



نام آزمون: فصل ۵ یازدهم درس ۱ تست قلمچی

تلگرام استاد شاکریان: @riazi_jazb

خرید محصولات: shakeryan.com



سبق (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

خارج از کشور - ۱۳۸۴

۱ اگر $2^A = \left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2$ ، عدد A کدام است؟

۱۲ $\sqrt{2}$ (۴)

۸ $\sqrt{2}$ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

۲ دو تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{1}{k+1}\right)^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{k^2-1}\right)^{-x}$ نسبت به محور y ها قرینه

قلم چی - ۱۳۹۹

یکدیگرند، حاصل $f(2) + g(-2)$ کدام است؟

$\frac{2}{9}$ (۴)

$\frac{10}{3}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

صفر (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۳ اگر $f(x) = 3^x$ ، $a = f(2)$ و $g(x) = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ باشند، مقدار $g(-2)$ کدام است؟

۲۷ (۴)

۸۱ (۳)

$\frac{1}{27}$ (۲)

$\frac{1}{9}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ اگر $\left(\frac{2}{y}\right)^{2x-1} = \frac{8}{3243}$ و $9^y = 27^{y-1}$ باشند، مقدار $x + y$ کدام است؟

۵ (۴)

۳ (۳)

-۱ (۲)

۴ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۵ کدام نامساوی درست است؟

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{2}{3}\right)^{-3}$ (۴)

$\left(\frac{1}{5}\right)^{0.5} > \left(\frac{1}{5}\right)^{1.5}$ (۳)

$\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$ (۲)

$\left(\frac{1}{3}\right)^4 < \left(\frac{1}{3}\right)^5$ (۱)



قلم چی - ۱۳۹۹

۶ چندتا از ویژگی‌های زیر در مورد تابع $y = \left(\frac{5}{3}\right)^x$ درست است؟

الف) برد تابع $\left(\frac{5}{3}, +\infty\right)$ است.

ب) دامنه تابع، مجموعه اعداد حقیقی است.

پ) تابع یک به یک است.

ت) نمودار تابع محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۱ قطع می‌کند.

ث) نمودار از نقطه $\left(-2, -\frac{25}{9}\right)$ می‌گذرد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۷ در معادله $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \times 9^{2x+1} = \frac{1}{27}$ حاصل جمع ریشه‌ها کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۸ اگر $2^{x-1} < 2^{2x-3}$ باشد، حدود x کدام است؟

- ۱ (۱) $x > -2$ ۲ (۲) $x < 2$ ۳ (۳) $x < 4$ ۴ (۴) $x > -4$

۹ اگر α و β ریشه‌های $9^{x-2} = 3^{x^2-3x}$ و $\alpha > \beta$ باشد، کدام نقطه زیر، روی منحنی

قلم چی - ۱۳۹۹

$f(x) = (\alpha - \beta)^x$ قرار دارد؟

- ۱ (۱) $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ ۲ (۲) $(-2, 9)$ ۳ (۳) $(-1, 3)$ ۴ (۴) $\left(-2, \frac{1}{9}\right)$

۱۰ نمودار توابع $f(x) = 2^x$ و $g(x) = |x|$ با دامنه مجموعه اعداد حقیقی در چند نقطه با هم برخورد

قلم چی - ۱۳۹۹

دارند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر



قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱) به ازای کدام مقادیر a ، تابع $y = \left(\frac{a+1}{a-2}\right)^x$ ، یک تابع نمایی است؟

- ۱) $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ ۲) $(-1, 2)$
 ۳) $(-\infty, 2)$ ۴) $(-1, +\infty)$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲) کدام نقطه زیر روی نمودار تابع $y = 2^x$ قرار دارد؟

- ۱) $(-1, -2)$ ۲) $\left(\frac{1}{2}, \sqrt{2}\right)$ ۳) $(3, 6)$ ۴) $(0, 0)$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳) برای تابع $y = (\sqrt{2})^x$ ، چند مورد از موارد زیر درست است؟
 الف) تابع یک به یک است.

ب) دامنه تابع مجموعه اعداد حقیقی \mathbb{R} است.

پ) برد تابع بازه $(1, +\infty)$ است.

ت) با افزایش مقدار x ، مقدار تابع نیز افزایش می یابد.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴) اگر $f(x) = 3^x$ و $g(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ باشد، حاصل $g(-1) + f(2)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{35}{4}$ ۲) $\frac{37}{4}$ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۵) اگر $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x-2} < \left(\frac{4}{9}\right)^{x+2}$ باشد، آن گاه حدود x کدام است؟

- ۱) $x < 2$ ۲) $x > 2$ ۳) $x < 3$ ۴) $x > 3$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۶) جواب معادله $\left(\frac{1}{27}\right)^{x-1} = 9^{x+1}$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) -۱

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۱۷) با توجه به معادلات زیر، حاصل $x + y$ کدام است؟

$$\begin{cases} 4^{2x+2} = 16^{2x+3} \\ 25^{3x+2y} = \left(\frac{1}{5}\right)^{2x} \end{cases}$$

۲ (۴)

-۲ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)

 ۱۸) در نمودار تابع $y = \log_a x$ به ازای $0 < a < 1$ با افزایش مقدار x ، مقدار y و به ازای

قلم چی - ۱۳۹۹

 $a > 1$ با افزایش مقدار x ، مقدار y می‌یابد.

۴) کاهش - کاهش

۳) کاهش - افزایش

۲) افزایش - کاهش

۱) افزایش - افزایش

 ۱۹) مقدار تابع نمایی $y = \left(\frac{1}{a}\right)^x$ به ازای با افزایش مقدار x رو به است.

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۴) $-1 < a < 0$ - کاهش

 ۳) $a > 1$ - کاهش

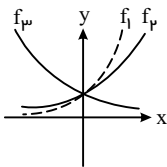
 ۲) $0 < a < 1$ - کاهش

 ۱) $a > 0$ - افزایش

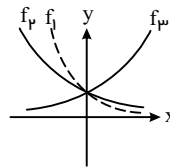
 ۲۰) اگر $f_1(x) = a^x$ و $f_2(x) = b^x$ و $f_3(x) = c^x$ و $0 < a < b < 1 < c$ باشد، آن‌گاه کدام

قلم چی - ۱۳۹۹

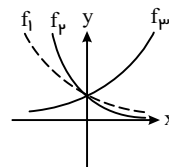
گزینه صحیح است؟



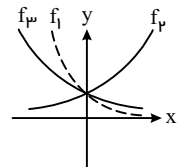
۴)



۳)



۲)



۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۱) کدام گزینه نادرست است؟

۴) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{3}}$

۳) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}} > \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[3]{3}}$

۲) $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{5}} = 3^{-0.4}$

۱) $4\sqrt{7} > 4\sqrt[6]{6}$

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۲) از معادله زیر حاصل $\frac{x}{y}$ برابر با کدام گزینه می‌باشد؟

$$2^{3x+3y} \times 3^{2y-x} = \frac{72^{x+y}}{27^x}$$

 ۴) $-\frac{1}{4}$

۳) -۴

 ۲) $\frac{2}{3}$

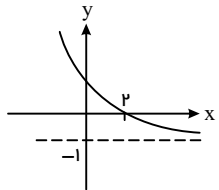
 ۱) $-\frac{8}{3}$

۲۳ دو تابع نمایی $y_1 = a^x$ و $y_2 = b^x$ را در نظر بگیرید. اگر دو تابع نسبت به خط قرینه

یکدیگر باشند، آنگاه بین a و b رابطه برقرار است. قلم چی - ۱۳۹۹

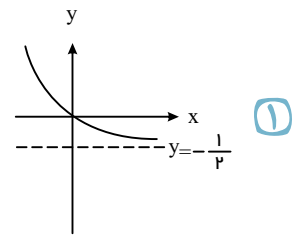
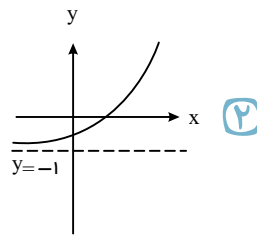
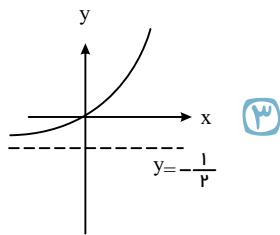
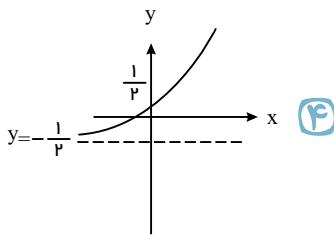
- ۱ $a \times b = -1, x = 0$
 ۲ $a \times b = -1, y = 0$
 ۳ $a \times b = 1, x = 0$
 ۴ $a \times b = 1, y = 0$

۲۴ نمودار تابع $f(x) = 3^{a-x}$ به صورت مقابل است. حاصل $a - b$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۹



- ۱ ۲
 ۲ ۳
 ۳ ۴
 ۴ ۵

۲۵ نمودار تابع نمایی $y = 4(2^{x-3}) - \frac{1}{2}$ شبیه کدام گزینه است؟ قلم چی - ۱۳۹۹



۲۶ در شکت نمونه‌ای از باکتری‌ها، تعداد باکتری‌ها در زمان t دقیقه پس از شروع، از رابطه

$f(t) = A \times 2^{kt}$ پیروی می‌کند. اگر تعداد باکتری‌ها در شروع کشت ۴۰۰ و در دقیقه دوم برابر

۲۵۶۰۰ باشد، در دقیقه سوم تعداد باکتری‌ها کدام است؟ (k و A اعداد ثابتی هستند) قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ ۱۰۲۴۰۰
 ۲ ۲۰۴۸۰۰
 ۳ ۵۱۲۰۰
 ۴ ۲۵۶۰۰

۲۷ اگر نمودار $f(x) = 2 - \log_p^{(x+1)}$ محور x ها را در نقطه $(a, 0)$ و محور y ها را در نقطه $(0, b)$ قطع کند، مقدار $a + b$ کدام است؟ قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ ۴
 ۲ ۵
 ۳ ۶
 ۴ ۷



۲۸) مجموعه جواب نامعادله $(3 - 2\sqrt{2})^{-x^2} < (3 - 2\sqrt{2})^{-5x+4}$ بازه (a, b) است، بیشترین مقدار $(b - a)$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۹) اگر $(\frac{1}{3})^{5-x} < (\frac{1}{3})^{2x+1}$ باشد، آنگاه حدود x کدام است؟

$x > 2$ (۴)

$x < 2$ (۳)

$x > \frac{4}{3}$ (۲)

$x < \frac{4}{3}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۰) در مورد طول نقاط تقاطع دو تابع $y = x^2$ و $y = 2^x$ کدام گزینه درست است؟

(۲) در دو نقطه صحیح و یک نقطه غیر صحیح متقاطع اند.

(۱) دقیقاً دو نقطه تقاطع دارند.

(۴) در دو نقطه غیر صحیح و یک نقطه صحیح متقاطع اند.

(۳) در دو نقطه صحیح و دو نقطه غیر صحیح متقاطع اند.

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۱) جدول زیر مربوط به یک تابع نمایی است. مقدار تابع به ازای $x = \frac{3}{2}$ کدام است؟

x	۳	۶	۹
y	۹	۸۱	۷۲۹

۹ (۴)

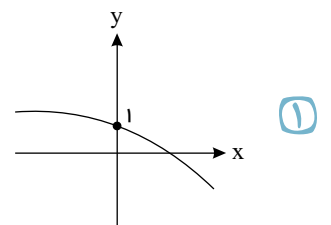
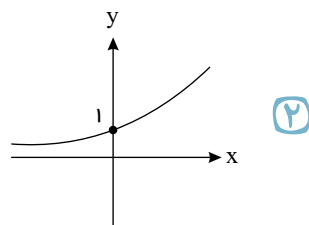
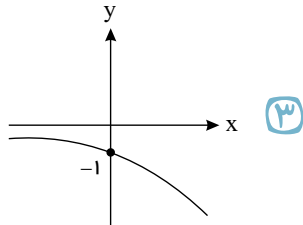
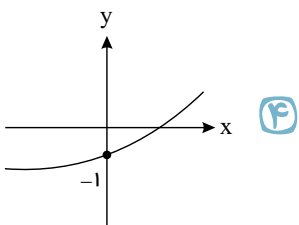
۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۲) نمودار تابع $y = -\frac{(\frac{1}{3})^x}{4^{-x}}$ کدام است؟





۳۳ در تابع نمایی $f(x) = a^{x-2}$ ، اگر $f(1) = 16f(5)$ ، آنگاه نمودار تابع f ، محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟ ($a > 0$)

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

۳۴ اگر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \log_a^x$ از نقطه $(\frac{1}{4}, -1)$ بگذرد، مقدار a کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۵ مقدار x در معادله نمایی $6^{2x-4} = \frac{1}{36^3}$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ (۴)

-۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

۳۶ خط $y = 7$ نمودار تابع $f(x) = 2(0.04)^x - 3$ را در نقطه‌ای به طول a قطع می‌کند، $f(-a)$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۶٫۴ (۴)

۴٫۲ (۳)

-۲٫۶ (۲)

-۱٫۴ (۱)

۳۷ نمودار تابع $y = -3^{(x-1)}$ از کدام ناحیه‌های محورهای مختصات می‌گذرد؟

قلم چی - ۱۳۹۹

اول و دوم (۴)

اول و چهارم (۳)

دوم و چهارم (۲)

سوم و چهارم (۱)

۳۸ در معادله $4^{3x} = 2 \times 2^{x+4} \times 2^{x-1}$ ، جواب x کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ (۴)

۱ (۳)

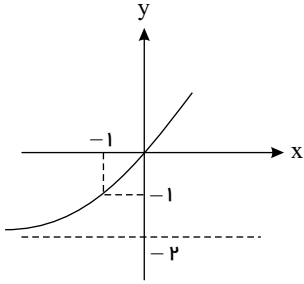
۳ (۲)

۲ (۱)



۳۹ در دستگاه مختصات زیر، نمودار تابع با ضابطه $y = a + 2^{x+b}$ رسم شده است. مقدار $\frac{2b}{a}$ کدام

قلم چی - ۱۳۹۹



است؟

- ۱) -۲
- ۲) ۱
- ۳) -۱
- ۴) ۳

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\left(\frac{4\sqrt{32}}{2\sqrt{8}}\right)^2 = \left(\frac{4^2\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{(2^2)^2\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2 = \left(\frac{2^4\sqrt{2}}{2^2\sqrt{2}}\right)^2$$

$$= (2^2\sqrt{2})^2 = 2^{12}\sqrt{2} = 2^A \rightarrow A = 12\sqrt{2}$$

 نکته: دو تابع با ضابطه $y = a^x$ و $y = b^{-x}$ ($a, b \neq 1, a, b > 0$) نسبت به محور y ها قرینه اند. هرگاه $a = b$ باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$f(x) = \left(\frac{1}{k+1}\right)^x, \quad g(x) = \left(\frac{1}{k^2-1}\right)^{-x}$$

 دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ در نظر بگیرید؛ طبق نکته بالا داریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{k^2-1} = \frac{1}{k+1} \Rightarrow k^2 - k - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (k-2)(k+1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} k+1=0 \Rightarrow k=-1 \text{ (غ ق ق)} \\ k-2=0 \Rightarrow k=2 \text{ (ق ق)} \end{cases}$$

چون مخرج کسر صفر می‌شود. \Rightarrow (غ ق ق) $k = -1$

 پس توابع f و g برابرند با:

$$\begin{cases} f(x) = \left(\frac{1}{2+1}\right)^x = \left(\frac{1}{3}\right)^x \Rightarrow f(2) = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1) \\ g(x) = \left(\frac{1}{4-1}\right)^{-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x} \\ \Rightarrow g(-2) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-(-2)} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (2) \end{cases}$$

در نتیجه بنا بر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow f(2) + g(-2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

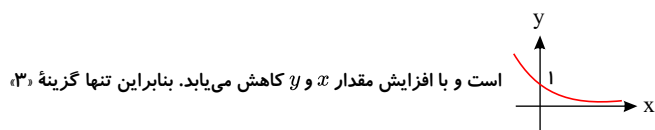
$$a = f(2) \xrightarrow{f(x)=3^x} a = 3^2 = 9$$

$$\Rightarrow g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x \Rightarrow g(-2) = \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = 81$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

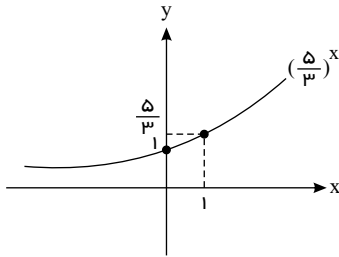
$$\text{سوال : } \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-1} = \frac{8}{343} = \left(\frac{2}{7}\right)^3 \Rightarrow 2x-1=3 \Rightarrow 2x=4 \Rightarrow x=2$$

$$\text{سوال : } 9^y = 27^{y-1} \Rightarrow 3^{2y} = 3^{3y-3} \Rightarrow 2y = 3y-3 \Rightarrow y=3 \Rightarrow x+y \xrightarrow{x=2, y=3} 2+3=5$$


 در تابع نمایشی $y = a^x$ اگر $0 < a < 1$ باشد نمودار تابع به صورت ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

 یعنی $\left(\frac{1}{5}\right)^{0.5} > \left(\frac{1}{5}\right)^{0.5}$ درست است.

موارد (ب)، (پ) و (ت) درست هستند. به شکل روبرو دقت کنید. ۱ ۲ ۳ ۴ ۶



$$x=-2 \rightarrow y = \left(\frac{5}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2} \times 9^{rx+1} = \frac{1}{27} \Rightarrow 3^{-x^2} \times 3^{4x+2} = 3^{-3}$$

$$\Rightarrow 3^{-x^2+4x+2} = 3^{-3} \Rightarrow -x^2 + 4x + 2 = -3$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} : x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = a$$

$$2^{2x-3} < 2^{x-1} \Rightarrow 2x - 3 < x - 1$$

$$\Rightarrow x < 3 - 1 \Rightarrow x < 2$$

$$9^{x-2} = 3^{2x-4} \Rightarrow (3^2)^{x-2} = 3^{2x-4} \Rightarrow 3^{2x-4} = 3^{2x-4}$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 2x - 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

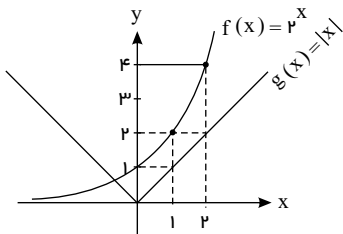
$$\Rightarrow (x-1)(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 4 \\ \beta = 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = (\alpha - \beta)^x \Rightarrow f(x) = (4-1)^x = 3^x$$

$$\Rightarrow f(x) = 3^x$$

$$\Rightarrow f(-2) = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

بنابراین نقطه $(-2, \frac{1}{9})$ روی منحنی f قرار دارد.

شکل روبرو را در نظر بگیرید: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰



با توجه به رسم دو نمودار در یک دستگاه مختصات می‌بینیم که تنها در یک نقطه برخورد دارند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

برای آنکه این تابع، یک تابع نمایی باشد عبارت داخل پرانتز بزرگ‌تر از صفر و مخالف ۱ باشد.

دو شرط زیر را در نظر می‌گیریم:

$$1) \frac{a+1}{a-2} > 0 \Rightarrow \frac{a}{a-2} \quad \begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ + \quad \circ \quad - \quad + \end{array}$$

$$\Rightarrow a < -1 \cup a > 2$$

$$2) \frac{a+1}{a-2} \neq 1 \Rightarrow a+1 \neq a-2 \Rightarrow 1 \neq -2$$

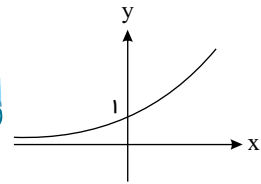
$$\text{بنابراین داریم: جواب} = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$$

$$x=-1 \rightarrow y = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow (-1, \frac{1}{2})$$

$$x=\frac{1}{2} \rightarrow y = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow (\frac{1}{2}, \sqrt{2}) \quad \checkmark$$

$$x=3 \rightarrow y = 2^3 = 8 \Rightarrow (3, 8)$$

$$x=0 \rightarrow y = 2^0 = 1 \Rightarrow (0, 1)$$



$$\left. \begin{aligned} g(-1) &= (\frac{1}{2})^{-1} = 2 \\ f(2) &= 3^2 = 9 \end{aligned} \right\} \Rightarrow g(-1) + f(2) = 2 + 9 = 11$$

$$(\frac{2}{3})^{4x-2} < (\frac{2}{3})^{x+2} \Rightarrow (\frac{2}{3})^{4x-2} < (\frac{2}{3})^{x+2}$$

$$0 < a = \frac{2}{3} < 1$$

$$\rightarrow 4x - 2 > x + 2 \Rightarrow 3x > 4 \Rightarrow x > \frac{4}{3}$$

$$(\frac{1}{27})^{x-1} = 9^{x+1} \Rightarrow (\frac{1}{27})^{x-1} = 3^{2x+2} \Rightarrow 3^{-3x+3} = 3^{2x+2}$$

$$\Rightarrow 3 - 3x = 2x + 2 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$4^{2x+2} = 16^{2x+2} \Rightarrow 2^{4(2x+2)} = 2^{4(2x+2)} \Rightarrow 4x + 4 = 8x + 12 \Rightarrow 4x = 8 \Rightarrow x = 2$$

$$25^{2x+2y} = (\frac{1}{5})^{2x} \Rightarrow 5^{4(2x+2y)} = 5^{-2x} \Rightarrow 8x + 4y = -2x \Rightarrow 10x = -4y$$

$$x=2 \rightarrow -16 = -4y \Rightarrow y = 4$$

$$x = -2, y = 4$$

$$x + y = -2 + 4 = 2$$

همواره برقرار است.

بنابراین داریم:

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲**

از آنجایی که نقطه $(\frac{1}{2}, \sqrt{2})$ و در تابع $y = 2^x$ صدق کرد این نقطه روی نمودار قرار دارد.

شکل روبه‌رو را در نظر بگیرید؛ موارد (الف)، (ب) و (ت) درست هستند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳**

در مورد (پ) برد تابع بازه $(0, +\infty)$ است.

تذکر: در مورد (ت) چون پایهٔ تابع نمایی $\sqrt{2} > 1$ است، با افزایش مقدار x مقدار y نیز افزایش می‌یابد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

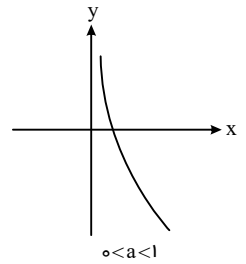
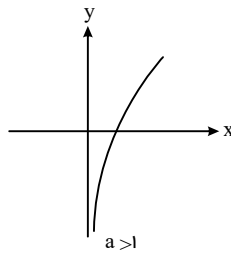
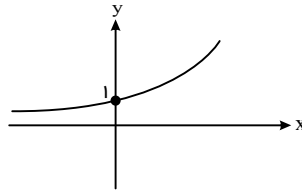
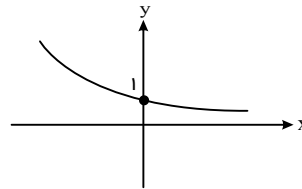
۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

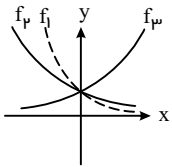
اگر $0 < a < 1$ داشته باشیم $a^z < a^y$ ، نتیجه می‌گیریم که $z > y$ بنابراین:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

در نتیجه:

نمودار تابع $y = \log_a^x$ به صورت‌های زیر رسم می‌شود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)

 اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه $y = (\frac{1}{a})^x$ یک تابع نمایی است که در آن $\frac{1}{a} > 1$ است و شکل تقریبی تابع به صورت زیر است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

 اگر $a > 1$ باشد، آنگاه $y = (\frac{1}{a})^x$ یک تابع نمایی است که در آن $\frac{1}{a} < 1$ است و شکل تقریبی تابع به صورت زیر است:

 همچنین در تابع نمایی $y = b^x$ عدد b مثبت و مخالف ۱ است، پس $-1 < a < 0$ نمی‌تواند باشد.

 از آنجایی که $0 < a < b < 1 < c$ می‌باشد، با توجه به تعریف تابع نمایی در بازه‌های $x > 0$ و $x < 0$ ، شکل صحیح تابع‌های خواسته شده به صورت زیر است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

 اگر $a > 1$ باشد و $x < y$ آنگاه $a^x > a^y$ پس: $4\sqrt{7} > 4\sqrt{6}$ (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

 اگر $0 < a < 1$ باشد و $a^x < a^y$ پس: $(\frac{1}{5})\sqrt{7} > (\frac{1}{5})\sqrt{6}$

در نتیجه با توجه به نکات بالا داریم:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}} = 3^{-\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt{3} > \sqrt[3]{3} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)\sqrt{3} < \left(\frac{1}{3}\right)\sqrt[3]{3}$$

بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

 ابتدا طرفین معادله را تا جای ممکن تجزیه می‌کنیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۲)

$$72 = 8 \times 9 = 2^3 \times 3^2$$

$$27 = 3^3$$

$$36 = 4 \times 9 = 2^2 \times 3^2$$

$$\frac{72^{x+y}}{27^x} = \frac{(2^3 \times 3^2)^{x+y}}{(3^3)^x} = \frac{2^{3x+3y} \times 3^{2x+2y}}{3^{3x}} = \frac{1}{(2^2 \times 3^2)^x}$$

$$2^{3x+3y} \times 3^{2y-x} = 2^{-6} \times 3^{-6} \Rightarrow \begin{cases} 3x + 3y = -6 \\ 2y - x = -6 \end{cases} \xrightarrow{\times 3} \begin{cases} 3x + 3y = -6 \\ 6y - 3x = -18 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{-8}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

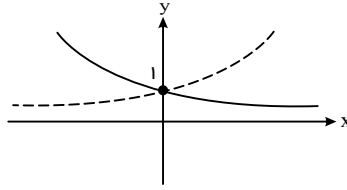
با توجه به روابط بالا داریم:

در نتیجه:

پس داریم:

$$\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\frac{2}{3}}{-\frac{8}{3}} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳



با توجه به شکل رسم شده اگر $a = \frac{1}{b}$ ، در نتیجه $a \times b = 1$ باشد، دو تابع نمایی y_1 و y_2 نسبت به محور y ها یعنی خط $x = 0$ قرینه‌اند.

تابع $y = 3^{a-x}$ را به اندازه یک واحد در راستای قائم پایین برده‌ایم پس $b = -1$ و تابع به صورت زیر است:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$f(x) = 3^{a-x} - 1$$

چون تابع از نقطه $(2, 0)$ عبور کرده است، بنابراین:

$$0 = 3^{a-2} - 1 \Rightarrow 3^{a-2} = 1 \Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$$

$$a - b \stackrel{b=-1, a=2}{=} 2 - (-1) = 3$$

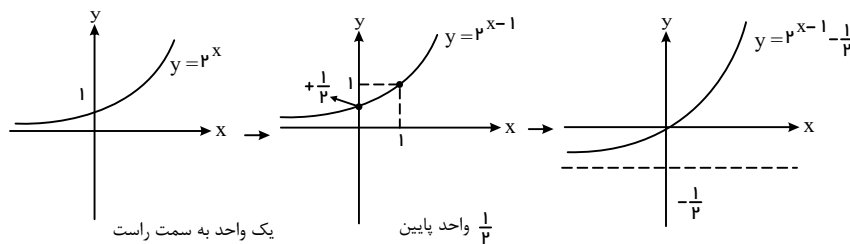
در نتیجه:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

ابتدا تابع نمایی را ساده‌تر می‌کنیم:

$$= 3^2(3^{x-2}) - \frac{1}{3} = 3^{x-1} - \frac{1}{3} = 3(3^{x-3}) - \frac{1}{3}$$

مطابق نمودار زیر داریم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\Rightarrow 400 \cdot f(t) = A \times 2^{kt} \xrightarrow{t=0 \rightarrow f(0)=400} 400 = A \times 2^{k(0)} \Rightarrow a = 400$$

از طرفی در دقیقه دوم تعداد باکتری‌ها ۲۵۶۰۰ است:

$$f(2) = 25600 \xrightarrow{f(t)=400 \times 2^{kt}} 25600 = 400 \times 2^{2k} \Rightarrow 2^{2k} = \frac{25600}{400} = 64 \Rightarrow 2^{2k} = 2^6 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow$$

$$f(t) = 400 \times 2^{3t} \xrightarrow{t=3} f(3) = 400 \times 2^9 \Rightarrow f(3) = 400 \times 512 = 204800$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$\text{ها محل برخورد با محور } x \Rightarrow 2 - \log_2^{(x+1)} = 0 \Rightarrow 2 = \log_2^{(x+1)} \Rightarrow x + 1 = 2^2 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow a = 3$$

$$\text{ها محل برخورد با محور } y \Rightarrow f(0) = 2 - \log_2^{(0+1)} = 2 - 0 = 2 \Rightarrow b = 2$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow a + b \stackrel{a=3, b=2}{=} 3 + 2 = 5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$(3 - 2\sqrt{2})^{-x^2} < (3 - 2\sqrt{2})^{-(5x-4)}$$

$$\begin{aligned} & \because 3 - 2\sqrt{2} < 1 \\ & \xrightarrow{\quad} -x^2 > -5x + 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 < 0 \Rightarrow (x-1)(x-4) < 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x}{x^2 - 5x + 4} \quad \begin{array}{c|cc} & 1 & 4 \\ \hline & + & - \\ \hline & 0 & 0 \end{array} \Rightarrow \text{مجموعه جواب} = (1, 4) = (a, b) \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow b - a = 4 - 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ اگر $0 < a < 1$ و $a^x > y$ است. بنابراین:

$$0 < \frac{1}{3} < 1, \left(\frac{1}{3}\right)^{\Delta-x} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+1} \Rightarrow 2x+1 < \Delta-x \Rightarrow 3x < 4 \Rightarrow x < \frac{4}{3}$$

نمودار این دو تابع در کتاب درسی رسم شده است و مشخص است که این دو تابع در سه نقطه متقاطع‌اند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$x=2 \rightarrow \begin{cases} y = x^2 = 2^2 = 4 \\ y = 2^x = 2^2 = 4 \end{cases} \xrightarrow{x=4} \begin{cases} y = x^2 = 4^2 = 16 \\ y = 2^x = 2^4 = 16 \end{cases}$$

همچنین دو تابع در یک نقطه با طولی بین ۱- و صفر متقاطع‌اند.

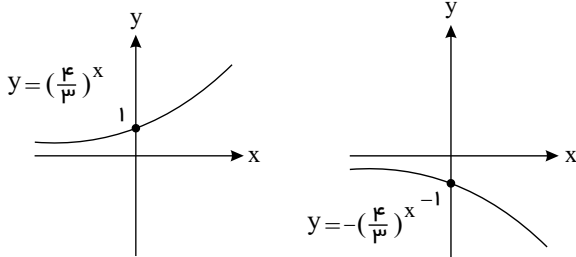
ضابطه تابع نمایی مرتبط با جدول داده شده برابر $y = 9^{\frac{x}{3}}$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

بنابراین، مقدار تابع به ازای $x = \frac{3}{2}$ برابر است با:

$$y = (9^{\frac{x}{3}}) \Rightarrow y = 9^{\frac{3}{2 \cdot 3}} = 9^{\frac{1}{2}} = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

$$y = -\left(\frac{1}{3}\right)^x = -\left(\left(\frac{1}{3}\right)^x \times 3^x\right) = -\left(\left(\frac{3}{3}\right)^x\right) \xrightarrow{\frac{3}{3} > 1}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

$$f(1) = 16f(5) \xrightarrow{f(x) = a^{x-2}} a^{1-2} = 16a^{5-2} \Rightarrow a^{-1} = 16a^3 \Rightarrow \frac{1}{a} = 16a^3 \Rightarrow a^4 = \frac{1}{16} \xrightarrow{a > 0} a = \frac{1}{2}$$

پس $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-2}$ داریم:

تلاقی با محور y ها $\xrightarrow{x=0} f(0) = \left(\frac{1}{2}\right)^{0-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$

نمودار f از نقطه $\left(\frac{1}{3}, -1\right)$ می‌گذرد، پس $f\left(\frac{1}{3}\right) = -1$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \log_a \frac{1}{3} = -1 \Rightarrow \frac{1}{3} = a^{-1} \Rightarrow 3^{-1} = a^{-1} \Rightarrow a = 3$$

عبارت‌های دو طرف تساوی را با پایه‌های یکسان می‌نویسیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$\frac{1}{36^3} = \frac{1}{(6^2)^3} = \frac{1}{6^6} = 6^{-6} \Rightarrow 6^{2x-4} = 6^{-6} \Rightarrow 2x - 4 = -6 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

$y = Y$ و $x = a$ را در تابع قرار می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

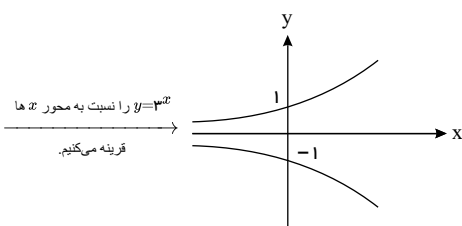
$$Y = 2(0,04)^a - 3 \Rightarrow (0,04)^a = \frac{Y+3}{2} = 5$$

$$\frac{4}{100} = \frac{1}{25} \xrightarrow{\left(\frac{1}{25}\right)^a = 5} \left(\frac{1}{25}\right)^a = 5 \Rightarrow 5^{-2a} = 5 \Rightarrow -2a = 1 \Rightarrow a = \frac{-1}{2}$$

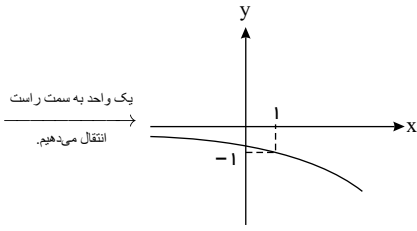
حالا سؤال $f(-a)$ را خواسته:

$$f(-a) = f\left(\frac{1}{2}\right) = 2(0,04)^{\frac{1}{2}} - 3 = -2,6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷



$y = 3^x$ را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.



پس نمودار تابع داده شده از ناحیه‌های سوم و چهارم می‌گذرد.

ابتدا پایه‌ها را یکسان می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$(2^2)^{3x} = 2^1 \times 2^{x+4} \times 2^{x-1}$$

$$2^{6x} = 2^{1+x+4+x-1} \Rightarrow 2^{6x} = 2^{2x+4}$$

$$\Rightarrow 6x = 2x + 4 \Rightarrow 6x - 2x = 4 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

اگر نمودار تابع $y = 2^x$ را یک واحد به سمت چپ انتقال دهیم نمودار تابع $y = 2^{x+1}$ به دست می‌آید و اگر سپس دو واحد به سمت پایین انتقال داده شود

نمودار تابع $y = -2 + 2^{x+1}$ به دست می‌آید که مطابق شکل رسم شده در سؤال است پس با مقایسه داریم:

$$a = -2, b = 1 \Rightarrow \frac{2b}{a} = \frac{2}{-2} = -1$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴

۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴

۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴