



نام آزمون: یازدهم فصل ۶ تست قلمچی ۶۱

تلگرام استاد شاکریان : @riazi_jazb

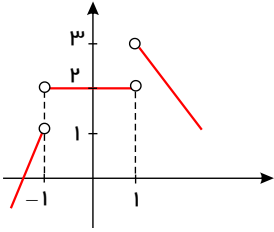
خرید محصولات : shakeryan.com



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

سراسری- ۱۳۷۶

۱ با توجه به شکل مقابل حاصل $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ کدام است؟

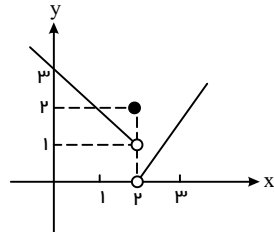


- ۱
- ۲
- ۴
- ۵

۲ با توجه به نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل، حاصل عبارت کدام

قلم چی- ۱۳۹۹

است $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + 2f(2)$ ؟

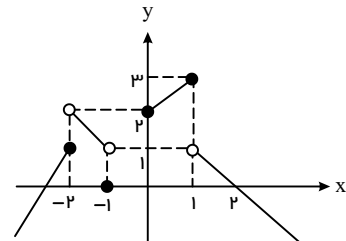


- ۴
- ۲
- ۵
- ۳

۳ شکل مقابل، نمودار تابع $y = f(x)$ است. اگر $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 2$ باشد، مقدار

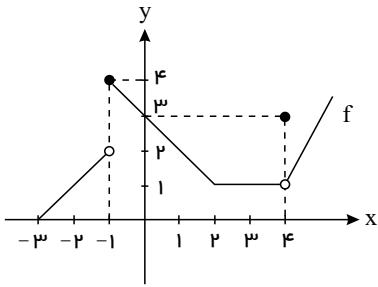
قلم چی- ۱۳۹۹

$f(a - 1)$ کدام است؟



- ۱
- ۲
- ۳
- صفر

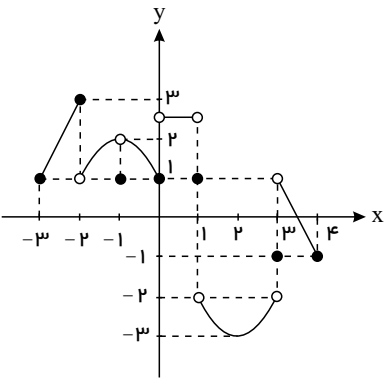
۴ با توجه به شکل زیر، حاصل $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) + f(0)$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۹



- ۴ ۱
- ۵ ۲
- ۶ ۳
- ۷ ۴

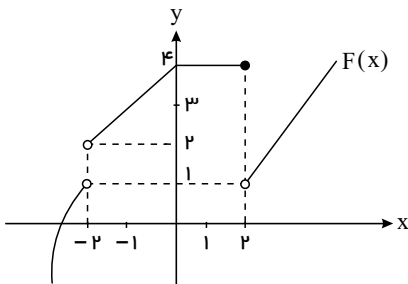
۵ نمودار زیر مربوط به تابع $f(x)$ است. تابع $f(x)$ در چند عدد صحیح موجود در دامنه اش فاقد حد

قلم چی - ۱۳۹۹



- است؟
- ۴ ۱
 - ۸ ۲
 - ۵ ۳
 - ۶ ۴

۶ با توجه به شکل، حاصل $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۹



- ۲ ۱
- ۳ ۲
- ۴ ۳
- ۶ ۴



۷) فرض کنید $f(x) = \begin{cases} 2 & x \geq 1 \\ 1 & x < 1 \end{cases}$ می باشد حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow 1^-$ کدام است؟

- ۱) $f(0)$ ۲) $f(2)$ ۳) $f(1)$ ۴) $f(3)$ سراسری-۱۳۶۳

۸) اگر $f(x) = \begin{cases} ax - 1 & x < 1 \\ x^2 + 2a & x \geq 1 \end{cases}$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1$ ، مقدار a کدام است؟

سراسری-۱۳۸۶

- ۱) -۴ ۲) -۳ ۳) -۲ ۴) -۱

۹) اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 1 & , x < -1 \\ x + 8 & , -1 \leq x < 1 \\ 2x - 1 & , x \geq 1 \end{cases}$ باشد، حاصل

قلم چی-۱۳۹۹

کدام است $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2} f(x) - \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ؟

- ۱) ۱۳ ۲) ۱۶ ۳) ۱۲ ۴) ۸

۱۰) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax + 1 & , x > 3 \\ -5 - ax & , x < 3 \end{cases}$ در $x = 3$ دارای حد باشد، آنگاه حاصل

قلم چی-۱۳۹۹

کدام است $\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x)$ ؟

- ۱) -۸ ۲) -۲ ۳) -۱ ۴) ۴

۱۱) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & , |x| > 1 \\ 2x + 1 & , |x| \leq 1 \end{cases}$ در تمام نقاط حد داشته باشد، مقدار $f(3)$ کدام

قلم چی-۱۳۹۹

است؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۵ ۳) ۶ ۴) ۷



۱۲) اگر تابع $f(x) = \begin{cases} 3ax + 2, & x < 2 \\ 2x^2 + b, & x > 2 \end{cases}$ در $x = 2$ حد داشته باشد و $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$

قلم چی - ۱۳۹۹

باشد، حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ کدام است؟

$\frac{7}{2}$ (۴)

$-\frac{5}{2}$ (۳)

$-\frac{3}{2}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

سراسری - ۱۳۸۰

۱۳) حاصل $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\cot x}$ کدام است؟

$-\infty$ (۴)

$+\infty$ (۳)

-1 (۲)

0^+ (۱)

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 3, \quad \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = 3 - 1 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + 2f(2) = 0 + 1 + 2(2) = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳ نقطه a ، نقطه‌ای است که حد چپ در آن از حد راست در آن، ۲ واحد بیشتر است. با توجه به نمودار سؤال، a باید ۱ باشد.

$$\text{حالا مقدار } f(a-1) \text{ را حساب می‌کنیم: } f(a-1) \stackrel{a=1}{=} f(0) = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = 1$$

$$f(0) = 3$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = 4 - 1 + 3 = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ابتدا دامنه $f(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$D_f = [-3, 4]$$

پس اعداد صحیح موجود در نقاط با طول‌های دامنه $f(x)$ عبارت‌اند از:

$$\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

از میان این ۸ عدد $f(x)$ ، در $\{-3, -2, 0, 1, 3, 4\}$ فاقد حد است (۶ عدد) و در نقاط با طول‌های $\{-1, 2\}$ دارای حد است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶ با توجه به شکل داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1 + 1 = 2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

تنها گزینه‌ای که جواب آن عدد یک می‌شود گزینه‌ی اول است زیرا برای محاسبه‌ی $f(0)$ باید سراغ ضابطه‌ی پایین برویم که جواب یک می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax - 1) = a - 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2a) = 1 + 2a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 \Rightarrow (1 + 2a) - (a - 1) = -1 \Rightarrow a = -1 - 2 = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} (3x^2 + 1) = 3(-2)^2 + 1 = 13$$

ضابطه اول:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} (2x - 1) = 2 \times 2 - 1 = 3$$

ضابطه سوم:



$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} (x + 8) = 0 + 8 = 8$$

ضابطه دوم:

$$\text{عبارت حاصل} = 13 + 3 - 8 = 8$$

در نتیجه داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$f(x) = \begin{cases} ax + 1 & , x > 3 \\ -5 - ax & , x < 3 \end{cases} \rightarrow \text{در } x = 3 \text{ حد وجود دارد.}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3a + 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -5 - 3a \end{cases} \Rightarrow 3a + 1 = -5 - 3a \Rightarrow 6a = -6 \Rightarrow a = -1$$

در نتیجه داریم:

$$\lim_{x \rightarrow (-3)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-3)^+} (-5 - ax) \stackrel{a=-1}{=} -5 - (-1)(-3) = -8$$

تابع در تمام نقاط حد دارد پس در نقاط $x = \pm 1$ نیز باید حد داشته باشد، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$f(x) = \begin{cases} ax^r + bx & , x > 1 & x < -1 \\ 2x + 1 & , -1 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

در نقطه $x = 1$ حد دارد؛ پس:

$$x = 1 : \lim_{x \rightarrow 1^+} (ax^r + bx) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x + 1) \Rightarrow a + b = 3 \quad (1)$$

در نقطه $x = -1$ حد دارد؛ پس:

$$x = -1 : \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (2x + 1) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (ax^r + bx) \Rightarrow -1 = a - b \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = -1 \end{cases} \Rightarrow a = 1, b = 2$$

بنابراین:

$$f(3) = a(3)^r + b(3) \stackrel{\substack{a=1 \\ b=2}}{\Rightarrow} 1 \times 9 + 2 \times 3 = 9 + 6 = 15$$

چون تابع f در $x = 2$ حد دارد، پس حد چپ و راست آن برابر است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

در نتیجه:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2x^r + b) = 2 \times 2^r + b = 8 + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3ax + 2) = 6a + 2 \Rightarrow 8 + b = 6a + 2 \Rightarrow b = 6a - 6 \quad (*)$$

از طرفی $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 15$ بنابراین:

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} (2x^r + b) = 18 + b = 15 \Rightarrow b = -3 \stackrel{(*)}{\rightarrow} 6a - 6 = -3 \Rightarrow 6a = 3 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} (3ax + 2) = 3 \times \frac{1}{2} \times 1 + 2 = \frac{3}{2} + 2 = \frac{7}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\cot x} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\tan x}{\frac{1}{\tan x}} = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan^2 x = (-\infty)^2 = +\infty$$



در ناحیه‌ی دوم است و در این ناحیه تانژانت، منفی است. $\left(\frac{\pi}{2}\right)^+$

پاسخنامه کلیدی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴
۲ ۱ ۲ ۳ ۴
۳ ۱ ۲ ۳ ۴
۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۵ ۱ ۲ ۳ ۴
۶ ۱ ۲ ۳ ۴
۷ ۱ ۲ ۳ ۴
۸ ۱ ۲ ۳ ۴

۹ ۱ ۲ ۳ ۴
۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴
۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴
۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴