



سبق (۳۸۱۱۷-۰۵۱)

نام آزمون: یازدهم فصل ۷ تمرین کتاب

تلگرام استاد شاکریان : @riazi\_jazb

خرید محصولات : shakeryan.com

۱) یک سکه را سه بار پرتاب می کنیم. احتمال رو آمدن سکه در پرتاب سوم را به دست آورید، به شرط اینکه در دو پرتاب اول و دوم پشت ظاهر شده باشد. تمرین های کتاب - ۱۵۱

۲) ترکیبی از ۴ ماده شیمیایی داریم که دو تا از آنها مواد  $A$  و  $B$  هستند. احتمال واکنش نشان دادن ماده  $A$ ،  $\frac{1}{5}$  و احتمال واکنش نشان دادن ماده  $B$ ،  $\frac{1}{7}$  است. اگر ماده  $A$  واکنش نشان دهد، احتمال واکنش نشان دادن ماده  $B$ ،  $\frac{1}{4}$  خواهد شد. با چه احتمالی، حداقل یکی از مواد  $A$  یا  $B$  واکنش نشان خواهد داد؟ تمرین های کتاب - ۱۵۲

۳) دو تاس با هم پرتاب شده اند. احتمال آنکه هر دو عدد رو شده زوج باشند، به شرطی که بدانیم مجموع اعداد رو شده برابر ۸ است را به دست آورید. تمرین های کتاب - ۱۵۲

۴) فرض کنید  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناتهی مستقل از یکدیگرند. الف) نشان دهید  $A'$  و  $B$  مستقل اند. ب) با توجه به الف) نشان دهید  $A'$  و  $B'$  نیز مستقل اند. تمرین های کتاب - ۱۵۱

۵) احتمال اینکه رویا در درس ریاضی قبول شود، دو برابر احتمال آن است که دوستش در این درس قبول شود. اگر احتمال اینکه حداقل یکی از آنها در درس ریاضی قبول شوند، برابر  $\frac{625}{1000}$  باشد، رویا با چه احتمالی در این درس قبول خواهد شد؟ تمرین های کتاب - ۱۵۲



۶ در پرتاب یک تاس فرض کنید پیشامد  $A$  ظاهر شدن عدد زوج، پیشامد  $B$  ظاهر شدن عددی با مضرب ۳ و پیشامد  $C$  عددی بزرگتر از ۲ باشد. مستقل یا غیرمستقل بودن هر دو پیشامد را بررسی کنید. تمرین های کتاب- ۱۵۱

۷ احمد به احتمال  $\frac{7}{10}$  در تیم بسکتبال مدرسه‌شان و به احتمال  $\frac{8}{10}$  در تیم ملی فوتبال نوجوانان انتخاب می‌شود. احتمال‌های زیر را محاسبه کنید. تمرین های کتاب- ۱۵۲

الف در هر دو تیم موردنظر انتخاب شود. تمرین های کتاب- ۱۵۲

ب در هیچ کدام از دو تیم انتخاب نشود. تمرین های کتاب- ۱۵۲

پ فقط در تیم ملی فوتبال انتخاب شود. تمرین های کتاب- ۱۵۲

ت فقط در یکی از تیم‌ها انتخاب شود. تمرین های کتاب- ۱۵۲

ث حداقل در یکی از تیم‌ها انتخاب شود. تمرین های کتاب- ۱۵۲

۸ در جدول زیر ارتفاع از سطح دریا برای بعضی از شهرهای استان مرکزی و کهگیلویه و بویراحمد دیده می‌شود. (راهنمایی:  $1\text{ m} = 3,281\text{ ft}$ ، فوت:  $\text{ft}$ ، متر:  $\text{m}$ )  
 تمرین های کتاب - ۱۶۳

شهر	مرکزی				کهگیلویه و بویراحمد		
	اراک	محلات	خمین	شازند	ياسوج	دهدشت	دنا
فاصله از سطح دریا	$1708\text{ (m)}$	$1775\text{ (m)}$	$1830\text{ (m)}$	$1920\text{ (m)}$	$6135,47\text{ (ft)}$	$3248,19\text{ (ft)}$	$7218,20\text{ (ft)}$

- الف) میانگین ارتفاع از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟  
 ب) انحراف معیار از سطح دریا در شهرهای استان مرکزی چقدر است؟  
 پ) ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای کدام استان بیشتر است؟

۹ میانگین، میانه و انحراف معیار نرخ تورم (مراجعه به خواندنی) سال‌های ۹۴ - ۸۴ را بر اساس جدول زیر محاسبه کنید.  
 تمرین های کتاب - ۱۶۳

سال	۱۳۸۴	۱۳۸۵	۱۳۸۶	۱۳۸۷	۱۳۸۸	۱۳۸۹	۱۳۹۰	۱۳۹۱	۱۳۹۲	۱۳۹۳	۱۳۹۴
نرخ تورم	۱۰٫۴	۱۱٫۹	۱۸٫۴	۲۵٫۴	۱۰٫۸	۱۲٫۴	۲۱٫۵	۳۰٫۵	۳۴٫۷	۱۵٫۶	۱۱٫۹

۱۰ جدول زیر پول توجیبی (ده هزار ریال) هفتگی پنج دوست نزدیک مینا و مریم را نشان می‌دهد.

- الف) میانگین و میانه پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید.  
 ب) انحراف معیار پول توجیبی را برای دوستان مریم و مینا محاسبه کنید.  
 پ) برنامه‌ریزی برای یک سفر یک روزه با دوستان برای مینا ساده‌تر است یا مریم؟

مینا	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷
مریم	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰	۳۵



۱۱) کارخانه‌ای دو نوع لاستیک تولید می‌کند. میانگین طول عمر برای نوع  $A$  و  $B$  به ترتیب  $11000$  کیلومتر و  $10000$  کیلومتر و انحراف معیار برای نوع  $A$  و  $B$  به ترتیب  $2000$  کیلومتر و  $1000$  کیلومتر است. کدام نوع لاستیک بهتر است؟  
تمرین های کتاب - ۱۶۲

۱۲) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

تمرین های کتاب - ۱۶۲

الف) اگر مقدار ثابت  $c$  از داده‌ها کم شود، انحراف معیار به اندازه  $\sqrt{c}$  کاهش می‌یابد.

ب) اگر مقدار ثابت  $c$  به داده‌ها اضافه شود، ضریب تغییرات بزرگ‌تر می‌شود.

پ) اگر مقدار ثابت  $\frac{1}{c}$  در داده‌ها ضرب شود، انحراف معیار  $\frac{1}{c}$  برابر می‌شود.

ت) اگر مقدار ثابت  $c$  در داده‌ها ضرب شود، ضریب تغییر ثابت می‌ماند.

## پاسخنامه تشریحی

۱

$$n(S) = ۸$$

$$\text{در پرتاب اول و دوم پشت آمده باشد} = A = \{(پ, پ, ر), (پ, پ, پ)\}$$

$$\text{در پرتاب سوم رو آمده باشد} = B = \{(ر, ر, ر), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (پ, پ, ر)\}$$

$$P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{n(B \cap A)}{n(A)} = \frac{۱}{۲}$$

$$P(A) = \frac{۱}{۵}, P(B) = \frac{۱}{۷}, P(B|A) = \frac{۱}{۴}, P(A \cup B) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \rightarrow P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = \frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۲۰}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۷} - \frac{۱}{۲۰} = \frac{۲۸}{۱۴۰} + \frac{۲۰}{۱۴۰} - \frac{۷}{۱۴۰} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{۴۱}{۱۴۰}$$

۲

۳

$$\text{پیشامد هر دو عدد زوج} = A = \{(۲, ۲)(۲, ۴)(۲, ۶)(۴, ۲)(۴, ۴)(۴, ۶)(۶, ۲)(۶, ۴)(۶, ۶)\}$$

$$\text{پیشامد مجموع اعداد رو شده برابر ۸} = B = \{(۲, ۶)(۳, ۵)(۴, ۴)(۵, ۳)(۶, ۲)\}$$

$$A \cap B = \{(۲, ۶)(۴, ۴)(۶, ۲)\}$$

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{۳}{۵} \rightarrow P(A|B) = \frac{۳}{۵}$$

۴

$$\text{مستقل } B, A \rightarrow P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\text{الف) } P(B) \cdot P(A') = P(B)(1 - P(A)) = P(B) - P(B) \cdot P(A)$$

$$= P(B) - P(A \cap B) = P(B - A) = P(B \cap A')$$

$$\rightarrow P(B) \cdot P(A') = P(B \cap A') \rightarrow B \text{ و } A' \text{ مستقل هستند}$$

$$\text{ب) } P(A') \cdot P(B') = (1 - P(A))(1 - P(B)) = 1 - P(A) - P(B) + P(A) \cdot P(B)$$

$$= 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) = 1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))$$



$$= 1 - P(A \cup B) = P(A \cup B)' = P(A' \cap B')$$

$$\rightarrow P(A') \cdot P(B') = P(A' \cap B') \rightarrow A' \text{ و } B' \text{ مستقل هستند}$$

۵

$A =$  پیشامد قبول شدن رویا در درس ریاضی

$B =$  پیشامد قبول شدن دوست رویا در درس ریاضی

دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل از هم هستند در نتیجه:  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$$P(B) = x, P(A) = 2x$$

$$P(A \cup B) = 0,625 \rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{625}{1000}$$

$$\rightarrow 2x + x - (2x \cdot x) = \frac{5}{8} \rightarrow 3x - 2x^2 = \frac{5}{8} \rightarrow 24x - 16x^2 = 5$$

$$\rightarrow 16x^2 - 24x + 5 = 0 \rightarrow (4x)^2 - 6(4x) + 5 = 0 \rightarrow (4x - 1)(4x - 5) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{5}{4} > 1 \text{ غیر قابل قبول} \\ 4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}, 2x = \frac{1}{2} \rightarrow P(A) = \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

۶

$$A = \{2, 4, 6\} \rightarrow P(A) = \frac{3}{6}, B = \{3, 6\} \rightarrow P(B) = \frac{2}{6}, C = \{3, 4, 5, 6\} \rightarrow P(C) = \frac{4}{6}$$

$$A \cap B = \{6\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{6} \rightarrow P(A \cap B) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(B) \rightarrow \frac{1}{6} = \frac{3}{6} \times \frac{2}{6}$$

دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل هستند.

$$A \cap C = \{4, 6\} \rightarrow P(A \cap C) = \frac{2}{6} \rightarrow P(A \cap C) \stackrel{?}{=} P(A) \cdot P(C) \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{3}{6} \times \frac{4}{6}$$

دو پیشامد  $A$  و  $C$  مستقل هستند.

$$B \cap C = \{3, 6\} \rightarrow P(B \cap C) = \frac{2}{6} \rightarrow P(B \cap C) \stackrel{?}{=} P(B) \cdot P(C) \rightarrow \frac{2}{6} \neq \frac{2}{6} \times \frac{4}{6}$$

دو پیشامد  $B$  و  $C$  مستقل نیستند.

۷

الف

$$A = \text{پیشامد انتخاب در تیم بسکتبال} \rightarrow P(A) = 0,7$$

$$B = \text{پیشامد انتخاب در تیم ملی فوتبال نوجوانان} \rightarrow P(B) = 0,8$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{10} \times \frac{8}{10} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{56}{100}$$

ب

$$\text{روش ۱: } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{56}{100} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{94}{100}$$

$$\rightarrow P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - \frac{94}{100} \rightarrow P(A \cup B)' = \frac{6}{100}$$



$$\text{روش ۲: } P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

$$P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{8}{10} = \frac{2}{10}$$

$$\rightarrow P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B') = \frac{3}{10} \times \frac{2}{10} \rightarrow P(A' \cap B') = \frac{6}{100}$$

پ

$$P(B - A) = P(B \cap A') = P(B) \cdot P(A') = \frac{8}{10} \times \frac{3}{10} \rightarrow P(B - A) = \frac{24}{100}$$

ت

$$\text{روش ۱: } P(B - A) + P(A - B) = P(B \cap A') + P(A \cap B') = P(B) \cdot P(A') + P(A) \cdot P(B')$$

$$= \frac{8}{10} \times \frac{3}{10} + \frac{7}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{24}{100} + \frac{14}{100} \rightarrow P(B - A) + P(A - B) = \frac{38}{100}$$

$$\text{روش ۲: } P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{94}{100} - \frac{56}{100} \rightarrow P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{38}{100}$$

ث

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{7}{10} + \frac{8}{10} - \frac{56}{100} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{94}{100}$$

۸

(الف)

$$\bar{X} = \frac{1708 + 1775 + 1830 + 1920}{4} \rightarrow \bar{X} = 1808,25m$$

(ب)

$$\sigma^2 = \frac{(1708 - 1808,25)^2 + \dots + (1920 - 1808,25)^2}{4} = 6029,19$$

$$\rightarrow \sigma = 77,65$$

(پ)

$$\bar{Y} = \frac{6135,47 + 3248,19 + 7218,20}{3} \rightarrow \bar{Y} = 5533,95ft$$

$$\rightarrow \bar{Y} = 1686,67m$$

میانگین ارتفاع از سطح دریا برای شهرهای استان مرکزی بیشتر است.

۹

$$\bar{X} = \frac{10,4 + 11,9 + 18,4 + 25,4 + 10,8 + 12,4 + 21,5 + 30,5 + 34,7 + 15,6 + 11,9}{11}$$

$$\rightarrow \bar{X} = \frac{203,5}{11} \rightarrow \bar{X} = 18,5 \text{ میانگین}$$

برای بدست آوردن میانه، داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$10,4 - 10,8 - 11,9 - 11,9 - 12,4 - \underline{\underline{15,6}} - 18,4 - 21,5 - 25,4 - 30,5 - 34,7$$

$$Q_p \text{ میانہ} = 15,6$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{11} (x_i - \bar{X})^2}{N} = \frac{(10,4 - 18,5)^2 + (10,8 - 18,5)^2 + \dots + (34,7 - 18,5)^2}{11}$$

$$\sigma^2 = \frac{720,7}{11} = 65,52 \rightarrow \sigma = 8,09 \text{ انحراف معیار}$$

۱۰  
(الف)

$$\bar{x} = \frac{15 + 20 + 25 + 30 + 35}{5} = \frac{125}{5} \rightarrow \bar{x} = 25$$

$$\bar{y} = \frac{23 + 24 + 25 + 26 + 27}{5} = \frac{125}{5} \rightarrow \bar{y} = 25$$

(ب)

$$\sigma_x^2 = \frac{(15 - 25)^2 + (20 - 25)^2 + (25 - 25)^2 + (30 - 25)^2 + (35 - 25)^2}{5} = \frac{250}{5} = 50$$

$$\rightarrow \sigma_x = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{(23 - 25)^2 + (24 - 25)^2 + (25 - 25)^2 + (26 - 25)^2 + (27 - 25)^2}{5} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\rightarrow \sigma_y = \sqrt{2}$$

(پ) برنامه‌ریزی سفر با دوستان مینا ساده‌تر است زیرا انحراف معیار کمتری دارند.

۱۱

$$cv_A = \frac{\sigma_A}{\bar{X}_A} = \frac{2000}{11000} = \frac{2}{11} \approx 0,18$$

$$cv_B = \frac{\sigma_B}{\bar{X}_B} = \frac{1000}{10000} = \frac{1}{10} = 0,1$$

لاستیک نوع B بهتر است؛ چون ضریب تغییرات کمتری دارد.

۱۲ (الف) نادرست

(ب) نادرست

(پ) نادرست، زیرا انحراف معیار  $\frac{1}{c}$  برابر می‌شود.

(ت) درست