



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: یازدهم قلمچی تست ۷۱

تلگرام استاد شاکریان : @riazi_jazb

خرید محصولات : shakeryan.com

۱) هر یک از ارقام ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱، بر روی پنج کارت یکسان نوشته شده است، به تصادف سه کارت از آن‌ها را کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد سه رقمی حاصل مضرب ۳ می‌باشد؟

- ۱) $\frac{3}{10}$ ۲) $\frac{4}{10}$ ۳) $\frac{5}{10}$ ۴) $\frac{6}{10}$ سراسری - ۱۳۹۵

۲) در جعبه‌ای ۳ مهره‌ی سفید ۲ مهره‌ی سیاه و ۵ مهره‌ی قرمز موجود است. اگر دو مهره از آن بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

- ۱) $\frac{28}{45}$ ۲) $\frac{29}{45}$ ۳) $\frac{31}{45}$ ۴) $\frac{32}{45}$ سراسری - ۱۳۹۴

۳) دو تاس را با هم می‌اندازیم. با کدام احتمال دو عدد رو شده، متوالی هستند؟

- ۱) $\frac{2}{9}$ ۲) $\frac{5}{18}$ ۳) $\frac{7}{18}$ ۴) $\frac{4}{9}$ خارج از کشور - ۱۳۹۵

۴) دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

- ۱) $\frac{2}{9}$ ۲) $\frac{5}{18}$ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{5}{12}$ سراسری - ۱۳۹۲

۵) در یک خانواده‌ی ۴ فرزند با کدام احتمال ۲ فرزند پسر یا ۳ فرزند دختر است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{5}{8}$ ۴) $\frac{3}{8}$ سراسری - ۱۳۹۰



۶ در ظرفی ۴ مهره‌ی آبی، ۳ مهره‌ی قرمز، ۲ مهره‌ی سفید موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می‌کنیم. با کدام احتمال، حداقل یک مهره‌ی آبی، خارج می‌شود؟
خارج از کشور- ۱۳۹۳

$$\frac{73}{84} \text{ (۴)}$$

$$\frac{67}{84} \text{ (۳)}$$

$$\frac{37}{42} \text{ (۲)}$$

$$\frac{31}{42} \text{ (۱)}$$

۷ در جعبه‌ای ۷ مهره‌ی سفید و ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز موجود است. به تصادف ۴ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال یک مهره‌ی قرمز و حداقل ۲ مهره‌ی سفید، خارج شده است؟
خارج از کشور- ۱۳۹۴

$$\frac{50}{143} \text{ (۴)}$$

$$\frac{40}{143} \text{ (۳)}$$

$$\frac{25}{77} \text{ (۲)}$$

$$\frac{30}{91} \text{ (۱)}$$

۸ در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال فقط یکی از مهره‌ها سفید است؟
خارج از کشور- ۱۳۹۵

$$\frac{9}{14} \text{ (۴)}$$

$$\frac{10}{21} \text{ (۳)}$$

$$\frac{17}{42} \text{ (۲)}$$

$$\frac{8}{21} \text{ (۱)}$$

۹ در آزمایشگاهی ۵ موش سفید و ۶ موش سیاه موجود است. به تصادف ۳ موش از بین آن‌ها خارج می‌کنیم. با کدام احتمال لااقل یکی از موش‌ها سفید است؟
خارج از کشور- ۱۳۹۱

$$\frac{29}{33} \text{ (۴)}$$

$$\frac{28}{33} \text{ (۳)}$$

$$\frac{9}{11} \text{ (۲)}$$

$$\frac{8}{11} \text{ (۱)}$$

۱۰ در کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۳ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی قرمز وجود دارد. سه مهره به تصادف از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال فقط دو مهره‌ی خارج شده، هم‌رنگ هستند؟
خارج از کشور- ۱۳۹۶

$$\frac{31}{60} \text{ (۴)}$$

$$\frac{79}{120} \text{ (۳)}$$

$$\frac{37}{60} \text{ (۲)}$$

$$\frac{41}{120} \text{ (۱)}$$



۱۱) در ظرفی ۴ مهره ی سفید و ۵ مهره ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره های خارج شده هم رنگ اند؟
خارج از کشور - ۱۳۹۲

$$\frac{5}{14} \text{ (۴)}$$

$$\frac{2}{9} \text{ (۳)}$$

$$\frac{3}{14} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{6} \text{ (۱)}$$

۱۲) در پرتاب سه تاس، با کدام احتمال تاس اول و دوم یکسان و بزرگتر از تاس سوم ظاهر می شوند؟

قلم چی - ۱۳۹۹

$$\frac{5}{36} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{36} \text{ (۳)}$$

$$\frac{5}{72} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{72} \text{ (۱)}$$

۱۳) در جعبه ای ۶ مهره سفید و ۳ مهره سیاه قرار دارد، ۲ مهره به طور متوالی (پشت سر هم) و بدون جایگذاری از جعبه خارج می کنیم. احتمال آن که مهره دوم سیاه باشد به شرط آن که مهره اول سفید باشد، کدام است؟
قلم چی - ۱۳۹۹

$$\frac{1}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{3} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۱)}$$

۱۴) اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند که $P(B|A) = \frac{1}{3}$ و $P(A|B) = \frac{1}{4}$ باشد، حاصل

قلم چی - ۱۳۹۹

$P(A \cup B)$ کدام است؟

$$\frac{1}{3} \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{5} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{2} \text{ (۲)}$$

$$\frac{3}{5} \text{ (۱)}$$

۱۵) اگر A و B دو پیشامد ناسازگار و غیرتهی باشند، کدام رابطه زیر همواره برقرار است؟ قلم چی - ۱۳۹۹

$$P(A|B) = P(B) \text{ (۴)}$$

$$P(A|B) = P(A) \text{ (۳)}$$

$$P(A|B) = 0 \text{ (۲)}$$

$$P(A|B) = 1 \text{ (۱)}$$



۱۶) از بین اعداد طبیعی دو رقمی عددی به تصادف انتخاب کرده‌ایم، شرط آنکه بدانیم عدد انتخاب شده زوج است، احتمال آنکه عدد انتخابی مضرب ۳ باشد، کدام است؟
قلم چی - ۱۳۹۹

۱) $\frac{1}{4}$

۲) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{1}{3}$

۴) $\frac{1}{2}$

۱۷) در پرتاب ۲ تاس سالم به صورت همزمان، اگر مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ باشد، احتمال اینکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، کدام است؟
قلم چی - ۱۳۹۹

۱) $0,1$

۲) $0,8$

۳) $0,2$

۴) $0,25$

۱۸) احتمال رسیدن دانش‌آموزی به تراز بالای ۷۰۰۰ در آخرین آزمون کانون ۶۵٪ و احتمال قبولی او در رشته پزشکی کنکور همان سال ۶۰٪ است، اگر این دانش‌آموز در آخرین آزمون کانون تراز بالای ۷۰۰۰ کسب کند، احتمال قبولی او در کنکور به ۷۰٪ خواهد رسید. احتمال اینکه او در رشته پزشکی قبول شود ولی در آخرین آزمون کانون به تراز بالای ۷۰۰۰ نرسد، چقدر است؟
قلم چی - ۱۳۹۹

۱) $\frac{35}{100}$

۲) $\frac{455}{1000}$

۳) $\frac{42}{100}$

۴) $\frac{145}{1000}$

۱۹) در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای‌گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره‌ی فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟ سراسری - ۱۳۹۲

۱) $0,1$

۲) $0,15$

۳) $0,2$

۴) $0,25$

۲۰) دو تاس سالم را با هم پرتاب می‌کنیم تا برای اولین بار هر دو عدد رو شده زوج باشند. با کدام احتمال حداکثر در سه پرتاب نتیجه حاصل می‌شود؟
سراسری - ۱۳۹۱

۱) $\frac{27}{64}$

۲) $\frac{37}{64}$

۳) $\frac{19}{32}$

۴) $\frac{39}{64}$



۲۱) از بین ۳ کارت سفید و ۴ کارت سبز یکسان به تصادف یک کارت بدون جاگذاری بیرون می‌آوریم، سپس کارت دوم را خارج می‌کنیم. با کدام احتمال هر دو کارت هم‌رنگ هستند؟ سراسری - ۱۳۹۱

۴) $\frac{4}{7}$

۳) $\frac{3}{7}$

۲) $\frac{5}{14}$

۱) $\frac{2}{7}$

۲۲) در گروه زنان ساکن یک روستا ۶۰ درصد آنان تحصیلات ابتدایی و ۲۵ درصد از آنان مهارت قالی بافی دارند، اگر یک فرد از این گروه انتخاب شود با کدام احتمال این فرد تحصیلات ابتدایی یا مهارت قالی بافی دارد؟ سراسری - ۱۳۹۰

۴) ۰٫۷

۳) ۰٫۸

۲) ۰٫۷۵

۱) ۰٫۸۵

۲۳) احتمال قبولی فرد A در یک آزمون ۰٫۸۴ و احتمال قبولی فرد B در همان آزمون ۰٫۷۵ است. با کدام احتمال لااقل یکی از آنان، در این آزمون قبول می‌شوند؟ خارج از کشور - ۱۳۹۶

۴) ۰٫۹۸

۳) ۰٫۹۶

۲) ۰٫۹۴

۱) ۰٫۹۲

۲۴) در جعبه‌ای ۶ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای گذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره‌ی خارج شده سفید است؟ سراسری - ۱۳۹۲

سراسری - ۱۳۹۲

۴) $\frac{3}{5}$

۳) $\frac{2}{5}$

۲) $\frac{3}{7}$

۱) $\frac{5}{14}$

۲۵) خانواده A دارای ۴ فرزند و خانواده B دارای ۲ فرزند است. با کدام احتمال هر دو خانواده دارای فرزند پسر بوده و تعداد پسران خانواده A دو برابر تعداد پسران خانواده B است؟ قلم چی - ۱۳۹۹

۴) $\frac{13}{32}$

۳) $\frac{13}{64}$

۲) $\frac{3}{16}$

۱) $\frac{3}{32}$



۲۶) احتمال رسید علی، محسن و رضا به تراز بالای ۶۰۰۰ در آزمون بعدی کانون فرهنگی آموزش به ترتیب ۰٫۶، ۰٫۸ و ۰٫۷ می‌باشد، با کدام احتمال در آزمون بعدی، محسن به تراز بالای ۶۰۰۰ رسیده ولی از بین علی و رضا تنها یک نفر به این هدف خواهند رسید؟

قلم چی - ۱۳۹۹

$$\frac{۳۳۶}{۱۰۰۰} \quad \text{۴}$$

$$\frac{۲۲۴}{۱۰۰۰} \quad \text{۳}$$

$$\frac{۳۶۸}{۱۰۰۰} \quad \text{۲}$$

$$\frac{۱۴۴}{۱۰۰۰} \quad \text{۱}$$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$5 \times 4 \times 3 = 60 \rightarrow n(S) = 60$$

برای آنکه عدد رو شده، مضرب ۳ باشد، باید مجموع ارقامش باید بر ۳ بخش پذیر باشد که شامل دسته بندی های زیر باشد.

$$\left. \begin{array}{l} 1, 2, 3 \rightarrow 3! = 6 \\ 1, 3, 5 \rightarrow 3! = 6 \\ 2, 3, 4 \rightarrow 3! = 6 \\ 3, 4, 5 \rightarrow 3! = 6 \end{array} \right\} \rightarrow n(A) = 4 \times 6 = 24$$

پس $P(A) = \frac{24}{60} = 0,4$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$n(S) = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

برای هم رنگ نبودن دو مهره یکی از حالت های زیر باید اتفاق بیفتد

$$\left. \begin{array}{l} \text{یکی سفید و یکی سیاه} \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 3 \times 2 = 6 \\ \text{یکی سفید و یکی قرمز} \binom{3}{1} \binom{5}{1} = 3 \times 5 = 15 \\ \text{یکی سیاه و یکی قرمز} \binom{2}{1} \binom{5}{1} = 2 \times 5 = 10 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 6 + 15 + 10 = 31$$

پس $P(A) = \frac{31}{45}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$A = \left\{ (1, 2)(2, 3)(3, 4)(4, 5)(5, 6) \right. \\ \left. (2, 1)(3, 2)(4, 3)(5, 4)(6, 5) \right\} \rightarrow n(A) = 10$$

پس $P(A) = \frac{10}{36} = \frac{5}{18}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$n(S) = 6^2 = 36$$

$$\left. \begin{array}{l} 4 \Rightarrow (1, 3), (3, 1), (2, 2) \\ 8 \Rightarrow (2, 6), (6, 2), (3, 5), (5, 3), (4, 4) \\ 12 \Rightarrow (6, 6) \end{array} \right\} \Rightarrow n(A) = 9$$

پس $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$n(S) = 2^4 = 16$$

$$PPDD \text{ یا } DDDP \Rightarrow n(A) = \frac{4!}{2!2!} + \frac{4!}{3!} = 6 + 4 = 10$$

پس $P(A) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ است.



۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

حداقل یک مهره‌ی آبی خارج شود متمم آن است که اصلاً مهره‌ی آبی خارج نشده باشد یعنی ۳ مهره‌ی خارج شده از بین ۵ مهره‌ی قرمز و سفید باشد.

$$P(\text{حداقل یک مهره آبی}) = 1 - P(\text{هیچ کدام از مهره‌ها آبی نباشند}) = 1 - \frac{\binom{5}{3}}{84} = 1 - \frac{10}{84} = \frac{37}{42}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$n(S) = \binom{14}{4} = \frac{14!}{4!10!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10!}{24 \times 10!} = 1001$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{یک قرمز} \rightarrow \binom{2}{1} = 2 \\ \text{سه سفید یا دو سفید و یک سیاه} \rightarrow \binom{7}{2} \binom{5}{1} + \binom{7}{3} = 105 + 35 = 140 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow n(A) = 2 \times 140 = 280$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{280}{1001} = \frac{40}{143} \text{ می‌باشد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

یکی از مهره‌ها باید سفید باشد و دو مهره‌ی دیگر باید از بین ۵ مهره‌ی قرمز و سیاه باشد.

$$n(A) = \binom{4}{1} \times \binom{5}{2} = 4 \times 10 = 40$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{40}{84} = \frac{10}{21} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{6} = 165$$

$P(\text{هر سه موش سیاه باشند}) = 1 - P(\text{حداقل یکی از موش‌ها سفید باشد})$

$$= 1 - \frac{\binom{6}{3}}{165} = 1 - \frac{\frac{6 \times 5 \times 4}{6}}{165} = 1 - \frac{20}{165} = 1 - \frac{4}{33} = \frac{29}{33}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$n(S) = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

$$n(A) = \underbrace{\binom{5}{2} \binom{5}{1}}_{\text{بقیه‌ی رنگ‌ها}} + \underbrace{\binom{3}{2} \binom{7}{1}}_{\text{بقیه‌ی رنگ‌ها}} + \underbrace{\binom{2}{2} \binom{8}{1}}_{\text{بقیه‌ی رنگ‌ها}} = 50 + 21 + 8 = 79$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{79}{120} \text{ است.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$n(S) = \binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{6} = 84$$

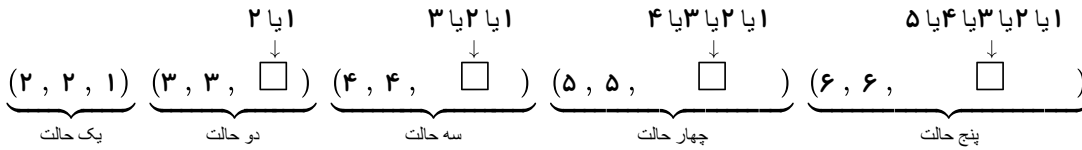
مهره‌های خارج شده هم‌رنگ باشند یعنی هر ۳ سفید یا هر ۳ سیاه باشند.

$$n(A) = \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$



پس $P(A) = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲



$$\left. \begin{aligned} nA &= 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 \\ n(S) &= 6^3 = 216 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A) = \frac{15}{216} = \frac{5}{72}$$

۱۳ با توجه به آنکه مهره اول سفید است، پس می‌توان فضای نمونه را برای انتخاب مهره دوم به ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه محدود کرد. بنابراین احتمال شرطی خواسته شده برابر است با:

$$P(A) = \frac{3}{8}$$

احتمال مطلوب

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

اگر A و B مستقل باشند؛ داریم:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(B)} = P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) \times P(B)}{P(A)} = P(B) = \frac{1}{3}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{12} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

۱۵ زمانی که دو پیشامد ناسازگار باشند، داریم:

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 0$$

۱۶ چون عدد انتخاب شده می‌دانیم زوج است، پس:

ابتدا فضای نمونه را از اعداد طبیعی دو رقمی به مجموعه اعداد طبیعی دو رقمی زوج محدود می‌کنیم.

$$S' = \{10, 12, 14, \dots, 98\} \Rightarrow n(S') = 45$$

اعداد طبیعی دو رقمی زوج که مضرب ۳ هستند.

$$A = \{12, 18, \dots, 96\} \Rightarrow n(A) = 15 \Rightarrow P(A) = \frac{15}{45} = \frac{1}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$P(\text{مجموع کمتر از } 6 \cap \text{هر دو زوج}) = \frac{P(\text{مجموع کمتر از } 6)}{P(\text{مجموع کمتر از } 6)}$$

(۱, ۵), (۱, ۶), (۲, ۱), (۲, ۲), (۲, ۳), (۲, ۴), (۲, ۵), (۲, ۶), (۳, ۱), (۳, ۲), (۳, ۳), (۳, ۴), (۳, ۵), (۳, ۶), (۴, ۱), (۴, ۲), (۴, ۳), (۴, ۴), (۴, ۵), (۴, ۶), (۵, ۱), (۵, ۲), (۵, ۳), (۵, ۴), (۵, ۵), (۵, ۶), (۶, ۱), (۶, ۲), (۶, ۳), (۶, ۴), (۶, ۵), (۶, ۶)

از بین ۳۶ حالت فوق تعداد ۱۰ حالت مجموع دو عدد رو شده کمتر از ۶ است و فقط در یک حالت از آن‌ها هر دو عدد رو شده هستند، بنابراین:



$$P(A) = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{10}{36}} = \frac{1}{10} = 0,1$$

نکته:

در پرتاب دو تاس به صورت همزمان مجموع دو عدد رو شده به صورت جدول زیر است:

	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۵	۴	۳	۲	۱

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$P(A) = 0,65$$

رسیدن به تراز بالای ۷۰۰۰

$$P(B) = 0,6$$

قبولی پزشکی

$$P(B|A) = 0,7 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0,455 \Rightarrow P(A \cap B) = 0,455$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = 0,6 - 0,455 = 0,145$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

روش اول:

$$P(\text{فرد}) \times P(\text{زوج}) \times P(\text{سومی فرد}) \times P(\text{چهارمی زوج}) \times P(\text{پنجمی فرد}) = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{12}{120} = 0,1$$

روش دوم:

$$n(S) = 5!$$

$$n(A) = \underbrace{3!}_{\text{جابجایی مهره های زوج}} \times \underbrace{2!}_{\text{جابجایی مهره های فرد}} \rightarrow \text{ف ز ف ز ف}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{3!2!}{5!} = \frac{1}{10} \text{ است.}$$

$$\text{در هر پرتاب احتمال آنکه هر دو تاس زوج باشند، برابر با } \frac{3}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{4} \text{ است و لذا احتمال آنکه هر دو تاس زوج نباشند،}$$

$$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ است. اگر } A_i \text{ پیشامد این باشد که در پرتاب } i \text{ ام نتیجه حاصل شده باشد، یعنی در } (i-1) \text{ پرتاب قبلی هر دو تاس زوج نبوده و در}$$

$$\text{پرتاب } i \text{ ام هر دو تاس زوج ظاهر شده است، پس } P(A_i) = \left(\frac{3}{4}\right)^{i-1} \left(\frac{1}{4}\right) \text{ بنابراین احتمال آنکه حداکثر در ۳ پرتاب نتیجه حاصل شود، برابر است با:}$$

$$P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{1}{4} + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64}$$

یا به زبان ساده تر:

$$\frac{1}{4} : \text{پرتاب اول هر دو زوج باشند}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} : \text{پرتاب اول هر دو زوج نباشند و پرتاب دوم هر دو زوج باشند}$$

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} : \text{پرتاب اول و پرتاب دوم هر دو زوج نباشند و پرتاب سوم هر دو زوج باشند}$$

$$\text{پس } P(A) = \frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{9}{64} = \frac{37}{64} \text{ است.}$$



۲۱) برای آنکه هر دو کارت هم‌رنگ باشند، باید هر دو سفید یا هر دو سبز باشند، پس داریم:

$$P = \left(\underbrace{\frac{3}{7}}_{\text{اولی سفید}} \times \underbrace{\frac{2}{6}}_{\text{دومی سفید}} \right) + \left(\underbrace{\frac{4}{7}}_{\text{اولی سبز}} \times \underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{دومی سبز}} \right) = \frac{6}{42} + \frac{12}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

۲۲) ۱ ۲ ۳ ۴

مهارت قالی‌بافی داشتن B و تحصیلات ابتدایی داشتن A :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

دقت کنید که دو پیشامد A و B مستقل هستند.

$$\begin{aligned} &= P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) = \frac{60}{100} + \frac{25}{100} - \left(\frac{60}{100} \times \frac{25}{100} \right) \\ &= \frac{3}{5} + \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{14}{20} = \frac{7}{10} = 0,7 \end{aligned}$$

۲۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$P(\underbrace{A \cup B}_{\text{لااقل یکی}}) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

A, B مستقل هستند.

$$\rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0,84 + 0,75 - \underbrace{(0,84)(0,75)}_{0,63} = 0,96$$

۲۴) ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

P (اولی سیاه و دومی سفید) یا P (اولی سفید و دومی سفید)

$$\text{احتمال مطلوب} = \left(\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} \right) + \left(\frac{9}{15} \times \frac{6}{14} \right) = \frac{30 + 54}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

روش دوم: چون نمی‌دانیم مهره‌ی اول خارج شده چه‌رنگی است فرض می‌کنیم اصلاً مهره‌ای خارج نشده است پس احتمال سفید بودن می‌شود $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

۲۵) ۱ ۲ ۳ ۴

(خانواده B , ۲ پسر دارد) $\times P$ (خانواده A , ۴ پسر دارد) P : حالت اول

$$= \frac{\binom{4}{4}}{2^4} \times \frac{\binom{2}{2}}{2^2} = \frac{1}{16} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$$

(خانواده B , ۱ پسر دارد) $\times P$ (خانواده A , ۲ پسر دارد) P : حالت دوم

$$= \frac{\binom{4}{2}}{2^4} \times \frac{\binom{2}{1}}{2^2} = \frac{6}{16} \times \frac{2}{4} = \frac{12}{64}$$

$$\Rightarrow \text{احتمال خواسته شده} : P = \frac{1}{64} + \frac{12}{64} = \frac{13}{64}$$

۲۶) احتمال رسیدن به تراز بالای ۶۰۰۰ (موفقیت) و نرسیدن (شکست) برای هر کدام مستقل از دیگری است، پس:

P (شکست علی) $\times P$ (موفقیت رضا) $\times P$ (موفقیت محسن) $+ P$ (شکست رضا) $\times P$ (موفقیت محسن) $\times P$ (موفقیت علی)

$$= \frac{8}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{8}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{144}{1000} + \frac{224}{1000} = \frac{368}{1000}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴