمر آنها از ۱۰ سال بیش تر باشد برای نوع A ، $\frac{4}{5}$ ، برای نوع B ، $\frac{9}{10}$ و برای نوع C ، $\frac{1}{2}$ است. به تصادف یک ساعت از کارتن بیرون می‌آوریم. با چه احتمالی عمر این ساعت بیش از ۱۰ سال است؟
تمرین های کتاب - ۱۴۸

۱۱ فرض کنید جمعیت یک کشور متشکل از ۲۰ درصد کودک و نوجوان، ۵۰ درصد میانسال و ۳۰ درصد سالمند باشند و شیوع یک بیماری خاص در این دسته‌ها به ترتیب ۳ درصد، ۵ درصد و ۱ درصد باشد. اگر فردی به تصادف از این جامعه انتخاب شود، با چه احتمالی به بیماری موردنظر مبتلا است؟
تمرین های کتاب - ۱۴۸

۱۲ دو جعبه داریم. درون یکی از آنها ۱۲ لامپ قرار دارد که ۶ تا از آنها معیوب است و درون جعبه دیگر ۹۶ لامپ قرار دارد که ۴ تا از آنها معیوب‌اند. به تصادف جعبه‌ای انتخاب کرده، یک لامپ از آن بیرون می‌آوریم. چقدر احتمال دارد لامپ موردنظر معیوب باشد؟
تمرین های کتاب - ۱۴۸

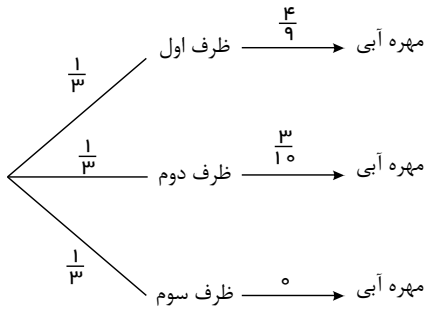
پاسخنامه تشریحی

۱

الف مستقل

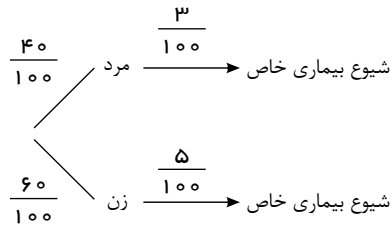
 ب $P(A|B)$

۲



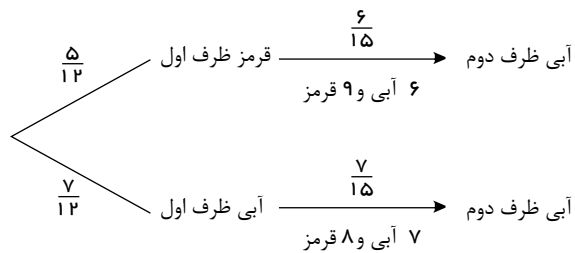
$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{9}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) = \frac{4}{27} + \frac{1}{9} = \frac{67}{270}$$

۳



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{40}{100} \times \frac{3}{100}\right) + \left(\frac{60}{100} \times \frac{5}{100}\right) = \frac{420}{10000} = 0,042$$

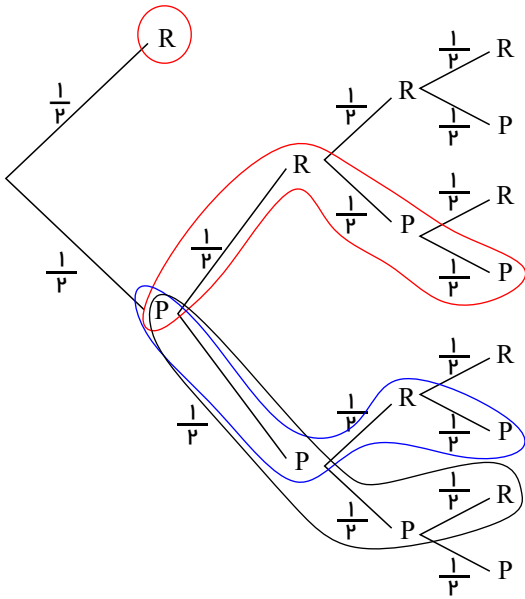
۴ از ظرف اول ممکن است مهره آبی یا مهره قرمز خارج کنیم یک بار مهره قرمز را در ظرف دوم می گذاریم و احتمال آبی بودن را حساب می کنیم و یک بار مهره آبی را در ظرف دوم قرار می دهیم و احتمال آبی بودن را حساب می کنیم.



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{5}{11} \times \frac{6}{15}\right) + \left(\frac{6}{11} \times \frac{7}{15}\right) = \frac{79}{180}$$

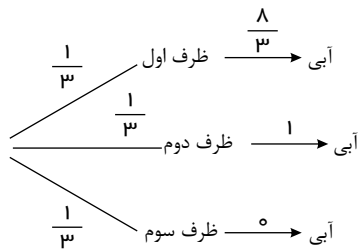
۵

رو، را با R و «پشت» را با P نشان می دهیم:

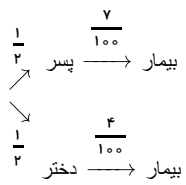


حالت مطلوب: $R, PRPP, PPRP, PPPR$

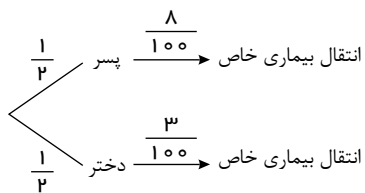
$$\begin{aligned} \rightarrow \text{احتمال مطلوب} &= \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} + \frac{3}{16} = \frac{11}{16} \end{aligned}$$



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{8}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 1\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{11}{24}$$



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{7}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{100}\right) = \frac{11}{200}$$

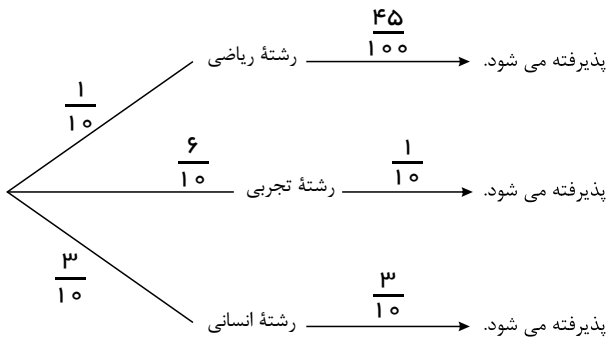


$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{100}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{3}{100}\right) = \frac{11}{200}$$

۶

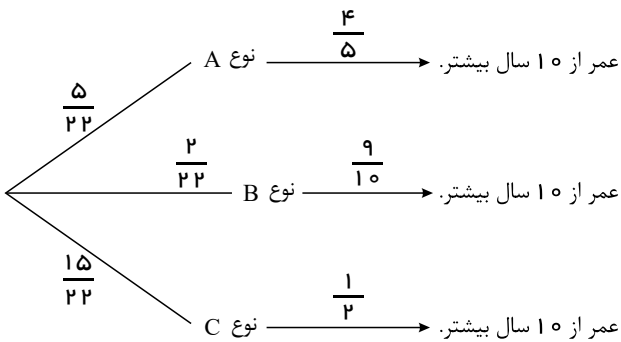
۷

۹



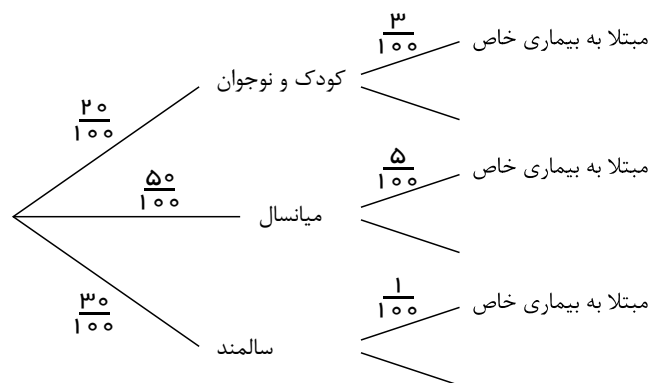
$$\begin{aligned}
 \text{احتمال مطلوب} &= \left(\frac{1}{10} \times \frac{45}{100}\right) + \left(\frac{6}{10} \times \frac{1}{10}\right) + \left(\frac{3}{10} \times \frac{3}{10}\right) \\
 &= \frac{45}{1000} + \frac{6}{100} + \frac{9}{100} = \frac{195}{1000} = 0,195
 \end{aligned}$$

۱۰



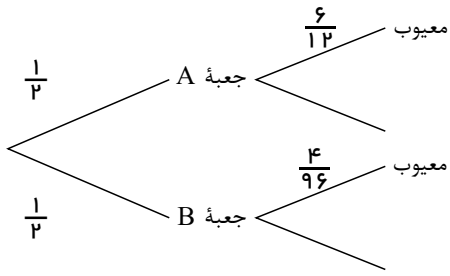
$$\begin{aligned}
 \text{احتمال مطلوب} &= \left(\frac{5}{22} \times \frac{4}{5}\right) + \left(\frac{2}{22} \times \frac{9}{10}\right) + \left(\frac{15}{22} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{11} + \frac{9}{110} + \frac{15}{44} \\
 &= \frac{40 + 18 + 75}{220} = \frac{133}{220}
 \end{aligned}$$

۱۱



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{20}{100} \times \frac{3}{100}\right) + \left(\frac{50}{100} \times \frac{5}{100}\right) + \left(\frac{30}{100} \times \frac{1}{100}\right) = \frac{340}{10000} = \frac{34}{1000} = \frac{3,4}{100}$$

۱۲



$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{6}{12}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{96}\right) = \frac{13}{48}$$