

یادآوری از مثلثات سال دهم

قلم چی - ۱۳۹۹

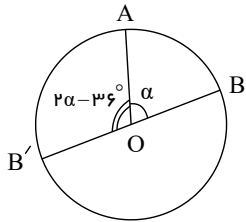
۱ کدام گزینه درست است؟ (زوایا برحسب رادیان است).

- ۱ $\sin 2 < \sin 1 < \sin 3$
 ۲ $\sin 6 < \sin 4 < \sin 5$
 ۳ $\cos 6 > \cos 5 > \cos 3$
 ۴ $\cos 6 > \cos 2 > \cos 1$

واحد های اندازه گیری زاویه و محاسبه ی طول کمان

۲ در دایره شکل زیر، OA شعاع دایره و برابر ۴ واحد است. طول کمان AB روبرو به زاویه مرکزی α کدام است؟ (BB' قطر است).

قلم چی - ۱۳۹۹



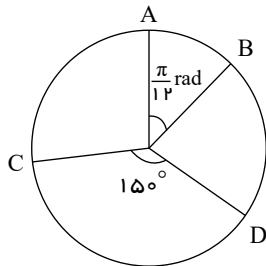
۴ $\frac{6\pi}{5}$

۳ $\frac{\pi}{10}$

۲ $\frac{8\pi}{5}$

۱ $\frac{4\pi}{5}$

قلم چی - ۱۳۹۹



۳ در دایره روبرو، اختلاف طول کمان های AB و CD کدام است؟ (شعاع = $\frac{6}{\pi}$)

۴

۲ ۴٫۵

۳ ۵

۴ ۵٫۵

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ اگر مجموع و تفاضل دو زاویه به ترتیب $\frac{25\pi}{18}$ و $\frac{2\pi}{5}$ رادیان باشد، مکمل زاویه کوچک تر در کدام ناحیه دایره مثلثاتی قرار دارد؟

۴ ناحیه چهارم

۳ ناحیه سوم

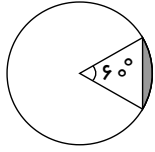
۲ ناحیه دوم

۱ ناحیه اول



۵ در شکل زیر، دایره‌ای به شعاع ۲ و قطاعی با زاویه 60° در آن رسم شده است. اندازه محیط سطح هاشورخورده، چقدر از اندازه مساحت آن بیشتر است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



۲ - $\sqrt{3}$ (۲)

۲ + $\sqrt{2}$ (۱)

۲ - $\sqrt{2}$ (۴)

۲ + $\sqrt{3}$ (۳)

۶ در یک ساعت عقربه‌ای نوک عقربه دقیقه‌شمار در مدت زمان ۴۰ دقیقه مسافت ۶۰ سانتی‌متر را طی کرده است. طول عقربه دقیقه‌شمار چند سانتی‌متر است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۴۵ π (۴)

$\frac{45}{\pi}$ (۳)

۱۵ π (۲)

$\frac{15}{\pi}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۷ چندتا از جملات زیر نادرست هستند؟

الف - زاویه ۷۲ درجه همان متمم زاویه $\frac{\pi}{10}$ برحسب رادیان است.

ب - در دایره‌ای به شعاع ۲ واحد، طول کمان روبه‌رو به زاویه $\frac{\pi}{3}$ برابر $\frac{2\pi}{3}$ واحد است.

پ - انتهای کمان $\frac{5\pi}{6}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

ت - $\frac{\pi}{5}$ و 54° و $\frac{3\pi}{7}$ زوایای یک مثلث هستند.

سه (۴)

دو (۳)

یک (۲)

صفر (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۸ در مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$)، $\hat{B} = 54^\circ$ است. اندازه زاویه A برحسب رادیان کدام است؟

$\frac{4\pi}{5}$ (۴)

$\frac{3\pi}{5}$ (۳)

$\frac{2\pi}{5}$ (۲)

$\frac{\pi}{5}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۹ اگر چرخ بزرگ یک درشکه به شعاع ۱٫۲ متر، $\frac{2\pi}{3}$ رادیان بچرخد، چرخ کوچک به شعاع ۰٫۸ متر، چند درجه دور می‌زند؟

۲۷۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ کدام گزینه نمی‌تواند زوایای داخلی یک مثلث باشد؟

30° ، $\frac{\pi}{6} rad$ ، $\frac{2\pi}{3} rad$ (۴)

20° ، $\frac{7\pi}{18} rad$ ، $\frac{5\pi}{9} rad$ (۳)

75° ، $\frac{\pi}{2} rad$ ، $\frac{\pi}{12} rad$ (۲)

72° ، $\frac{2\pi}{5} rad$ ، $\frac{\pi}{5} rad$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ زاویه 320° - درجه، چند رادیان است؟

$-\frac{25}{9}\pi$ (۴)

$-\frac{5}{4}\pi$ (۳)

$-\frac{4}{3}\pi$ (۲)

$-\frac{16}{9}\pi$ (۱)



قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲) دو زاویه A و B مکمل یکدیگرند. اگر $\hat{A} = \hat{B} + 60^\circ$ باشد، متمم زاویه B برحسب رادیان کدام است؟

- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{8}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳) کدام گزینه نادرست است؟

- ① اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی‌الساقینی ۱ رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچک‌تر از اندازه هریک از ساق‌های آن است.
 ② انتهای کمان $-\frac{7\pi}{4}$ در ربع اول دایره مثلثاتی قرار دارد.
 ③ زاویه ۲ رادیان تقریباً 107 درجه است.
 ④ $\frac{\pi}{9}$ رادیان برابر 20 درجه است.

۱۴) در یک تراکتور شعاع چرخ جلو 50cm و شعاع چرخ عقب 120cm است. اگر چرخ جلو 90 درجه بچرخد، چرخ عقب چه زاویه‌ای را طی می‌کند؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{5\pi}{24}$ ④ $\frac{3\pi}{8}$

قلم چی - ۱۳۹۹

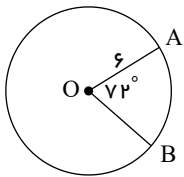
۱۵) زاویه 40 درجه برحسب رادیان چند برابر زاویه $\frac{\pi}{3}$ رادیان است؟

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{3}{2}$

۱۶) اگر در مثلث ABC ، $\hat{A} = 80^\circ$ و زاویه B یک سوم مکمل زاویه C باشد، کدام گزینه نسبت زوایای این مثلث را مشخص می‌کند؟ قلم چی - ۱۳۹۹

- ① ۳ و ۲ و ۱ ② ۴ و ۲ و ۱ ③ ۵ و ۳ و ۲ ④ ۴ و ۳ و ۲

قلم چی - ۱۳۹۹



۱۷) در شکل زیر طول کمان روبه‌رو زاویه 72 درجه کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

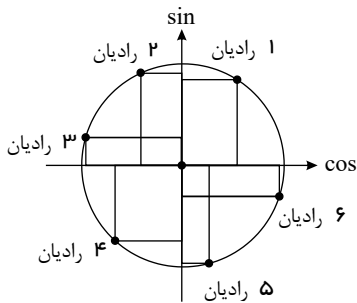
- ① $\frac{6\pi}{5}$ ② $\frac{3\pi}{5}$
 ③ $\frac{2\pi}{5}$ ④ $\frac{12\pi}{5}$



نکته: ۱ رادیان تقریباً 57° است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

طبق دایره مثلثاتی نسبت‌های مثلثاتی زوایای ۱ تا ۶ رادیان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} \sin ۲ > \sin ۱ > \sin ۳ > \sin ۶ > \sin ۴ > \sin ۵ \\ \cos ۶ > \cos ۱ > \cos ۵ > \cos ۲ > \cos ۴ > \cos ۳ \end{cases}$$



لذا گزینه ۳، صحیح است.

با توجه به شکل داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\alpha + ۲\alpha - ۳۶^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۳\alpha = ۲۱۶^\circ \Rightarrow \alpha = ۷۲^\circ$$

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \xrightarrow{D=۷۲^\circ} \frac{۷۲^\circ}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{۲\pi}{۵}$$

از طرفی:

$$L = r\theta \xrightarrow{\substack{r=۴ \\ \theta=\frac{۲\pi}{۵} \text{ rad}}} L = ۴ \times \frac{۲\pi}{۵} = \frac{۸\pi}{۵}$$

۱۵۰° را برحسب رادیان حساب می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow \frac{۱۵۰^\circ}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi} \rightarrow R = \frac{۵\pi}{۶}$$

طول دو کمان را حساب می‌کنیم:

$$l = R\theta \rightarrow l_{AB} = \frac{۶}{\pi} \times \frac{\pi}{۱۲} = \frac{۱}{۲}$$

$$l = R\theta \rightarrow l_{CD} = \frac{۶}{\pi} \times \frac{۵\pi}{۶} = ۵$$

پس:

$$l_{CD} - l_{AB} = ۵ - \frac{۱}{۲} = ۴,۵$$

فرض می‌کنیم x و y دو زاویه مفروض باشند. بنابراین: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

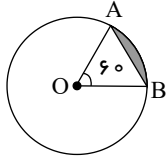
$$\begin{cases} x + y = \frac{۲۵\pi}{۱۸} \xrightarrow{\text{تبدیل به درجه}} \frac{D_1}{۱۸۰^\circ} = \frac{۲۵\pi}{۱۸} \Rightarrow D_1 = ۲۵۰^\circ \\ \Rightarrow x + y = ۲۵۰^\circ \\ x - y = \frac{۲\pi}{۵} \xrightarrow{\text{تبدیل به درجه}} \frac{D_2}{۱۸۰^\circ} = \frac{۲\pi}{۵} \Rightarrow D_2 = ۷۲^\circ \\ \Rightarrow x - y = ۷۲^\circ \end{cases}$$

$$۲x = ۳۲۲^\circ \Rightarrow x = ۱۶۱^\circ, y = ۸۹^\circ$$

بنابراین گزینه ۲، صحیح است. $\rightarrow ۱۸۰^\circ - ۸۹^\circ = ۹۱^\circ$ مکمل زاویه کوچکتر



با توجه به شکل روبه‌رو، مثلث AOB ، متساوی‌الاضلاع با طول ضلع ۲ است. بنابراین برای مساحت آن داریم:



$$S_{\Delta_{AOB}} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2)^2 = \sqrt{3}$$

مساحت قطاع AOB ، $\frac{1}{6}$ مساحت کل دایره است.

$$\Rightarrow S_{\text{قطاع}} = \frac{1}{6} \pi (2)^2 = \frac{2}{3} \pi$$

از طرفی با توجه به رابطه $l = r\theta$ ، طول کمان AB نیز برابر است با:

$$|\widehat{AB}| = 2 \times \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} \text{محیط سطح هاشور خورده} : P = |AB| + |\widehat{AB}| = 2 + \frac{2\pi}{3} \\ \text{مساحت سطح هاشور خورده} : S = S - S_{\Delta_{AOB}} = \frac{2\pi}{3} - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow P - S = 2 + \sqrt{3}$$

اندازه محیط سطح هاشور خورده، به میزان $2 + \sqrt{3}$ واحد از اندازه مساحت آن بیشتر است.

یک دوره کامل در دایره، ۶۰ دقیقه است بنابراین عقربه دقیقه شمار $\frac{4}{6}$ دایره را طی کرده است. دایره کامل 2π رادیان است، بنابراین داریم:

$$\text{زاویه دوران عقربه بر حسب رادیان} = \frac{4}{6} \times 2\pi = \frac{4\pi}{3} \text{ rad}$$

$$r = \frac{L (\text{طول کمان})}{\theta (\text{بر حسب رادیان})} = \frac{60}{\frac{4\pi}{3}} = \frac{45}{\pi} \text{ cm}$$

الف - متمم زاویه $180^\circ = \frac{\pi}{10}$ برابر 72° درجه است.

ب - طول (L) کمان روبه‌رو به زاویه مرکزی $\alpha = \frac{\pi}{3}$ برابر $\alpha = \frac{\pi}{3} \times 2 = \frac{2\pi}{3}$ است.

پ - انتهای کمان $150^\circ = \frac{5\pi}{6}$ در ربع دوم است.

ت - $36^\circ = \frac{\pi}{5}$ و $54^\circ = \frac{\pi}{2}$ و $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ تشکیل زوایای یک مثلث می‌دهند نه با $\frac{3\pi}{7}$.

(پس یک جمله نادرست وجود دارد.)

در مثلث متساوی‌الساقین ABC ، چون $AB = AC$ است، بنابراین $\hat{B} = \hat{C} = 54^\circ$ لذا $\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 72^\circ$ و زاویه A را به رادیان

تبدیل می‌کنیم.

$$\frac{D}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{72}{180} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{72\pi}{180} = \frac{2\pi}{5}$$

مقدار مسافت طی شده هر دو چرخ برابر است.

$$L = r\theta \Rightarrow L = 1,2 \times \frac{2\pi}{3} = 0,8\pi$$

$$L = r'\theta' \Rightarrow 0,8\pi = 0,8\theta' \Rightarrow \theta' = \pi$$

که برابر 180° درجه می‌باشد.

$$\text{گزینه ۱} : \frac{\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 36^\circ, \frac{2\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 72^\circ$$

$$\Rightarrow 36^\circ + 72^\circ + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\text{گزینه ۲} : \frac{\pi}{12} \times \frac{180}{\pi} = 15^\circ, \frac{\pi}{2} \times \frac{180}{\pi} = 90^\circ$$



$$\Rightarrow 15^\circ + 90^\circ + 75^\circ = 180^\circ$$

$$\text{گزینه ۳: } \frac{5\pi}{9} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 100^\circ, \frac{7\pi}{18} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 70^\circ$$

$$\Rightarrow 100^\circ + 70^\circ + 20^\circ = 190^\circ > 180^\circ \text{ نادرست}$$

$$\text{گزینه ۴: } \frac{2\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 120^\circ, \frac{\pi}{6} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow 120^\circ + 30^\circ + 30^\circ = 180^\circ$$

تذکر: برای محاسبه زاویه برحسب درجه کافی است زاویه برحسب رادیان را در $\frac{180^\circ}{\pi}$ ضرب کنیم.

با توجه به رابطه زیر می توان اندازه زاویه برحسب درجه را به اندازه آن برحسب رادیان تبدیل کرد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱**

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{-32^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = -\frac{16}{9}\pi$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\text{مکمل: } \hat{A} + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + 60^\circ + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 2\hat{B} = 120^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{B} = 60^\circ \xrightarrow{\text{متمم}} 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

در نتیجه:

$$\frac{30^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \hat{B} \text{ متمم} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

۱ رادیان تقریباً برابر ۵۷ درجه و ۲ رادیان تقریباً برابر ۱۱۴ درجه است. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳**

مسافتی که دو چرخ طی می کنند، یکسان است. بنابراین داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴**

$$l_1 = l_2 \Rightarrow \theta_1 r_1 = \theta_2 r_2 \Rightarrow \frac{\pi}{2} \times 50 = \theta_2 \times 120$$

$$\Rightarrow \theta_2 = \frac{\pi \times 50}{2 \times 120} \Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{24}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$\text{می دانیم: } \frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \xrightarrow{D=40^\circ} \frac{40^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{40\pi}{180} = \frac{2\pi}{9}$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{2\pi}{9}}{\frac{\pi}{3}} = \frac{6\pi}{9\pi} = \frac{2}{3} \text{ نسبت خواسته شده}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$\text{چون } \hat{A} = 80^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \\ \hat{B} = \frac{1}{3}(180^\circ - \hat{C}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \hat{B} + \hat{C} = 100^\circ \\ 3\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\hat{B} - \hat{C} = -100^\circ \\ 3\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \\ \Rightarrow 2\hat{B} = 80^\circ \\ \Rightarrow \hat{B} = 40^\circ, \hat{C} = 60^\circ$$

که زوایای 40° و 60° و 80° نسبتشان ۲ و ۳ و ۴ می باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\frac{72^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{72^\circ \times \pi}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5}$$

اگر L طول کمان، r شعاع دایره و α برحسب رادیان باشد، آنگاه:

$$\alpha = \frac{L}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{L}{r} \Rightarrow L = \frac{12\pi}{5}$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4

6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4

11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4

16	1	2	3	4
17	1	2	3	4