



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: یازدهم قلمچی تست ۶۲

تلگرام استاد شاکریان : @riazi_jazb

خرید محصولات : shakeryan.com

۱ در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x + a)[x]$ اگر $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3$ باشد، عدد

سراسری - ۱۳۸۷

حقیقی a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۰ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3}{|x| + 3} + \sqrt{x - 3} \right)$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

- ۱ (۱) صفر ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۳ حاصل $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{[2x + 3|x|]}{[-\frac{1}{x}]}$ کدام است؟ ([]، نماد جزء صحیح است).

- ۱ (۱) صفر ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴)

۴ اگر تابع f در نقطه $x = 1$ دارای حد باشد و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5$ باشد، آنگاه $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

قلم چی - ۱۳۹۹

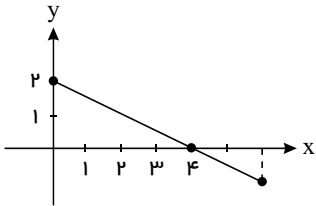
کدام است؟

- ۱ (۱) -۳ ۲ (۲) ۳ (۳) -۲ (۴)



۵ با توجه به نمودار تابع f در شکل زیر، اگر $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 2a} f(x)$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



۱ - ۱

۲ $\frac{1}{2}$

۱ صفر

۳ ۲

۶ اگر $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = a$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = b$ باشد، آن گاه حاصل $a - b$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ صفر

۴ تابع در $x = 0$ حد چپ و راست ندارد.

۱ -۲

۳ ۲

۷ اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & , x > 2 \\ ax - b & , x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ حد داشته و $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4$ باشد،

قلم چی - ۱۳۹۹

مقدار $a - b$ کدام است؟

۴ $-\frac{11}{3}$

۳ ۱۱

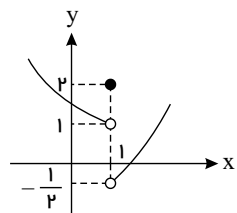
۲ -۴

۱ $\frac{26}{3}$

۸ هر گاه $\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + 1)$ باشد، با توجه به نمودار تابع g حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{(f-g)(x)}{(f \times g)(x) + 2}}$

قلم چی - ۱۳۹۹

کدام است؟



۲ $\sqrt{\frac{5}{2}}$

۴ $-\frac{1}{2}$

۱ $\frac{\sqrt{5}}{2}$

۳ $\sqrt{2}$



۹) حد چپ تابع $f(x) = \frac{(3 - [x])\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3}$ در نقطه $x = 3$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است)

سراسری - ۱۳۷۰

- ۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ۰ ۴) ∞

۱۰) در تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} x^2 + a & ; x < -2 \\ 3x + 4 & ; x > -2 \end{cases}$ مقدار حد چپ در نقطه‌ی $x = -2$ عکس مقدار حد راست در این نقطه است. a کدام است؟

خارج از کشور - ۱۳۸۴

- ۱) ۳ ۲) $3,5$ ۳) -۴ ۴) $-4,5$

خارج از کشور - ۱۳۸۸

۱۱) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}}$ کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۲) حد عبارت $\frac{x + 2}{x^2 - 2x} + \frac{2[x]}{2 - x}$ وقتی $x \rightarrow 2^-$ کدام است؟ $([])$ ، نماد جزء صحیح است.

خارج از کشور - ۱۳۹۲

- ۱) $-\infty$ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) $+\infty$

۱۳) قدرمطلق تفاضل حد چپ و حد راست تابع f به معادله‌ی $f(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{|x - 1|}$ در نقطه‌ی $x = 1$ کدام است؟

سراسری - ۱۳۷۷

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۶



سراسری - ۱۳۸۱

۱۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{2 - \sqrt{x}}$ کدام است؟

۴) $\frac{3}{2}$

۳) $\frac{4}{3}$

۲) $\frac{3}{4}$

۱) $\frac{2}{3}$

سراسری - ۱۳۸۲

۱۵) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 + \cot x}{1 + \tan x}$ کدام است؟

۴) $+\infty$

۳) ۱

۲) ۰

۱) -۱

خارج از کشور - ۱۳۹۳

۱۶) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}$ کدام است؟

۴) $\frac{1}{6}$

۳) $\frac{1}{12}$

۲) $-\frac{1}{12}$

۱) $-\frac{1}{6}$

سراسری - ۱۳۷۸

۱۷) اگر $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax + 3a}{1 - \sqrt{5x+16}} = 2$ آنگاه a کدام است؟

۴) $a = -5$

۳) $a = 5$

۲) $a = -1$

۱) $a = 1$

سراسری - ۱۳۷۹

۱۸) حاصل $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2}$ برابر کدام است؟

۴) $\frac{-5}{2}$

۳) $\frac{-3}{2}$

۲) $\frac{5}{2}$

۱) $\frac{3}{2}$



قلم چی - ۱۳۹۹

۱۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + [\sin \frac{\pi}{x}]}{x^2 - x}$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ① صفر ② ۱ ③ ۲ ④ ۳

۲۰) اگر $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + b}{x^2 - x - 2} = a$ که در آن $a \in \mathbb{R} - \{0\}$ هست، باشد، مقدار $3a + b$ کدام

قلم چی - ۱۳۹۹

است؟

- ① ۲ ② $-\frac{2}{3}$ ③ صفر ④ $\frac{16}{3}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۱) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 8}$ کدام است؟

- ① $\frac{5}{12}$ ② صفر ③ ۱ ④ $\frac{5}{4}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^3 x - 1}{\cos^2 x}$ کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^3 - x}$ کدام است؟

- ① صفر ② $\frac{7}{2}$ ③ ۳ ④ $\frac{5}{2}$



قلم چی - ۱۳۹۹

۲۴) حاصل $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{x^2 - 8x}$ کددام است؟

- ۱) ۱ ۲) صفر ۳) -۲ ۴) ۲

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۵) اگر $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4x} = \frac{3}{4}$ باشد، مقدار $a + b$ کددام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۶) حاصل $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x^2 + 2x - 15}$ کددام است؟

- ۱) $-\frac{1}{13}$ ۲) $-\frac{1}{8}$ ۳) $\frac{1}{13}$ ۴) $\frac{1}{8}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۷) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2^-} \left([-\sqrt{2-x}] + \frac{|x-2|}{x-2} \right)$ کددام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- ۱) صفر ۲) -۲ ۳) ۲ ۴) -۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۸) حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{-x^2 + 3x - 2}$ کددام است؟

- ۱) -۳ ۲) -۵ ۳) ۱ ۴) ۵

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۹) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^3 x}{\cos^2 x}$ کددام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۳ ۳) ۳ ۴) $\frac{3}{2}$



قلم چی - ۱۳۹۹

۳۰) اگر $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax + b}{x} = 3$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۱) حاصل حد $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2x - 6}$ کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۲) حاصل $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{[x] - \sin^2 x}{1 + \cos(\frac{\pi}{2} + x)}$ است؟ ([]، علامت جزء صحیح است.)

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) صفر ۴) -۱

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 3 \Rightarrow (2+a)[2^+] - (2+a)[2^-] = 3$$

$$\Rightarrow (2+a)(2) - (2+a)(1) = 3 \Rightarrow 4 + 2a - 2 - a = 3 \Rightarrow a = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \left(\frac{x^2 - 3}{|x| + 3} + \sqrt{x - 3} \right) = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3}{3 + 3} + \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x - 3} = \frac{9 - 3}{6} + \sqrt{0} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$x \rightarrow (-1)^+ \Rightarrow [2x + 3|x|] = [2x - 3x] = [-x]$$

حال با توجه به $x \rightarrow (-1)^+$ می بینیم که عبارات داخل جزء صحیح به چه عددی نزدیک می شوند:

$$x \rightarrow (-1)^+ : \begin{cases} x > -1 \xrightarrow{\times(-1)} -x < +1 \Rightarrow [-x] = 0 \\ x > -1 \rightarrow \frac{1}{x} < -1 \xrightarrow{\times(-1)} -\frac{1}{x} > 1 \Rightarrow \left[-\frac{1}{x}\right] = 1 \end{cases}$$

بنابراین: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{[-x]}{\left[-\frac{1}{x}\right]} = \frac{0}{1} = 0$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴ فرض کنید $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = A$ آنگاه:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{f(x) + 1} = 5 \Rightarrow \frac{2A - 1}{A + 1} = 5 \Rightarrow 2A - 1 = 5A + 5 \Rightarrow 3A = -6 \Rightarrow A = -2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ تابع f یک تابع خطی است که از نقاط $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$ می گذرد:

$$m = \frac{2 - 0}{0 - 4} = -\frac{1}{2}$$

شیب خط برابر $-\frac{1}{2}$ است.

$$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$$

عرض از مبدأ خط برابر ۲ است. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(-\frac{1}{2}x + 2 \right) = -\frac{1}{2}a + 2 = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = 2$$

با توجه به نمودار تابع f ، داریم:

$$\Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

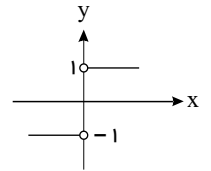
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} & , x > 0 \\ \frac{x}{-x} & , x < 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$$

نمودار تابع f به صورت زیر است:

با توجه به نمودار داریم:

$$a = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1 \Rightarrow a - b = 1 - (-1) = 2$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x^2 - 1) = 3 \times 2^2 - 1 = 11$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (ax - b) = 2a - b$$

در $x=2$ حد دارد

$$\longrightarrow 2a - b = 11 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} (ax - b) = 4 \Rightarrow -a - b = 4 \Rightarrow a + b = -4 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \begin{cases} 2a - b = 11 \\ a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow 3a = 7 \Rightarrow a = \frac{7}{3}$$

$$\xrightarrow{a+b=-4} \frac{7}{3} + b = -4 \Rightarrow b = \frac{-19}{3} \Rightarrow a - b = \frac{7}{3} - \left(-\frac{19}{3}\right) = \frac{26}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (2f(x) + 1) = 5 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} 2f(x) = 4 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2$$

$$g \text{ نمودار } \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) = \frac{-1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \sqrt{\frac{(f-g)(x)}{(f \times g)(x)}} = \sqrt{\frac{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) \times \lim_{x \rightarrow 1^+} g(x) + 2}} = \sqrt{\frac{2 - \left(-\frac{1}{2}\right)}{2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) + 2}} = \sqrt{\frac{\frac{5}{2}}{1}} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3 - [x])\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{(3 - [3^-])\sqrt{(x - 3)^2}}{x - 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\overbrace{|x - 3|}^{-}}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x - 3)}{x - 3} = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{f(x)} \rightarrow 4 + a = \frac{1}{-6 + 4} \rightarrow 4 + a = \frac{-1}{2}$$

$$\rightarrow 8 + 2a = -1 \rightarrow 2a = -9 \rightarrow a = -\frac{9}{2} = -4,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5 - x}} = \frac{0}{0}$$

برای رفع ابهام باید هم صورت هم مخرج را گویا نماییم:

$$\lim \frac{1 - \sqrt{x}}{2 - \sqrt{5-x}} \times \frac{1 + \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} \times \frac{2 + \sqrt{5-x}}{2 + \sqrt{5-x}}$$

$$\lim \frac{(1-x) + (2 + \sqrt{5-x})}{\underbrace{(4-5+x)}_{(x-1)} (1 + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1) (2 + \sqrt{5-x})}{(x-1) (1 + \sqrt{x})} = \frac{-4}{2} = -2$$

۱۲) برابر یک می‌باشد بنابراین حد داده شده به این صورت درمی‌آید. [۲⁻] ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2}{x^2-2x} + \frac{2}{2-x} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2}{x(x-2)} - \frac{2}{(x-2)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{x+2-2x}{x(x-2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{-x+2}{x(x-2)} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \left(\frac{-(x-2)}{x(x-2)} \right) = \frac{-1}{2}$$

۱۳) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} &= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 - x - 1}{x-1} \stackrel{\circ}{=} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{4x-1}{1} = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - x - 1}{|x-1|} &= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 - x - 1}{-(x-1)} \stackrel{\circ}{=} \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{4x-1}{-1} = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow |-3 - (3)| = |-6| = 6$$

۱۴) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim \frac{3 - \sqrt{2x+1}}{2 - \sqrt{x}} \times \frac{3 + \sqrt{2x+1}}{3 + \sqrt{2x+1}} \times \frac{2\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(9 - (2x+1))(\underbrace{2 + \sqrt{x}}_6)}{\underbrace{(4-x)(3 + \sqrt{2x+1})}_6} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(-2x+8)(4)}{(4-x)(6)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2(4-x)(4)}{(4-x)(6)} = \frac{4}{3}$$

۱۵) می‌توان با استفاده از روابط مثلثاتی عامل صفرشونده را استخراج و حذف کرد. ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 + \cot x}{1 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{1 + \frac{\cos x}{\sin x}}{1 + \frac{\sin x}{\cos x}} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{\frac{\sin x + \cos x}{\sin x}}{\frac{\sin x + \cos x}{\cos x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \frac{(\sin x + \cos x) \cos x}{(\sin x + \cos x) \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{4}} \cot x = -1$$

۱۶) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}} = \frac{\circ}{\circ}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2 - \sqrt[3]{x+6}}{\sqrt{x^2-4x+4}} \times \frac{(\underbrace{4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2}}_6)}{(\underbrace{4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2}}_6)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{8 - x - 6}{\underbrace{\sqrt{(x-2)^2}}_{|x-2|} (4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\cancel{(2-x)}}{\underbrace{(x-2)}_{-\cancel{(2-x)}} (4 + 2\sqrt[3]{x+6} + \sqrt[3]{(x+6)^2})} = -\frac{1}{12}$$

ابتدا با جایگذاری می‌توان مبهم بودن کسر را شناسائی نمود. حال برای شناسائی عامل صفرشونده باید مخرج را گویا نمود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{ax + 3a}{1 - \sqrt{5x+16}} \times \frac{1 + \sqrt{5x+16}}{1 + \sqrt{5x+16}} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{a \cancel{(x+3)} (1 + \sqrt{5x+16})}{\underbrace{1 - 5x - 16}_{-5 \cancel{(x+3)}}}$$

$$= \frac{2a}{-5} = 2 \rightarrow 2a = -10 \rightarrow a = -5$$

باید کسر را در مزدوج صورت $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + \sqrt{2x+8}}{x+2} = ?$ ضرب نمائیم. باید توجه داشت که می‌توان در مخرج کسر عامل صفرشونده وجود دارد: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - (2x+8)}{\underbrace{(x+2)(x-\sqrt{2x+8})}_{-4}} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x - 8}{(x+2)(-4)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)} (x-4)}{\cancel{(x+2)} (-4)} = \frac{3}{2}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$x \rightarrow 1^- : x < 1 \Rightarrow \frac{1}{x} > 1 \xrightarrow{\times \pi} \frac{\pi}{x} > \pi : \frac{\pi}{x} \rightarrow \pi^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + [\sin \frac{\pi}{x}]}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + |0|}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 1}{x(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cancel{(x-1)} (x+1)}{\cancel{(x-1)} (x-1)} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+1}{x} = \frac{2}{1} = 2$$

چون حد مخرج در $x = -1$ برابر صفر است و حاصل حد عددی حقیقی است پس حد صورت نیز باید صفر شود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$\Rightarrow -2 + b = 0 \Rightarrow b = 2$$

با جایگذاری مقدار b در حد داده شده، حاصل آن را می‌یابیم:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x + 2}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\cancel{2} \cancel{(x+1)}}{\cancel{(x+1)} (x-2)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x-2} = \frac{2}{-3} = a$$

در نتیجه داریم:

$$3a + b = 3 \left(-\frac{2}{3} \right) + 2 = -2 + 2 = 0$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+3)}{(x-2)(x^2 + 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x^2 + 2x + 4} = \frac{2+3}{4+4+4} = \frac{5}{12}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x - 1}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(\sin x - 1)(\sin^2 x + \sin x + 1)}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\overbrace{(\sin x - 1)}^{-(1 - \sin x)} (\sin^2 x + \sin x + 1)}{(1 - \sin x) (1 + \sin x)} = -\frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - x} = \frac{\text{حدی } 0}{\text{حدی } 0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+6)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+6}{x(x+1)} = \frac{1+6}{1 \times (1+1)} = \frac{7}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴ حد ابهام $\frac{0}{0}$ دارد. پس:

$$\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 64}{x^2 - 8x} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{(x-8)(x+8)}{x(x-8)} = \lim_{x \rightarrow 8} \frac{x+8}{x} = \frac{16}{8} = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ وقتی مخرج به ازای $x = 4$ صفر می شود حتماً صورت کسر نیز به ازای $x = 4$ برابر صفر بوده که بعد از رفع ابهام، جواب حد یک عدد شده است. (حتماً صورت کسر عامل $(x-4)$ را داشته)

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+m)}{x^2 - 4x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x-4)(x+m)}{x(x-4)} = \frac{4+m}{4} = \frac{3}{4} \Rightarrow m = -1 \Rightarrow x^2 + ax + b = (x-4)(x-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = x^2 - 5x + 4 \Rightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b = -1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 9}}{x^2 + 2x - 15} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{\sqrt{(x-3)^2}}{x^2 + 2x - 15} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{|x-3|}{(x-3)(x+5)} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+5)} = \frac{-1}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \left([-\sqrt{2-x}] + \frac{|x-2|}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^-} [-\sqrt{2-x}] + \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)}{x-2} = [-(0^+)] + (-1) = -1 - 1 = -2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{-x^2 + 3x - 2} : \frac{0}{0} \text{ ابهام}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9x + 14}{-x^2 + 3x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-7)}{-(x-2)(x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-7}{-(x-1)} = \frac{-5}{-1} = +5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1 + (-1)}{0} : \frac{0}{0} \text{ ابهام}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{(1 + \sin x)(1 - \sin x + \sin^2 x)}{(1 + \sin x)(1 - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} \frac{1 - \sin x + \sin^2 x}{1 - \sin x} = \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰ وقتی $x \rightarrow 0$ مخرج کسر صفر می شود ولی حاصل حد عدد ۳ شده است پس حد صورت کسر هم باید در این نقطه صفر شود تا عبارت های صورت و مخرج عامل مشترک x داشته باشند تا حاصل حد پس از ساده کردن کسر برابر ۳ شود:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + ax + b) = 0 \Rightarrow 0 + 0 + b = 0 \Rightarrow b = 0$$

پس حد به صورت زیر در می‌آید:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + ax}{x} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+a)}{x} = 3 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} (x+a) = 3 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a+b = 3+0 = 3$$

به ازای $x = 3$ کسر به صورت $\frac{0}{0}$ در می‌آید با تجزیه صورت و مخرج و حذف عامل $x - 3$ حاصل حد را به دست می‌آوریم:

$$\text{حاصل حد} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{2(x-3)} = \frac{6}{2} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2} \Rightarrow [x] = \left[\frac{\pi}{2}\right] = 1$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}{(1 - \sin x)} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (1 + \sin x) = 1 + 1 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴