۱ در کدام مورد، عمل سرشماری انجام نشده است؟ سراسری- ۱۳۹۲

۱) تمام افراد جامعه مورد مطالعه قرار گیرد.
۲) نمونه برابر جامعه‌ی آماری
۳) اندازه‌ی نمونه برابر اندازه‌ی جامعه
۴) نمونه، زیرمجموعه‌ی محض جامعه‌ی آماری

۲ در ۴۵ داده‌ی آماری مقدار میانگین ۱۱۲۴ محاسبه شده است. در بررسی مجدّد داده‌ها متوجه شدیم که به جای داده‌ی ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است. با رفع اشتباه میانگین واقعی، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۱۱۱۹
۲) ۱۱۲۰
۳) ۱۱۲۱
۴) ۱۱۲۲

۳ اگر میانگین داده‌های a, c, d, f برابر ۱۴ و میانگین داده‌های a, b, c, d, e, f برابر ۱۳ باشد میانگین دو عدد b و e کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۲۲
۲) ۱۱
۳) ۳۰
۴) ۱۰

۴ میانگین داده‌های $\{۳ , ۰ , ۸ , ۵ , ۱ , b\}$ برابر a است. از سه برابر داده‌ها ۱۰ واحد کم می‌کنیم و میانگین جدید نصف میانگین داده‌های اولیه خواهد شد، اختلاف b و a کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۳
۲) ۵
۳) ۱
۴) صفر

۵) اگر میانگین ۱۰ داده‌ی آماری $16, 9, 17, 13, 10, a, 10, 17, 11, 16$ برابر ۱۳٫۱ باشد، میانه کدام است؟
خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱) ۱۱٫۵ ۲) ۱۲ ۳) ۱۲٫۵ ۴) ۱۳

۶) میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۲ واریانس آن‌ها ۵ می‌باشد. میانگین مساحت این مربع‌ها کدام می‌باشد؟
خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) ۱۲۴ ۲) ۱۳۴ ۳) ۱۴۹ ۴) ۱۶۹

۷) واریانس ۱۱ داده ی آماری صفر است. اگر داده های ۲۴، ۱۶ و ۲۶ به آن ها اضافه شود، میانگین داده ها تغییر نمی کند، انحراف معیار ۱۴ داده‌ی حاصل کدام است؟
خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱) ۰٫۷۵ ۲) ۱٫۲۵ ۳) ۱٫۵ ۴) ۲

۸) در ۱۲ داده‌ی آماری مجموع تمام داده‌ها ۷۲ و مجموع مجذورات آن‌ها ۴۸۰ می باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها کدام است؟
سراسری- ۱۳۹۲

۱) $\frac{۲}{۵}$ ۲) $\frac{۲}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

۹) در ۲۵ داده‌ی آماری میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد. اگر داده های ناجور ۱۰ ، ۱۵، ۴۵ و ۵۰ ، از بین آن‌ها حذف شوند، واریانس داده‌های باقی‌مانده، کدام است؟
سراسری- ۱۳۹۳

۱) ۱۴٫۷۲ ۲) ۱۴٫۸۱ ۳) ۱۵٫۳۳ ۴) ۱۶٫۶۶

۱۰) میانگین و انحراف معیار ۱۸ داده‌ی آماری به ترتیب ۲۵ و ۳ می‌باشد. اگر داده‌های ۲۰، ۲۷ و ۲۸ به آنان افزوده شود، واریانس ۲۱ داده‌ی جدید کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۳

۱) ۹٫۲۵ ۲) ۹٫۳۶ ۳) ۹٫۵۲ ۴) ۹٫۶۳

۱۱) در یک سری از داده‌های آماری، اگر مجموع مربع‌های انحراف از میانگین داده‌ها برابر ۶۴ و انحراف معیار برابر ۴ باشد، تعداد داده‌ها کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۴

۱۲) در ۵۰ داده‌ی آماری، مجموع اختلافات داده‌ها از عدد ۱۲، برابر صفر است و مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از عدد ۱۲، برابر ۴۵۰ می‌باشد. ضریب تغییرات این داده‌ها، کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۲ ۲) ۰٫۲۵ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۳۵

۱۳) نمرات آزمون مهارت فنّی دو کارگر A و B به‌صورت زیر است: سراسری- ۱۳۹۳

A : ۱۵, ۱۴, ۱۵, ۱۶, ۱۷, ۱۹

B : ۱۶, ۱۴, ۱۷, ۱۴, ۱۷, ۱۸

دقت عمل کدام بیش‌تر است؟

۱) A ۲) B ۳) یکسان ۴) غیرپیش‌بینی

۱۴) دستگاه A کالایی را با میانگین وزن ۱۵۰ و انحراف‌معیار ۳٫۶ و دستگاه B همان کالا را با میانگین وزن ۱۶۰ و انحراف‌معیار ۳٫۸۴ بسته‌بندی می‌کنند. دقت عمل کدام، پیرامون میانگین با اطمینان بیشتر است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۵

۱) یکسان ۲) A ۳) B ۴) نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۵) در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲ ، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم. تا داده های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟ سراسری- ۱۳۹۲

۱) $\frac{۷}{۹}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۷}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۹}$

۱۶) ضریب تغییرات داده‌های آماری ۱٫۳۵ می‌باشد. به ۲ برابر این داده‌های آماری، $\frac{۱}{۴}$ میانگین آن‌ها افزوده شده است. ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۹۶ ۲) ۱٫۰۸ ۳) ۱٫۱۵ ۴) ۱٫۲

۱۷) ضریب تغییرات در داده‌های آماری، ۰٫۰۸ محاسبه شده است. اگر به هر داده‌ی مفروض ۵ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات حاصل ۰٫۰۷۵ خواهد شد. میانگین داده‌های اولیه کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۱

۱) ۵۶ ۲) ۶۴ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۱۸) میانگین اضلاع مربع‌هایی برابر ۸ و میانگین مساحت آن‌ها ۶۵٫۴۴ می‌باشد. ضریب تغییرات در طول اضلاع این مربع‌ها، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۰٫۱۲ ۲) ۰٫۱۵ ۳) ۰٫۲ ۴) ۰٫۲۵

۱۹) میانگین طول اضلاع مربع‌هایی ۱۵ واحد با ضریب تغییرات ۰٫۲ محاسبه شده است. میانگین مساحت این مربع‌ها، کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۲۲۹ ۲) ۲۳۲ ۳) ۲۳۴ ۴) ۲۳۶

۲۰ در ۳۰ داده‌ی آماری، مجموع تمام داده‌ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات این داده‌ها ۲۱۹۰ می‌باشد. ضریب تغییرات، کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۵

۱) ۰٫۲۲۵ ۲) ۰٫۲۷۵ ۳) ۰٫۳۲۵ ۴) ۰٫۳۷۵

۲۱ امتیازات مهارت کاری دو فرد A و B در پنج روز متوالی چنین است: A : ۲۲, ۲۳, ۲۴, ۲۷, ۲۹ و B : ۲۱, ۲۴, ۲۵, ۲۷, ۲۸. دقت عمل کدام فرد بیشتر است؟ سراسری- ۱۳۹۰

۱) یکسان ۲) غیر قابل بررسی ۳) A ۴) B

۲۲ اگر میانگین و ضریب تغییرات اندازه‌ی اضلاع مربع‌هایی ۱۵ و ۰٫۲ باشد میانگین مساحت این مربع‌ها کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۱

۱) ۲۲۷ ۲) ۲۲۹ ۳) ۲۳۲ ۴) ۲۳۴

۲۳ داده‌های $x_i = ۱, ۲, ۳, ۴, ۵$ مفروض است. ضریب تغییرات داده‌های $u_i = ۱۲x_i + ۶$ کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۰٫۴ ۲) ۰٫۴۸ ۳) ۰٫۵۲ ۴) ۰٫۶

۲۴ در ۶۰دادۀ آماری میانگین ۳ و انحراف معیار ۱٫۲ محاسبه شده است. اگر به تمام داده‌ها ۹ واحد اضافه شود، ضریب تغییرات داده‌های جدید کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۴

۲۵ میانگین و واریانس ۲۰ دادهٔ آماری به ترتیب از راست به چپ ۴ و ۶ است. اگر ۵ دادهٔ آماری که با میانگین برابرند از بین داده‌ها حذف کنیم، ضریب تغییرات چند برابر می‌شود؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) $\sqrt{\frac{۱}{۲}}$ ۲) $\sqrt{\frac{۳}{۲}}$ ۳) $\sqrt{\frac{۴}{۳}}$ ۴) $\sqrt{\frac{۵}{۴}}$

۲۶ اگر ضریب تغییرات داده‌های ۲ , $x_۸$, ... , $x_۲$, $x_۱$ برابر با صفر باشد، آنگاه میانگین داده‌ها کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) صفر

۲۷ در جدول فراوانی مقابل واریانس داده ها کدام است؟ خارج از کشور- ۱۳۹۰

مرکز دسته	۱۲	۱۵	۱۸	۲۱	۲۴
فراوانی	۴	۳	۹	۷	۲

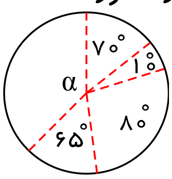
۱) ۱۱/۷۲ ۲) ۱۱/۹۶ ۳) ۱۲/۲۴ ۴) ۱۲/۳۶

۲۸ داده‌های آماری به ۱۲ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. حدود دسته‌ی اول به صورت $[۲۳, ۲۶)$ می‌باشد. اگر این داده‌ها به ۹ طبقه دسته‌بندی شوند. مرکز دسته‌ی وسط کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۰

۱) ۴۰/۵ ۲) ۴۱ ۳) ۴۱/۵ ۴) ۴۲

۲۹ افراد یک جامعه، به ۵ گروه سنی تقسیم شده‌اند که نمودار دایره‌ای آنها با زاویه‌ی مرکزی برحسب درجه رسم شده است. گروه سنی با زاویه‌ی مرکزی α ، شامل چند درصد این جامعه است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۴



۱) ۲۳ ۲) ۳۲/۵
۳) ۳۶ ۴) ۳۷/۵

(۳۰) در ۸۰ داده‌ی آماری دسته‌بندی شده، فراوانی نسبی دسته‌ی اول ۰٫۱۱۲۵ می‌باشد اگر ۱۰ داده‌ی دیگر بزرگ‌تر از میانه به آنها افزوده شود، فراوانی نسبی جدید در دسته‌ی اول کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۰

(۱) ۰٫۱ (۲) ۰٫۱۰۲ (۳) ۰٫۱۰۵ (۴) ۰٫۱۱

(۳۱) هشتاد داده‌ی آماری در ۷ طبقه دسته‌بندی شده‌اند. اگر ۲۰ داده‌ی جدید به این جدول افزوده شود فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نمی‌کند. نسبت افزایش داده‌های دسته‌ی مذکور به فراوانی مطلق قبلی آن کدام است؟

سراسری- ۱۳۹۰

(۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{6}$

(۳۲) مقادیر ۱۲۰ داده‌ی آماری، در بازه‌ی [۲۳, ۵۹] می‌باشند. این داده‌ها در ۹ طبقه، دسته‌بندی شده‌اند. اگر مجموع فراوانی‌های دو دسته‌ی آخر ۱۵ باشد، چند درصد داده‌ها کمتر از ۵۱، هستند؟

سراسری- ۱۳۹۵

(۱) ۸۲٫۵ (۲) ۸۷٫۵ (۳) ۹۰ (۴) ۹۲٫۵

(۳۳) جدول مقابل، درصد فراوانی تجمعی در گروه‌های سنّی مختلف در یک جامعه را نشان می‌دهد. در نمودار دایره‌ای، زاویه‌ی مربوط به سطح گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال چند درجه است؟

سراسری- ۱۳۹۲

کران بالای سن	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۱۲۰
درصد فراوانی تجمعی	۱۷	۳۶	۵۱	۷۰	۱۰۰

(۱) ۴۸ (۲) ۵۴ (۳) ۵۶ (۴) ۶۰

(۳۴) در داده‌های آماری ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۱، ۹، ۸، ۸، ۶، ۶، ۴، ۳، ۳ داده‌های کم‌تر از چارک اول و بیش‌تر از چارک سوم را حذف کنید. ضریب تغییرات داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

خارج از کشور- ۱۳۹۰

(۱) ۰٫۱۵ (۲) ۰٫۱۷ (۳) ۰٫۲۱ (۴) ۰٫۲۵

۳۵) داده‌های یک جامعهٔ آماری مضارب طبیعی عدد ۳ و کوچک‌تر از ۳۰ است واریانس داده‌های بزرگ‌تر از چارک اول و کوچک‌تراز چارک سوم کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) ۲۴ ۲) ۲۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۳۶) در داده‌های ۱۶ و ۱۸ و ۲۰ و ۱۱ و ۱۴ و ۱۷ و ۹ و ۱۹ و ۱۰ و ۱۲ و ۵ و ۸ و ۲۱ و ۷ واریانس داده‌های بین چارک اول و سوم کدام است؟ قلم چی- ۱۳۹۹

۱) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۷}$ ۲) $\frac{۵۸}{۷}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۴۸}{۷}$

۳۷) باتوجه به جدول آماری دسته‌بندی شده زیر، مقدار ضریب تغییرات داده‌های x کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۳

$x-۴۴$	-۳	-۱	۱	۳	۵
فراوانی	۴	۷	۵	۳	۱

۱) ۰٫۰۵ ۲) ۰٫۰۸ ۳) ۰٫۱ ۴) ۰٫۲

۳۸) اگر میانگین داده‌های دسته بندی شده، برابر ۱۶ باشد، با تعیین فراوانی دسته‌ی چهارم مقدار واریانس کدام است؟ سراسری- ۱۳۹۴

نماینده دسته	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
فراوانی	۵	۷	۱۰	a	۳

۱) ۴٫۸۵ ۲) ۴٫۹۲ ۳) ۵٫۵۵ ۴) ۵٫۷۴

پاسخنامه تشریحی

۱ ① ② ③ ④ وقتی می‌خواهیم تمام افراد جامعه را مورد مطالعه قرار دهیم عمل سرشماری انجام می‌دهیم، در این حالت نمونه دیگر زیرمجموعه‌ای از جامعه‌ی آماری نیست، بلکه برابر با خود جامعه است و در نتیجه اندازه‌ی نمونه و جامعه با هم برابر است.

۲ ① ② ③ ④

در ابتدا مجموع اشتباهی داده‌ها را حساب می‌کنیم.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \to ۱۱۲۴ = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{۴۵}$$

$$\to \text{مجموع اشتباهی داده‌ها} = ۱۱۲۴ \times ۴۵ = ۵۰۵۸۰$$

حال چون به جای ۱۰۲۴ عدد ۱۲۰۴ محاسبه شده است، یعنی مجموع داده‌ها $۱۲۰۴ - ۱۰۲۴ = ۱۸۰$ واحد بیشتر محاسبه شده است، در نتیجه مجموع درست داده‌ها برابر $۵۰۵۸۰ - ۱۸۰ = ۵۰۴۰۰$ است.

$$\text{میانگین} = \frac{۵۰۴۰۰}{۴۵} = ۱۱۲۰$$

۳ ① ② ③ ④

$$\bar{x}_۱ = \frac{a+c+d+f}{۴} = ۱۴ \Rightarrow a+c+d+f = ۵۶$$

$$\bar{x}_۲ = \frac{a+b+c+d+e+f}{۶} = ۱۳ \Rightarrow \frac{۵۶+b+e}{۶} = ۱۳ \quad \Rightarrow b+e = ۷۸ - ۵۶ = ۲۲$$

$$\bar{x}_۳ = \frac{b+e}{۲} = \frac{۲۲}{۲} = ۱۱$$

۴ ① ② ③ ④ اگر داده‌ها سه برابر شوند و از همهٔ داده ۱۰ واحد کم شود، آنگاه میانگین نیز سه برابر شده و از آن ۱۰ واحد کم خواهد شد، همچنین طبق فرض میانگین جدید، نصف میانگین داده‌های اولیه است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \bar{x}_{\text{اولیه}} = a \\ \bar{x}_{\text{جدید}} ۳a - ۱۰ \end{cases} \Rightarrow ۳a - ۱۰ = \frac{a}{۲}$$

$$\Rightarrow ۳a - \frac{a}{۲} = ۱۰ \quad \Rightarrow \frac{۵}{۲}a = ۱۰ \Rightarrow a = ۴$$

$$\bar{x}_{\text{اولیه}} = a = \frac{b+۱+۵+۸+۰+۳}{۶} \xrightarrow{a=۴} ۴ = \frac{b+۱۷}{۶} \Rightarrow b+۱۷ = ۲۴ \Rightarrow b = ۷$$

اختلاف b و a $\Rightarrow |a-b| = ۳$

۵ ① ② ③ ④

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} \Rightarrow ۱۳/۱ = \frac{۱۶+۹+۱۷+۱۳+۱۰+a+۱۰+۱۷+۱۱+۱۶}{۱۰}$$

$$\Rightarrow ۱۳/۱ = \frac{۱۱۹+a}{۱۰} \to ۱۱۹+a = ۱۳۱ \Rightarrow a = ۱۳۱ - ۱۱۹ \Rightarrow a = ۱۲$$

برای یافتن میانه، ابتدا باید داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم.

۹ , ۱۰ , ۱۰ , ۱۱ , ۱۲ , ۱۳ , ۱۶ , ۱۶ , ۱۷ , ۱۷

$$\text{میانه‌ی ده داده‌ی آماری} = \frac{\text{داده‌ی ششم} + \text{داده‌ی پنجم}}{۲} = \frac{۱۲+۱۳}{۲} = \frac{۲۵}{۲} = ۱۲/۵$$

۶ ① ② ③ ④ اگر N مربع به ضلع x_i داشته باشیم در این صورت مجموع مساحت‌ها به صورت $\sum_{i=1}^{N} x_i^۲$ و میانگین مساحت مربع‌ها به

صورت $\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N}$ است.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 \rightarrow ۵ = x - (۱۲)^2 \rightarrow x = ۵ + ۱۴۴ = ۱۴۹$$

۷ ۱ ۲ ۳ **۴** چون واریانس این ۱۱ داده‌ی آماری برابر صفر است،در نتیجه تمام داده ها با هم برابرند.

میانگین سه داده‌ی اضافه شده $۲۲ = \frac{۶۶}{۳} = \frac{۲۶ + ۱۶ + ۲۴}{۳}$ است و چون با اضافه شدن این سه داده ،میانگین ۱۴ داده تغییر نکرده است پس میانگین ۱۴ داده نیز برابر ۲۲ است.چون می دانیم در بین ۱۴ داده، ۱۱ داده با هم برابرند می توانیم همه‌ی آن ۱۱ داده را ۲۲ در نظر بگیریم.

$$\sigma^2 = \frac{۱}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i - \bar{x})^2$$

$$= \frac{۱}{۱۴}(۱۱(۲۲-۲۲)^2 + (۲۴-۲۲)^2 + (۱۶-۲۲)^2 + (۲۶-۲۲)^2)$$

$$= \frac{۱}{۱۴}(۰ + ۴ + ۳۶ + ۱۶) = \frac{۵۶}{۱۴} = ۴ \rightarrow \sigma = ۲$$

۸ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\bar{x} = \frac{۷۲}{۱۲} = ۶$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{N} - (\bar{x})^2 = \frac{۴۸۰}{۱۲} - (۶)^2 = ۴۰ - ۳۶ = ۴ \rightarrow \sigma = ۲$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{21} + ۱۰ + ۱۵ + ۴۵ + ۵۰}{۲۵} = ۳۰$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \cdots + x_{21} + ۱۲۰ = ۷۵۰ \Rightarrow x_1 + x_2 + \cdots + x_{21} = ۶۳۰$$

$$\bar{x}_{\text{جدید}} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_{21}}{۲۱} = \frac{۶۳۰}{۲۱} = ۳۰$$

$$\sigma^2 = \frac{۱}{N}\sum_{i=1}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow ۶۴ = \frac{۱}{۲۵}\sum_{i=1}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۵}(x_i - \bar{x})^2 = ۱۶۰۰$$

اما مجموع مربعات انحراف از میانگین ۴ داده‌ی ناجور برابر است با:

$$(۱۰-۳۰)^2 + (۱۵-۳۰)^2 + (۴۵-۳۰)^2 + (۵۰-۳۰)^2 = ۱۲۵۰$$

بنابراین : $۱۲۵۰ + \sum_{i=1}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^{۲۱} = ۱۶۰۰ \Rightarrow \sum_{i=1}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^2 = ۳۵۰$

حال به راحتی می‌توانیم واریانس ۲۱ داده‌ی باقی‌مانده را حساب کنیم.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{۲۱}(x_i - \bar{x})^2}{N} = \frac{۳۵۰}{۲۱} = ۱۶/۶۶$$

۱۰ (۱) (۲) (۳) (۴) چون انحراف معیار برابر ۳ است پس واریانس ۹ می‌باشد.

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2 \to 9=\frac{1}{18}\sum_{i=1}^{18}(x_i-25)^2 \to \sum_{i=1}^{18}(x_i-25)^2=9\times 18=162$$

میانگین ۳ داده‌ی جدید اضافه شده ۲۵ است $\left(\frac{28+27+20}{3}=\frac{75}{3}=25\right)$ یعنی در ۲۱ داده‌ی جدید میانگین همان ۲۵ است و تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{21}(x_i-\bar{x})^2$$

$$\to \sigma^2=\frac{1}{21}\left(\sum_{i=1}^{18}(x_i-25)^2+(20-25)^2+(27-25)^2+(28-25)^2\right)$$

$$\to \sigma^2=\frac{1}{21}(162+25+4+9)=\frac{200}{21}=9{,}52$$

۱۱ (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\sigma=4\Rightarrow\sigma^2=16$$

تعداد داده‌ها $\sigma^2=\frac{(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-x_2-\bar{x})^2}{n}\Rightarrow 16=\frac{64}{n}\Rightarrow 16n=64\Rightarrow n=4$

۱۲ (۱) (۲) (۳) (۴) می‌دانیم مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. بنابراین میانگین داده‌ها برابر ۱۲ $\bar{x}=$ می‌باشد و داریم:

$$\sigma^2=\frac{(x_1-12)^2+(x_2-12)^2+\cdots+(x_{50}-12)^2}{50}=\frac{\text{مجموع مجذورات اختلاف داده‌ها از ۱۲}}{50}=\frac{450}{50}=9\Rightarrow\sigma=3$$

$$CV=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

۱۳ (۱) (۲) (۳) (۴) در ابتدا میانگین دقت این دو کارگر را به‌دست می‌آوریم:

$$\bar{x}_A=\frac{15+14+15+16+17+19}{6}=\frac{96}{6}=16\quad,\quad \bar{x}_B=\frac{16+14+17+14+17+18}{6}=\frac{96}{6}=16$$

$$\sigma_A^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{6}(1+4+1+0+1+9)=\frac{16}{6}=\frac{8}{3}\to\sigma_A=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}}$$

$$\sigma_B^2=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\bar{x})^2=\frac{1}{6}(0+4+1+4+1+4)=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}\to\sigma_B=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}$$

می‌دانیم $C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}$ است و چون $C_{V_{\bar{A}}}>C_{V_{\bar{B}}}$ است پس دقت کاری B از A بیش‌تر است.

۱۴ (۱) (۲) (۳) (۴) ضریب تغییرات هر دو را محاسبه می‌کنیم و باهم مقایسه می‌کنیم.

$$CV_A=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{3{,}6}{150}=0{,}024\quad,\qquad CV_B=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{3{,}84}{160}=0{,}024$$

بنابراین دقت عمل آن‌ها یکسان است.

۱۵ (۱) (۲) (۳) (۴)

اگر هریک از داده‌ها را دو برابر کنیم انحراف معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و وقتی ۳ واحد به آن‌ها اضافه کنیم، انحراف معیار تغییر نکرده و به میانگین ۳ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{قدیم}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}\qquad CV_{\text{جدید}}=\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}\to\frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{قدیم}}}=\frac{\frac{2\sigma}{2\bar{x}+3}}{\frac{\sigma}{\bar{x}}}=\frac{2\bar{x}}{2\bar{x}+3}=\frac{24}{27}=\frac{8}{9}$$

۱۶ (۱) (۲) (۳) (۴) طبق صورت سوال $CV_{\text{قدیم}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}=1{,}35$

داده‌های قدیم: $x_1\ ,\ x_2\ ,\ x_3\ ,\ \cdots$

داده‌های جدید: $2x_1+\frac{\bar{x}}{4}\ ,\ 2x_2+\frac{\bar{x}}{4}\ ,\ 2x_3+\frac{\bar{x}}{4}\ ,\ \cdots$

داده ها دو برابر شده‌اند بنابراین انحراف‌معیار و میانگین نیز دو برابر می‌شوند و چون به داده‌ها $\frac{\bar{x}}{4}$ اضافه شده است به میانگین نیز $\frac{\bar{x}}{4}$ اضافه می شود

ولی انحراف معیار تغییری نمی‌کند.

$$CV_{\text{جدید}}=\frac{2\sigma}{2\bar{x}+\frac{\bar{x}}{4}}=\frac{2\sigma}{\frac{9}{4}\bar{x}}=\frac{8}{9}\left(\frac{\sigma}{\bar{x}}\right)=\frac{8}{9}(1/35)=\frac{10/8}{9}=1/2$$

۱۷ ۱ ۲ **۳** ۴

$$CV_{\text{قدیم}}=\frac{\sigma}{\bar{x}}\rightarrow 0/08=\frac{\sigma}{\bar{x}}\rightarrow\sigma=0/08\bar{x}$$

اگر به تمام داده‌ها ۵ واحد اضافه شود انحراف معیار تغییر نمی کند ولی به میانگین، ۵ واحد اضافه می‌شود.

$$CV_{\text{جدید}}=\frac{\sigma}{\bar{x}+5}\rightarrow 0/075=\frac{0/08\bar{x}}{\bar{x}+5}\rightarrow\frac{75}{1000}=\frac{\frac{8}{100}\bar{x}}{\bar{x}+5}\rightarrow 80\bar{x}=75\bar{x}+375$$

$$\rightarrow 5\bar{x}=375\rightarrow\bar{x}=\frac{375}{5}=75$$

۱۸ ۱ **۲** ۳ ۴ طول اضلاع مربع را $x_1,x_2,\cdots,x_N$ درنظر می‌گیریم، در این صورت میانگین مساحت مربع‌ها به صورت $\frac{x_1^2+x_2^2+\cdots+x_N^2}{N}$ یا $\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}$ می‌باشد.

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2=65/44-64=1/44\rightarrow\sigma=\sqrt{1/44}=1/2$$

$$C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{1/2}{8}=0/15$$

۱۹ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر اضلاع مربع‌ها را به صورت x_i نشان دهیم، در این صورت $\sum_{i=1}^{N}x_i^2$ مجموع مساحت‌های این مربع‌ها و $\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}$ برابر میانگین مساحت این مربع‌ها می‌باشد.

$$C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}\rightarrow 0/2=\frac{\sigma}{15}\rightarrow\sigma=3\rightarrow\sigma^2=9$$

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\rightarrow 9=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(15)^2\rightarrow\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}=234$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\bar{x}=\frac{240}{30}=8$$

$$\sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{N}x_i^2}{N}-(\bar{x})^2\rightarrow\sigma^2=\frac{2190}{30}-8^2=73-64=9\rightarrow\sigma=3$$

$$C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{3}{8}=0/375$$

۲۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\text{(نفر } A) \text{ میانگین } \bar{x} = \frac{۲۲+۲۳+۲۴+۲۷+۲۹}{۵} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵$$

$$\text{(نفر } B) \text{ میانگین } \bar{x} = \frac{۲۱+۲۴+۲۵+۲۷+۲۸}{۵} = \frac{۱۲۵}{۵} = ۲۵$$

اکنون ضریب تغییرات هر دو را حساب می‌کنیم:

$$\sigma_A^۲ : \frac{(۲۲-۲۵)^۲+(۲۳-۲۵)^۲+(۲۴-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۹-۲۵)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۹+۴+۱+۴+۱۶}{۵} = \frac{۳۴}{۵} = ۶/۸ \to \sigma_A = \sqrt{۶/۸} \to CV_A = \frac{\sqrt{۶/۸}}{۲۵}$$

$$\sigma_B^۲ : \frac{(۲۱-۲۵)^۲+(۲۴-۲۵)^۲+(۲۵-۲۵)^۲+(۲۷-۲۵)^۲+(۲۸-۲۵)^۲}{۵}$$

$$= \frac{۱۶+۱+۰+۴+۹}{۵} = ۶ \to \sigma_B = \sqrt{۶} \to CV_B = \frac{\sqrt{۶}}{۲۵}$$

همانطور که مشاهده می‌کنید ضریب تغییرات فرد B کمتر از فرد A است یعنی پراکندگی دقت عمل او کمتر است پس دقت عمل بیش‌تری دارد.

۲۲ ۱ ۲ ۳ **۴** اگر طول اضلاع مربع‌ها را با x_i و تعداد مربع‌ها را N در نظر بگیریم داریم:

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \to ۰/۲ = \frac{\sigma}{۱۵} \to \sigma = ۳$$

مساحت مربع‌ها برابر $\sum_{i=۱}^{N} {x_i}^۲$ می‌باشد بنابراین میانگین مساحت مربع‌ها برابر $\frac{\sum_{i=۱}^{N} {x_i}^۲}{N}$ است.

$$\sigma^۲ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} {x_i}^۲}{N} - (\bar{x})^۲ \to ۹ = \frac{\sum_{i=۱}^{N} {x_i}^۲}{N} - (۱۵)^۲ \to \frac{\sum_{i=۱}^{N} {x_i}^۲}{N} = ۲۳۴$$

۲۳ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا ضریب تغییرات داده های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ راحساب می کنیم.

$$\bar{x} = \frac{۱+۲+۳+۴+۵}{۵} = \frac{۱۵}{۵} = ۳$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N} \sum_{N}^{i=۱} (x_i - \bar{x})^۲ = \frac{۱}{۵}((۱-۳)^۲+(۲-۳)^۲+(۳-۳)^۲+(۴-۳)^۲+(۵-۳)^۲)$$

$$= \frac{۱}{۵}(۴+۱+۰+۱+۴) = \frac{۱۰}{۵} = ۲ \to \sigma = \sqrt{۲} \sim ۱/۴$$

$$C_V = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۱/۴}{۳}$$

حال اگر داده ها را ۱۲ برابر کنیم میانگین و انحراف معیار نیز ۱۲ برابر می شوند و اگر ۶ واحد به داده ها اضافه کنیم،انحراف معیار تغییر نمی کند و به میانگین ۶ واحد اضافه می شود.

$$C_{V_{\text{جدید}}} = \frac{۱۲ \times ۱/۴}{(۱۲ \times ۳)+۶} = \frac{۱۶/۸}{۴۲} = ۰/۴$$

۲۴ **۱** ۲ ۳ ۴ افزودن مقدار ثابت به داده‌ها تأثیری در انحراف معیار ندارد ولی میانگین به همان اندازه اضافه می‌شود. پس:

$$CV_{\text{جدید}} = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{۱/۲}{۳+۹} = \frac{۱/۲}{۱۲} = ۰/۱$$

۲۵ ۱ ۲ **۳** ۴ فرض کنیم $A = (x_۱ - \bar{x})^۲ + (x_۲ - \bar{x})^۲ + \cdots + (x_{۲۰} - \bar{x})^۲$ باشد.

$\bar{x} = ۴$

$$\sigma^۲ = ۶ = \frac{A}{۲۰} \Rightarrow A = ۱۲۰, \sigma = \sqrt{۶} \Rightarrow CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۶}}{۴}$$

وقتی ۵ داده برابر با میانگین از میان داده‌ها حذف شوند A یعنی مجموع اختلافات از میانگین تغییر نمی‌کند.

$$\sigma^۲_{\text{جدید}} = \frac{۱۲۰}{۱۵} = ۸ \Rightarrow \sigma_{\text{جدید}} = \sqrt{۸} \Rightarrow CV_{\text{جدید}} = \frac{\sqrt{۸}}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{CV_{\text{جدید}}}{CV_{\text{اولیه}}} = \frac{\frac{\sqrt{۸}}{۴}}{\frac{\sqrt{۶}}{۴}} = \sqrt{\frac{۸}{۶}} = \sqrt{\frac{۴}{۳}}$$

۲۶ ۴ ۳ ۲ **۱** اگر همهٔ داده‌های آماری با هم برابر باشند، آنگاه واریانس، انحراف معیار و ضریب تغییرات (شاخص‌های پراکندگی) برابر با صفر خواهند بود. چون ضشریب تغییرات داده‌های ۲ , $x_۸$, $\cdots$, $x_۲$, $x_۲$ برابر صفر می‌باشد، لذا داده‌ها با هم برابرند، یعنی

$x_۱ = x_۲ = \cdots = x_۸ = ۲$

از طرفی چون همه داده‌ها با هم برابرند پس میانگین برابر یکی از آن‌هاست. یعنی:

$\bar{x} = ۲$

۲۷ ۴ **۳** ۲ ۱

برای راحتی در محاسبات از تمام داده‌ها ۱۸ واحد کم می‌کنیم و دقت کنید که واریانس تغییری نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} F_i x_i = \frac{۱}{۲۵}((۴ \times (-۶)) + (۳ \times (-۳۱)) + (۹ \times ۰) + (۷ \times ۳) + (۲ \times ۶))$$
$$= \frac{۱}{۲۵}(-۲۴ - ۹ + ۲۱ + ۱۲) = ۰$$

$$\sigma^۲ = \frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N} F_i (x_i - \bar{x})^۲$$
$$= \frac{۱}{۲۵}(۴(-۶ - ۰)^۲ + ۳(-۳ - ۰)^۲ + ۹(۰ - ۰)^۲ + ۷(۳ - ۰)^۲ + ۲(۶ - ۰)^۲)$$

$$= \frac{۱}{۲۵}(۱۴۴ + ۲۷ + ۶۳ + ۷۲) = \frac{۳۰۶}{۲۵} = ۱۲/۲۴$$

۲۸ ۴ ۳ **۲** ۱

$[۲۳, ۲۶) \rightarrow$ طول دسته $(C) = ۲۶ - ۲۳ = ۳$

$$C = \frac{R}{n} \rightarrow ۳ = \frac{R}{۱۲} \rightarrow R = ۳ \times ۱۲ = ۳۶$$

تغییر تعداد دسته‌ها در دامنه‌ی تغییرات، تأثیری ندارد.

$$C' = \frac{R'}{n'} \rightarrow C' = \frac{۳۶}{۹} \rightarrow C' = ۴$$

پس در دسته‌بندی جدید طول دسته‌ها ۴ است یعنی در دسته‌بندی جدید دسته‌ها به صورت:

$[۲۳ - ۲۷), [۲۷ - ۳۱), [۳۱ - ۳۵), [۳۵ - ۳۹), [۳۹ - ۴۳), \ldots$

خواهند بود. دسته‌ی وسط در بین ۹ دسته، دسته‌ی پنجم است که حدود آن ۴۳ − ۳۹ است و مرکز آن برابر است با:

$$\text{مرکز دسته} = \frac{۳۹ + ۴۳}{۲} = ۴۱$$

۲۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

جمع زوایا در نمودار دایره‌ای، ۳۶۰° است.

$$\alpha + ۷۰ + ۱۰ + ۸۰ + ۶۵ = ۳۶۰^\circ \to \alpha = ۱۳۵^\circ$$

$$\text{درصد گروه سنی با زاویه‌ی مرکزی } ۱۳۵^\circ = \frac{۱۳۵}{۳۶۰} \times ۱۰۰ = ۳۷/۵$$

۳۰ **۱** ۲ ۳ ۴

$$\text{فراوانی نسبی دسته‌ی اول} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \to ۰/۱۱۲۵ = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{۸۰} \to \text{فراوانی مطلق} = ۸۰ \times ۰/۱۱۲۵ = ۹$$

با اضافه کردن ۱۰ داده‌ی بیشتر از میانه، فراوانی مطلق دسته‌ی اول تغییر نمی‌کند ولی تعداد کل داده‌ها ۱۰ واحد افزایش می‌یابد.

$$\text{فراوانی نسبی جدید دسته‌ی اول} = \frac{۹}{۹۰} = \frac{۱}{۱۰} = ۰/۱$$

۳۱ ۱ ۲ **۳** ۴

$$\left.\begin{array}{l} x = \text{فراوانی مطلق دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ N = ۸۰ = \text{تعداد کل داده‌های جامعه قبل از تغییر} \\ a = \text{تعداد داده‌های افزایش یافته در دسته‌ی وسط} \\ N + ۲۰ = ۱۰۰ = \text{تعداد کل داده‌های جامعه بعد از تغییر} \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{فراوانی نسبی} = \frac{\text{فراوانی مطلق}}{\text{تعداد کل داده‌ها}}} \left\{\begin{array}{l} \frac{x}{۸۰} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط قبل از تغییر} \\ \frac{x+a}{۱۰۰} = \text{فراوانی نسبی دسته‌ی وسط بعد از تغییر} \end{array}\right.$$

در سوال گفته شده است که فراوانی نسبی دسته‌ی وسط تغییر نکرده است و باید $\frac{a}{x}$ را پیدا کنیم

$$\frac{x}{۸۰} = \frac{x+a}{۱۰۰} \to ۱۰۰x = ۸۰x + ۸۰a \to ۲۰x = ۸۰a \to \frac{a}{x} = \frac{۲۰}{۸۰} = \frac{۱}{۴}$$

۳۲ ۱ **۲** ۳ ۴

$$R = Max - Min = ۵۹ - ۲۳ = ۳۶ \ , \ C = \frac{R}{n} = \frac{۳۶}{۹} = ۴$$

بنابراین ۹ دسته به صورت زیر هستند.

$$\underbrace{[۲۳,۲۷)\ ,\ [۲۷,۳۱)\ ,\ [۳۱,۳۵)\ ,\ [۳۵,۳۹)\ ,\ [۳۹,۴۳)\ ,\ [۴۳,۴۷)\ ,\ [۴۷,۵۱)}_{x} \quad , \quad \underbrace{[۵۱,۵۵), [۵۵,۵۹]}_{۱۵}$$

$$\text{تعداد داده‌های کمتر از ۵۱} = x \to x + ۱۵ = ۱۲۰ \to x = ۱۲۰ - ۱۵ = ۱۰۵$$

$$\text{درصد داده‌های کمتر از ۵۱} = \frac{x}{۱۲۰} \times ۱۰۰ = \frac{۱۰۵}{۱۲۰} \times ۱۰۰ = ۸۷/۵$$

۳۳ ۱ **۲** ۳ ۴ اولاً چون کران بالای دسته‌ها مشخص شده است، پس گروه سنی بین ۲۰ و ۳۰ سال (دارای کران بالای ۳۰ است) همان دسته‌ی سوم می‌باشد. بنابراین به دنبال زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم داده‌ها در نمودار دایره‌ای می‌باشیم.

از طرفی می‌توان درصد فراوانی هر دسته را از تفاضل درصد فراوانی تجمعی آن دسته و دسته‌ی ماقبل آن به دست آورد، بنابراین:

$$\text{درصد فراوانی دسته‌ی سوم} = ۵۱ - ۳۶ = ۱۵ \Rightarrow \text{فراوانی نسبی دسته‌ی سوم} = \frac{۱۵}{۱۰۰} = ۰/۱۵$$

$$\text{زاویه‌ی مربوط به دسته‌ی سوم} : d_۳ = \underbrace{\frac{F_۳}{N}}_{\text{فراوانی نسبی}} \times ۳۶۰^\circ = ۰/۱۵ \times ۳۶۰^\circ = ۵۴^\circ$$

۳۴ ۱ ۲ **۳** ۴

داده‌ها از کوچک به بزرگ مرتب‌شده داده شده‌اند.

$$\underbrace{۳,۳,۴,۶,۶,۶,۸}_{\text{نیمه‌ی اول داده‌ها}} , \underbrace{۸,۹,۱۱,۱۲,۱۲,۱۳}_{\text{نیمه‌ی دوم داده‌ها}}$$

تعداد داده‌ها ۱۲ تاست. در هر سری شش داده داریم که میانه‌ی شش داده برابر با نصف مجموع دو داده‌ی وسط است. پس داریم:

$$\text{میانه‌ی نیمه‌ی اول داده‌ها} = \text{چارک اول} = Q_۱ = \frac{۴+۶}{۲} = \frac{۱۰}{۲} = ۵$$

$$\text{میانه‌ی نیمه‌ی دوم داده‌ها} = \text{چارک سوم} = Q_۳ = \frac{۱۱+۱۲}{۲} = \frac{۲۳}{۲} = ۱۱/۵$$

طبق گفته‌ی مسأله از بین داده‌ها، اعداد کم‌تر از ۵ و بیش‌تر از ۱۱/۵ را حذف می‌کنیم که اعداد باقی‌مانده عبارتند از:

۶, ۶, ۸, ۸, ۹, ۱۱

حالا ضریب تغییرات آن‌ها را می‌خواهیم. ابتدا میانگین را محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{۲(۶)+۲(۸)+۹+۱۱}{۶} = \frac{۴۸}{۶} = ۸$$

حال، واریانس و سپس انحراف معیار را حساب می‌کنیم:

$$\sigma^۲ = \frac{۲(۶-۸)^۲+۲(۸-۸)^۲+(۹-۸)^۲+(۱۱-۸)^۲}{۶} = \frac{۸+۰+۱+۹}{۶} = \frac{۱۸}{۶} = ۳$$

$$\Rightarrow \text{انحراف معیار} = \sigma = \sqrt{۳}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۳}}{۸} \cong \frac{۱/۷}{۸} \cong ۰/۲۱$$

۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$۳, ۶ \;,\; \underbrace{۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱}^{\text{اعداد موردنظر سؤال}} \;,\; ۲۴, ۲۷$$

$$Q_۱ = \frac{۶+۹}{۲} = ۷/۵ \qquad Q_۲ \qquad Q_۳ = \frac{۲۱+۲۴}{۲} = ۲۲/۵$$

$$\bar{x} = \frac{۹+۱۲+۱۵+۱۸+۲۱}{۵} = ۱۵$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۹-۱۵)^۲+(۱۲-۱۵)^۲+(۱۵-۱۵)^۲+(۱۸-۱۵)^۲+(۲۱-۱۵)^۲}{۵} = \frac{۳۶+۹+۰+۹+۳۶}{۵} = \frac{۹۰}{۵} = ۱۸$$

۳۶ ۱ **۲** ۳ ۴

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌کنیم:

$$۵, ۷, ۸, \underset{Q_۱}{\boxed{۹}}, ۱۰, ۱۱, ۱۲, \underset{Q_۲ = \text{میانه}}{\boxed{۱۴}}, ۱۶, ۱۷, ۱۸, \underset{Q_۳}{\boxed{۱۹}}, ۲۰, ۲۱, ۲۳$$

داده‌های مورد نظر: ۱۰ , ۱۱ , ۱۲ , ۱۴ , ۱۶ , ۱۷ , ۱۸

$$\bar{x} = \frac{۱۰+۱۱+۱۲+۱۴+۱۶+۱۷+۱۸}{۷} = \frac{۹۸}{۷} = ۱۴$$

$$\sigma^۲ = \frac{(۱۰-۱۴)^۲+(۱۱-۱۴)^۲+(۱۲-۱۴)^۲+(۱۴-۱۴)^۲+(۱۶-۱۴)^۲+(۱۷-۱۴)^۲+(۱۸-۱۴)^۲}{۷}$$

$$= \frac{۱۶+۹+۴+۰+۴+۹+۱۶}{۷} = \frac{۵۸}{۷}$$

۳۷ **۱** ۲ ۳ ۴ وقتی از داده‌ها ۴۴ واحد کم می‌کنیم از میانگین نیز ۴۴ واحد کم می‌شود ولی انحراف معیار تغییر نمی‌کند.

$$\bar{x}=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{n}F_i x_i \to \bar{x}-۴۴=\frac{۱}{۲۰}((۴\times(-۳))+(۷\times(-۱))+(۵\times۱)+(۳\times۳)+(۱\times۵))$$

$$\to \bar{x}-۴۴=۰\to \bar{x}=۴۴$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{n}F_i(x_i-\bar{x})^۲\to\sigma^۲=\frac{۱}{۲۰}(۴(-۳)^۲+۷(-۱)^۲+۵(۱)^۲+۳(۳)^۲+۱(۵)^۲)$$

$$=\frac{۱}{۲۰}(۳۶+۷+۵+۲۷+۲۵)=\frac{۱۰۰}{۲۰}=۵\to\sigma=\sqrt{۵}$$

$$C_V=\frac{\sigma}{\bar{x}}=\frac{\sqrt{۵}}{۴۴}\sim\frac{۲/۲}{۴۴}=۰/۰۵$$

۳۸ ۴ ۳ ۲ ۱ با توجه به اینکه میانگین برابر ۱۶ می‌باشد داریم:

x_i	۱۲	۱۴	۱۶	۱۸	۲۰
$x_i-\bar{x}$	-۴	-۲	۰	۲	۴
فراوانی مطلق	۵	۷	۱۰	a	۳

مجموع اختلاف داده ها از میانگین برابر صفر می‌باشد پس:

$$(۵\times(-۴))+(۷\times(-۲))+(۱۰\times۰)+(a\times۲)+(۳\times۴)=۰\to-۲۰-۱۴+۲a+۱۲=۰\to a=۱۱$$

$$\sigma^۲=\frac{۱}{N}\sum_{i=۱}^{N}F_i(x_i-\bar{x})^۲$$

$$=\frac{۱}{۵+۷+۱۰+۱۱+۳}((۵\times۱۶)+(۷\times۴)+(۱۰\times۰)+(۱۱\times۴)+(۳\times۱۶))=\frac{۱}{۳۶}(۲۰۰)=۵/۵۵$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۴
۲	۲
۳	۲
۴	۱
۵	۳
۶	۳
۷	۴
۸	۳
۹	۴
۱۰	۳
۱۱	۴
۱۲	۲
۱۳	۲
۱۴	۱
۱۵	۴
۱۶	۴
۱۷	۳
۱۸	۲
۱۹	۳
۲۰	۴
۲۱	۴
۲۲	۴
۲۳	۱
۲۴	۱
۲۵	۳
۲۶	۱
۲۷	۳
۲۸	۲
۲۹	۴
۳۰	۱
۳۱	۳
۳۲	۲
۳۳	۲
۳۴	۳
۳۵	۴
۳۶	۲
۳۷	۱
۳۸	۳