



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم فصل ۴ درس ۲

تلفن پنج رقمی: ۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb

فرمول های مقدماتی مثلثات

قلم چی - ۱۳۹۹

۱ در مثلث قائم الزاویه ABC که در رأس A قائمه است، حاصل $\frac{1}{1 + \tan^2 \hat{B}} + \frac{1}{1 + \tan^2 \hat{C}}$ کدام است؟

$\cos^2 \hat{A}$ (۴)

$\sin^2 \hat{A}$ (۳)

$\cos^2 \hat{B}$ (۲)

$\sin^2 \hat{B}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ اگر $\sin x = -\frac{2}{5}$ و $\cos x > 0$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$ (۴)

$-\frac{21}{2}$ (۳)

$-\frac{2\sqrt{21}}{21}$ (۲)

$-\frac{\sqrt{21}}{2}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۳ اگر $\sin x \cdot \cos x = -\frac{1}{4}$ و $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ باشد، مقدار $\sin x + \cos x$ کدام است؟

$-\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۱)

محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی

سراسری - ۱۳۹۴

۴ حاصل عبارت $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ}$ ، با فرض $\tan 15^\circ = 0.28$ ، کدام است؟

$\frac{16}{9}$ (۴)

$\frac{9}{16}$ (۳)

$-\frac{9}{16}$ (۲)

$-\frac{16}{9}$ (۱)

خارج از کشور - ۱۳۹۴

۵ حاصل عبارت $\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ}$ ، با فرض $\tan 20^\circ = 0.4$ ، کدام است؟

$\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{7}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$-\frac{3}{4}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۶ مجموع دو عبارت $3\sqrt{3}\tan 102^\circ$ و $4\sin \frac{17\pi}{6}$ کدام است؟

-7 (۴)

7 (۳)

$7\sqrt{3}$ (۲)

$-7\sqrt{3}$ (۱)



قلم چی - ۱۳۹۹

۷ در تساوی $\sin(x + \frac{\pi}{9}) = \cos(\frac{2\pi}{9} + x)$ کدام مقدار به جای x (یک زاویه مناسب) می تواند قرار بگیرد؟

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{12}$ ④ $\frac{\pi}{4}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۸ اگر $\sin^4(x - \frac{\pi}{4}) + \cos^4(x + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{8}$ باشد، $\tan^2(x + \frac{\pi}{4})$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ $\frac{1}{4}$ ④ ۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۹ حاصل $\sin 210^\circ + \cos 240^\circ$ کدام است؟

- ① $\frac{-\sqrt{3}-1}{2}$ ② $-\sqrt{3}$ ③ صفر ④ -۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ حاصل عبارت $T = \sin(\frac{13\pi}{6}) \cos(\frac{14\pi}{3}) + \tan(-\frac{4\pi}{3}) \cos(\frac{11\pi}{6})$ کدام است؟

- ① $\frac{7}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{7}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ حاصل عبارت $A = \sin \frac{125\pi}{3} \tan(-150^\circ) + \cos \frac{13\pi}{6} \times \cot(-60^\circ)$ کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② ۱ ③ -۱ ④ -۲

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲ اگر فرض شود $\sin \frac{3\pi}{5} - 3 \sin \frac{\pi}{10} = 0$ باشد، مقدار $\tan \frac{2\pi}{5}$ کدام است؟

- ① ۳ ② $\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ -۳

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳ اگر $\tan \alpha = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل عبارت $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) + \sin(3\pi + \alpha)}{\cos(\frac{3\pi}{2} + \alpha) - \cos(\alpha - \pi)}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{15}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴ اگر $\sin(\alpha + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan(\alpha + \frac{11\pi}{6})$ کدام است؟

- ① ± 3 ② $\pm \sqrt{5}$ ③ $\pm 2\sqrt{2}$ ④ $\pm 2\sqrt{3}$



۱۵) مقدار $\sin \frac{2\pi}{3} + \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6})$ کدام است؟

① $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ ② $\frac{-\sqrt{3}+1}{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ صفر

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۶) کدام تساوی درست است؟

① $\sin(-\alpha) = \sin \alpha$ ② $\cos(\alpha - \pi) = \cos \alpha$ ③ $\tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha$ ④ $\cot(\pi - \alpha) = \cot \alpha$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۷) اگر $\cot \alpha = \frac{4}{3}$ و $-\frac{9\pi}{2} < \alpha < -\frac{5\pi}{2}$ باشد، حاصل $A = \sin(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + \cos(\frac{7\pi}{2} + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)$ کدام است؟

قلم چی- ۱۳۹۹

① $0,28$ ② $0,68$ ③ $-0,28$ ④ $-0,68$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۸) اگر $\sin 70^\circ \simeq 0,94$ و $\cos 70^\circ \simeq 0,34$ باشد، آنگاه حاصل $\cos(200^\circ) + \tan(340^\circ)$ تقریباً کدام است؟

① $1,76$ ② $-3,64$ ③ $-1,76$ ④ $-1,3$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۹) حاصل عبارت $\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \cos \frac{5\pi}{14} + \cos \frac{13\pi}{14} + \cos \frac{17\pi}{14}$ کدام است؟

① صفر ② 1 ③ $2 \sin \frac{\pi}{7}$ ④ $2 \cos \frac{\pi}{7}$

۲۰) اگر انتهای کمان α در ربع چهارم باشد و داشته باشیم $1 - 3\sin^2 \alpha = 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$ ، آنگاه مقدار $\cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha)$ کدام است؟

قلم چی- ۱۳۹۹

① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $-\sqrt{2}$ ④ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۱) حاصل $A = \sin 12^\circ + \cos 15^\circ + \sin 21^\circ + \cos 24^\circ$ برابر کدام است؟

① 1 ② صفر ③ -1 ④ $-\frac{1}{2}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۲) حاصل عبارت $A = \tan(\frac{-58\pi}{6}) - \cos(\frac{-58\pi}{6})$ کدام است؟

① $-\sqrt{3} + \frac{1}{2}$ ② $-(\sqrt{3} + \frac{1}{2})$ ③ $\sqrt{3} - \frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2} + \sqrt{3}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۳) کدام یک از موارد زیر، همواره صحیح است؟

① $\cos \theta + \cos(\pi - \theta) = 0$ ② $\sin(2\pi - \theta) = \sin \theta$ ③ $\cos(-\theta) = -\cos \theta$ ④ $\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = -\sin \theta$



قلم چی - ۱۳۹۹

۲۴) اگر $\sin \theta = ۰٫۸$ و انتهای کمان θ در ربع دوم دایرهٔ مثلثاتی باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

$\sin(\pi + \theta) = ۰٫۸$ (۱)
 $\cos(\frac{۵\pi}{۲} - \theta) = ۰٫۶$ (۲)
 $\tan(\frac{۳\pi}{۲} + \theta) = \frac{۳}{۴}$ (۳)
 $\cot(\frac{۳\pi}{۲} - \theta) = \frac{۴}{۳}$ (۴)

۲۵) اگر $\sin x = -\frac{\sqrt{1۰}}{۱۰}$ و انتهای کمان x در ربع سوم دایرهٔ مثلثاتی باشد، مقدار $\tan(\frac{۳\pi}{۲} + x) - \sin(x - \frac{\pi}{۲})$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

صفر (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۶) حاصل عبارت $\sin(۲۰۰^\circ) + ۳ \sin(-۳۴^\circ) + ۲ \cos(-۱۱^\circ) - ۳ \cos(۲۵^\circ) - ۳ \sin ۲^\circ$ کدام است؟

$-۸ \sin ۲^\circ$ (۱)
 $۶ \sin ۲^\circ$ (۲)
 صفر (۳)
 $-۴ \sin ۲^\circ$ (۴)

پاسخنامه تشریحی

با توجه به رابطه $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ داریم: (۱) (۲) (۳) (۴)

$$\frac{1}{1 + \tan^2 \hat{B}} + \frac{1}{1 + \tan^2 \hat{C}} = \frac{1}{\cos^2 \hat{B}} + \frac{1}{\cos^2 \hat{C}}$$

$$= \cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C} \quad (1)$$

$$\cos \hat{C} = \sin \hat{B}$$

$$\cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C} = \cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$$

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \sin \hat{A} = 1 \Rightarrow \sin^2 \hat{A} = 1$$

$$\text{می‌دانیم: } \cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = 1 - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

بنابراین $\cos x > 0$ $\rightarrow \cos x = \frac{\sqrt{21}}{5}$

$$\text{می‌دانیم: } 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{(1)} 1 + \tan^2 x = \frac{25}{21}$$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{4}{21} \Rightarrow \tan x = \frac{-2}{\sqrt{21}} = \frac{-2\sqrt{21}}{21}$$

از آنجایی که $\sin x < 0$ و $\cos x > 0$ است؛ پس مقدار $\tan x$ منفی است.
راه حل دوم:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{\sin x = \frac{-2}{5}, \cos x = \frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = \frac{-\frac{2}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{21}} = -\frac{2\sqrt{21}}{21}$$

طرفین به توان ۲ $\rightarrow (\sin x + \cos x)^2 = A^2 \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = A^2 \Rightarrow A^2 = 1 + 2 \times \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$

از آنجایی که در فاصله $\frac{3\pi}{4} < x < \pi$ ، $|\cos x|$ بزرگتر از $|\sin x|$ است، لذا حاصل A منفی می‌شود، پس جواب $A = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ می‌باشد.

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 15° می‌نویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)

$$\begin{aligned} \cos 285^\circ &= \cos(270^\circ + 15^\circ) = \sin 15^\circ, & \sin 255^\circ &= \sin(270^\circ - 15^\circ) = -\cos 15^\circ \\ \sin 525^\circ &= \sin(540^\circ - 15^\circ) = \sin(180^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ, & \sin 105^\circ &= \sin(90^\circ + 15^\circ) = \cos 15^\circ \end{aligned}$$

بنابراین داریم: $\frac{\cos 285^\circ - \sin 255^\circ}{\sin 525^\circ - \sin 105^\circ} = \frac{\sin 15^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 15^\circ - \cos 15^\circ}$

تمام جملات را بر $\cos 15^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{\tan 15^\circ + 1}{\tan 15^\circ - 1} = \frac{0.28 + 1}{0.28 - 1} = \frac{1.28}{-0.72} = \frac{-128}{72} = -\frac{16}{9}$$

ابتدا تمام زوایا را بر حسب 20° می‌نویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵)



$$\sin 25^\circ = \sin(27^\circ - 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \sin 70^\circ = \sin(72^\circ - 2^\circ) = \sin(-2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

$$\cos 56^\circ = \cos(54^\circ + 2^\circ) = \cos(18^\circ + 2^\circ) = -\cos 2^\circ, \quad \cos 11^\circ = \cos(9^\circ + 2^\circ) = -\sin 2^\circ$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sin 25^\circ + \sin 70^\circ}{\cos 56^\circ - \cos 11^\circ} = \frac{-\cos 2^\circ - \sin 2^\circ}{-\cos 2^\circ + \sin 2^\circ}$$

تمام جملات را بر $\cos 2^\circ$ تقسیم می‌کنیم در نتیجه:

$$\frac{-1 - \tan 2^\circ}{-1 + \tan 2^\circ} = \frac{-1 - 0.4}{-1 + 0.4} = \frac{-1.4}{-0.6} = \frac{1.4}{0.6} = \frac{7}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{5\pi}{6}\right) = \sin \frac{5\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\tan 102^\circ = \tan(5 \times 18^\circ + 12^\circ) = \tan 12^\circ = \tan(9^\circ + 3^\circ) = -\cot 3^\circ = -\sqrt{3}$$

با جای گذاری در رابطه خواسته شده، می‌نویسیم:

$$4 \sin \frac{17\pi}{6} + 3\sqrt{3} \tan 102^\circ = 4 \times \frac{1}{2} + 3\sqrt{3}(-\sqrt{3}) = 2 - 9 = -7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ با توجه به رابطه $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$ ، اگر $\sin \alpha = \cos \beta$ می‌توان گفت: $\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$ است.

$$\Rightarrow x + \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi}{9} + x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow 2x + \frac{3\pi}{9} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow x = \frac{\pi}{12}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{9}\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{9} + x\right)$$

تذکر: به جای x مقادیر دیگری نیز می‌توان به دست آورد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\sin\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = -\cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin^2\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right) = \cos^2 \alpha \quad (1)$$

$$\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2}$$

$$\sin^2\left(\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{\pi}{2}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\xrightarrow{(1)} \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{16} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} & (\text{ق ق}) \quad (2) \\ \cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{4} & (\text{غ ق ق}) \end{cases}$$

می‌دانیم: $\tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1$ در نتیجه:

$$\tan^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\cos^2\left(x + \frac{\pi}{4}\right)} - 1 = 4 - 1 = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\sin 21^\circ = \sin(18^\circ + 3^\circ) = -\sin 3^\circ = -\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\cos 24^\circ = \cos(18^\circ + 6^\circ) = -\cos 6^\circ = -\frac{1}{2} \quad (2)$$



در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \sin 21^\circ + \cos 24^\circ = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

1 2 3 4 10

$$\sin\left(\frac{13\pi}{6}\right) = \sin\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\cos\left(\frac{14\pi}{3}\right) = \cos\left(5\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\tan\left(-\frac{4\pi}{3}\right) = -\tan\left(\pi + \frac{\pi}{3}\right) = -\tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

در نتیجه طبق محاسبات بالا داریم:

$$\Rightarrow T = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{4} - \frac{3}{2} = -\frac{7}{4}$$

1 2 3 4 11

$$\sin\frac{125\pi}{3} = \sin\left(\frac{126\pi - \pi}{3}\right) = \sin\left(42\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan(-150^\circ) = -\tan 150^\circ = -\tan(4 \times 36^\circ + 6^\circ) = -\tan 6^\circ = -\sqrt{3}$$

$$\cos\frac{13\pi}{6} = \cos\left(\frac{12\pi + \pi}{6}\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{6}\right) = \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cot(-60^\circ) = -\cot(60^\circ) = -\cot(36^\circ + 24^\circ)$$

$$= -\cot 24^\circ = -\cot(18^\circ + 6^\circ) = -\cot 6^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

در نتیجه طبق محاسبات بالا داریم:

$$A = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-\sqrt{3}) + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

1 2 3 4 12

$$\text{سوال با طبق فرض سوال: } \sin\frac{3\pi}{5} - 3\sin\frac{\pi}{10} = 0 \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{5} = +3\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = +3\cos\frac{2\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{3\pi}{5} = +3\left(-\cos\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right)\right) \Rightarrow \sin\frac{3\pi}{5} = -3\cos\frac{2\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \sin\frac{3\pi}{5} = -3\cos\frac{2\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{\sin\frac{3\pi}{5}}{\cos\frac{2\pi}{5}} = -3 \Rightarrow \tan\frac{3\pi}{5} = -3 \Rightarrow \tan\left(\pi - \frac{2\pi}{5}\right) = -3$$

$$\Rightarrow -\tan\frac{2\pi}{5} = -3 \Rightarrow \tan\frac{2\pi}{5} = +3$$



می‌دانیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha, \cos(\alpha - \pi) = -\cos \alpha$$

$$\sin(3\pi + \alpha) = -\sin \alpha, \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} \stackrel{\text{تقسیم صورت و مخارج بر } \cos \alpha}{=} \frac{1 - \tan \alpha}{\tan \alpha + 1} = \frac{1 - \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} + 1} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{1}{5} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

پس حاصل کسر داده شده برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\tan\left(\alpha + 2\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right) = \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = -\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$$

از طرفی می‌دانیم که:

$$1 + \cot^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{\sin^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{1}{\frac{1}{9}} = 9$$

$$\Rightarrow \cot^2\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = 8 \Rightarrow \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow -\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) = \pm 2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

گزینه‌ها را تک‌تک بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

۱) $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$

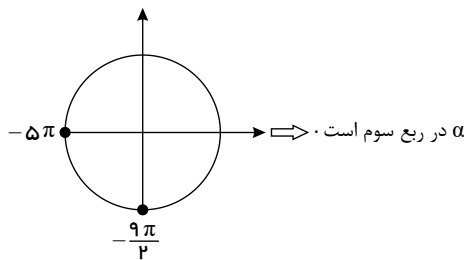
۲) $\cos(\alpha - \pi) = \cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$

۳) $\tan(\alpha - \pi) = -\tan(\pi - \alpha) = -(-\tan \alpha) = \tan \alpha$

۴) $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

بنابراین گزینه ۳، درست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷



$$A = -\cos \alpha + \sin \alpha + (\cos \alpha)(-\sin \alpha) \Rightarrow A = -\cos \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cot \alpha = \frac{4}{3}, -\pi < \alpha < -\frac{3\pi}{2}$$

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{16}{9} = \frac{1}{\sin^2 \alpha} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{9}{25} \Rightarrow \sin \alpha = \pm \frac{3}{5}$$

در ربع سوم α در ربع سوم $\sin \alpha < 0$.

$$\sin \alpha = -\frac{3}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$$



$$\Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$$

$$\text{سوم ربع } \alpha \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{4}{5} \Rightarrow A = -(-\frac{4}{5}) + (-\frac{3}{5}) - (-\frac{3}{5})(-\frac{4}{5}) \Rightarrow A = (\frac{4}{5} - \frac{3}{5}) - \frac{12}{25} \Rightarrow A = -\frac{7}{25} = -0,28$$

1 2 3 4 18

$$\cos 200^\circ = \cos(270^\circ - 70^\circ) = -\sin 70^\circ = -0,94$$

$$\tan(340^\circ) = \tan(270^\circ + 70^\circ) = -\cot 70^\circ = -\frac{\cos 70^\circ}{\sin 70^\circ} = -\frac{0,34}{0,94} \approx 0,36$$

$$\cos 200^\circ + \tan(340^\circ) = -0,94 - 0,36 = -1,3$$

1 2 3 4 19

$$\begin{cases} \cos \frac{5\pi}{14} = \cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{7}) = \sin \frac{\pi}{7} \\ \cos \frac{13\pi}{14} = \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{7}) = -\sin \frac{3\pi}{7} \\ \cos \frac{17\pi}{14} = \cos(\frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{7}) = -\sin \frac{5\pi}{7} \end{cases}$$

حال با جایگذاری در عبارت داریم:

$$\sin \frac{\pi}{7} + \sin \frac{3\pi}{7} + \sin \frac{5\pi}{7} + \sin \frac{\pi}{7} + (-\sin \frac{3\pi}{7}) + (-\sin \frac{5\pi}{7}) = 2 \sin \frac{\pi}{7}$$

1 2 3 4 20

$$1 - 3\sin^2 \alpha = 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 = 3\sin^2 \alpha + 3\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha \Rightarrow 1 = 3\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sin^2 \alpha} = 3 \Rightarrow 1 + \cot^2 \alpha = 3$$

$$\Rightarrow \cot^2 \alpha = 2 \Rightarrow \tan^2 \alpha = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{در ربع } \alpha} \tan \alpha = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

$$\cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha) = \cot(4\pi + \frac{\pi}{2} + \alpha) = \cot(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\tan \alpha \Rightarrow \cot(\frac{9\pi}{2} + \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

1 2 3 4 21

$$\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 240^\circ = \cos(180^\circ + 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = \frac{\sqrt{3}}{2} + (-\frac{\sqrt{3}}{2}) + (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2}) = -1$$

1 2 3 4 22

$$\begin{aligned} \tan(\frac{-58\pi}{6}) &= -\tan(\frac{58\pi}{6}) = -\tan(\frac{54\pi + 4\pi}{6}) = -\tan(9\pi + \frac{4\pi}{6}) = -\tan(\pi + \pi + \frac{2\pi}{3}) = -\tan(\pi + \frac{2\pi}{3}) = -\tan \frac{2\pi}{3} = -\tan(\pi - \frac{\pi}{3}) \\ &= -(-\tan \frac{\pi}{3}) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\cos(\frac{-58\pi}{6}) = \cos(\frac{58\pi}{6}) = \cos(\frac{54\pi + 4\pi}{6}) = \cos(9\pi + \frac{4\pi}{6}) = \cos(\pi + \pi + \frac{2\pi}{3}) = -\cos(\pi - \frac{\pi}{3}) = \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = \sqrt{3} - \frac{1}{2}$$

1 2 3 4 23

$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta \Rightarrow \cos \theta + \cos(\pi - \theta) = 0$$

$$\sin(2\pi - \theta) = -\sin \theta$$

$$\cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = \sin \theta$$

1 2 3 4 24

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - (\frac{8}{10})^2 = \frac{36}{100} \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{36}{100} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{6}{10}$$



$$\frac{\theta \text{ در ربع دوم}}{\cos \theta < 0} \rightarrow \cos \theta = -0.6$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{0.8}{-0.6} = -\frac{4}{3}, \cot \theta = \frac{1}{\tan \theta} = -\frac{3}{4}$$

همچنین:

$$\sin(\pi + \theta) = -\sin \theta = -0.8$$

$$\cos\left(\frac{5\pi}{2} - \theta\right) = \sin \theta = 0.8$$

$$\tan\left(\frac{3\pi}{2} + \theta\right) = -\cot \theta = -\left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{3}{4}$$

$$\cot\left(\frac{3\pi}{2} - \theta\right) = \tan \theta = -\frac{4}{3}$$

به کمک روابط تکمیلی نسبت‌های مثلثاتی داریم:

گزینه ۱،

گزینه ۲،

گزینه ۳،

گزینه ۴،

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$\sqrt{1.0} \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sqrt{1.0} \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right) + \cot x = -\sqrt{1.0} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot x = -\sqrt{1.0} \cos x + \cot x = A \quad (*)$$

$$\sin x = \frac{-\sqrt{1.0}}{1.0}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = 1 - \left(\frac{-\sqrt{1.0}}{1.0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{1.0} = \frac{0}{1.0} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{0}{\sqrt{1.0}} \xrightarrow{\text{در ناحیه سوم}} \cos x = \frac{-0}{\sqrt{1.0}}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{-\frac{0}{\sqrt{1.0}}}{-\frac{\sqrt{1.0}}{1.0}} = +0$$

$$(*) A = -\sqrt{1.0} \cos x + \cot x = (-\sqrt{1.0})\left(\frac{-0}{\sqrt{1.0}}\right) + 0 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$\begin{cases} \sin(-\alpha) = -\sin \alpha \\ \cos(-\alpha) = \cos \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin 200^\circ = \sin(180^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \sin 340^\circ = \sin(360^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 110^\circ = \cos(90^\circ + 20^\circ) = -\sin 20^\circ \\ \cos 250^\circ = \cos(270^\circ - 20^\circ) = -\sin 20^\circ \end{cases}$$

$$-\sin 20^\circ - 3 \times (-\sin 20^\circ) - 2 \sin 20^\circ - 3 \times (-\sin 20^\circ) - 3 \sin 20^\circ = -\sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - 2 \sin 20^\circ + 3 \sin 20^\circ - 3 \sin 20^\circ = 0$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴