



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم فصل ۴ تمرین کتاب

تلفن پنج رقمی: ۰۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb

واحد های اندازه گیری زاویه و محاسبه ی طول کمان

تمرین های کتاب- ۷۶

۱) هریک از زاویه های 12° ، 36° ، 72° ، 105° و 315° را به رادیان تبدیل کنید.

۲) هریک از زاویه های $\frac{\pi}{18}$ ، $-\frac{2\pi}{5}$ ، رادیان، $\frac{3\pi}{4}$ ، رادیان، $\frac{7\pi}{8}$ رادیان و $\frac{6\pi}{5}$ رادیان را به درجه تبدیل کنید و به طور تقریبی روی دایره

تمرین های کتاب- ۷۶

مثلثاتی نشان دهید.

تمرین های کتاب- ۷۶

۳) زاویه D بر حسب درجه برابر با $\frac{\pi}{20}$ رادیان است. اندازه این زاویه چند درجه است؟

تمرین های کتاب- ۷۶

۴) دایره ای به شعاع 10 سانتی متر مفروض است. اندازه زاویه مرکزی مقابل به کمانی به طول 8 سانتی متر از این دایره چند رادیان است؟

تمرین های کتاب- ۷۶

۵) درستی یا نادرستی هریک از جملات زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.

تمرین های کتاب- ۷۶

الف) اگر زاویه بین دو ساق مثلث متساوی الساقینی 1 رادیان باشد، آنگاه اندازه قاعده این مثلث کوچک تر از اندازه هریک از ساق های آن است.

تمرین های کتاب- ۷۶

ب) در دایره ای به شعاع 1 سانتی متر طول کمان روبه روی زاویه π رادیان تقریباً برابر با 3.14 سانتی متر است.

تمرین های کتاب- ۷۶

پ) انتهای کمان زاویه $\frac{6\pi}{5}$ رادیان در ربع دوم دایره مثلثاتی قرار دارد.

تمرین های کتاب- ۷۶

ت) زاویه های $\frac{2\pi}{3}$ رادیان، $\frac{\pi}{9}$ رادیان، $\frac{7\pi}{36}$ رادیان، زوایای یک مثلث را تشکیل می دهند.

محاسبه ی نسبت های مثلثاتی زوایای ترکیبی

تمرین های کتاب- ۸۷

۶) حاصل هریک از عبارات های زیر را بدست آورید.



الف

$$\tan 135^\circ + \cot 12^\circ$$

تمرین های کتاب - ۸۷

ب

$$\cos(-21^\circ) + \cot(24^\circ)$$

تمرین های کتاب - ۸۷

پ

$$\sin 63^\circ + \tan(-54^\circ)$$

تمرین های کتاب - ۸۷

ت

$$\cos(-72^\circ) + \cot(-60^\circ) + \tan(72^\circ) - \tan(-60^\circ)$$

تمرین های کتاب - ۸۷

ث

$$\sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right)$$

تمرین های کتاب - ۸۷

ج

$$\frac{\sin \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6}}{\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{-4\pi}{3}\right)}$$

تمرین های کتاب - ۸۷

۷ بدون استفاده از ماشین حساب درستی تساوی های زیر را بررسی کنید.

الف) $\sin 84^\circ = \sin 6^\circ$ تمرین های کتاب - ۸۷

ب) $\cos(-324^\circ) = \cos 36^\circ$

پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan 8^\circ$

ت) $\sin 875^\circ = \sin 155^\circ$

تمرین های کتاب - ۸۷

الف) $\sin x = \cos(2^\circ + x)$

ب) $\tan\left(x + \frac{\pi}{18}\right) = \cot\left(\frac{2\pi}{9} + x\right)$

۸ در تساوی های زیر به جای x یک زاویه مناسب قرار دهید:

۹ جدول زیر را کامل کنید.

تمرین های کتاب - ۸۷

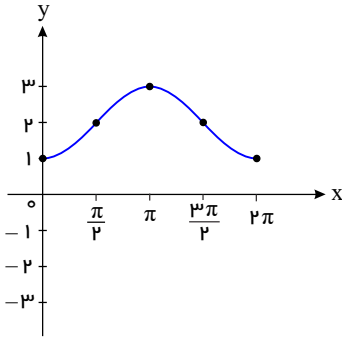
زاویه x	۱۲°	۱۳۵°	۱۵°	۲۱°	۲۲۵°	۲۴°	۳۰°	۳۳°
نسبت								
$\sin x$								
$\cos x$								
$\tan x$								
$\cot x$								

رسم توابع مثلثاتی و دوره ی تناوب

۱۰ با توجه به نمودار توابع سینوس و کسینوس، مشخص کنید هر یک از دو نمودار زیر کدام یک از ضابطه‌های داده شده را دارند؟ نمودار تابع با سایر ضابطه‌ها را نیز رسم کنید.

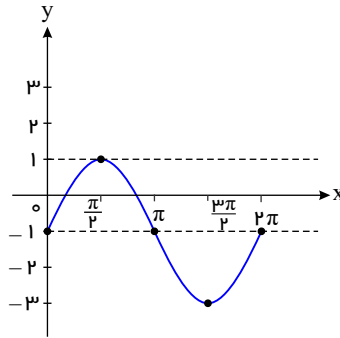
تمرین های کتاب - ۹۴

ضابطه‌ها را نیز رسم کنید.



الف) $y = 2 \cos x + 1$

پ) $y = 2 - \cos x$



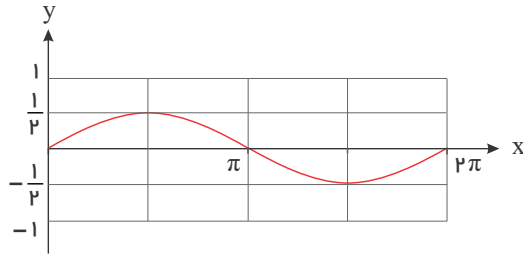
ب) $y = 2 \sin x - 1$

ت) $y = \sin x - 2$

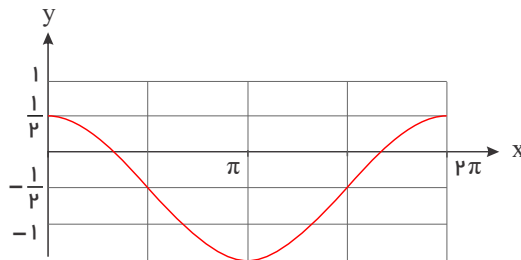
۱۱) با ذکر دلیل مشخص کنید کدام یک از گزاره‌های زیر درست و کدام نادرست‌اند؟

تمرین های کتاب - ۹۴

الف) شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = \frac{1}{2} \sin x$ را نشان می‌دهد.



ب) شکل زیر نمودار تابع با ضابطه $y = \cos x - \frac{1}{2}$ را نشان می‌دهد.



پ) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + \sin x$ کافی است نمودار تابع سینوس را به اندازه یک واحد به موازات محور x انتقال دهیم.

ت) برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = -\cos x$ کافی است نمودار تابع کسینوس را نسبت به محور x قرینه کنیم.

تمرین های کتاب - ۹۳

۱۲) آیا نمودار هر جفت از توابع با ضابطه‌های زیر بر هم منطبق هستند یا خیر؟

الف)

$$y = \sin x, \quad y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$$

تمرین های کتاب - ۹۳

ب)

$$y = \cos x, \quad y = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$$

تمرین های کتاب - ۹۳

پ)

$$y = \cos x, \quad y = \cos(2\pi - x)$$

تمرین های کتاب - ۹۳

ت)

$$y = \sin x, \quad y = \sin(5\pi - x)$$

تمرین های کتاب - ۹۳

پاسخنامه تشریحی

۱

$$R = \frac{-12^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{-\pi}{15} \rightarrow -12^\circ = -\frac{\pi}{15} \text{ رادیان}$$

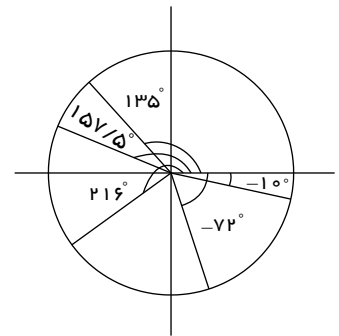
$$R = \frac{36^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{\pi}{5} \rightarrow 36^\circ = \frac{\pi}{5} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{72^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{2\pi}{5} \rightarrow 72^\circ = \frac{2\pi}{5} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{-105^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{-7\pi}{12} \rightarrow -105^\circ = -\frac{7\pi}{12} \text{ رادیان}$$

$$R = \frac{315^\circ}{180^\circ} \times \pi = \frac{7\pi}{4} \rightarrow 315^\circ = \frac{7\pi}{4} \text{ رادیان}$$

۲



$$D = \frac{-\pi}{18} \times 180^\circ = -10^\circ \rightarrow -\frac{\pi}{18} = -10^\circ$$

$$D = \frac{-2\pi}{5} \times 180^\circ = -72^\circ \rightarrow -\frac{2\pi}{5} = -72^\circ$$

$$D = \frac{3\pi}{4} \times 180^\circ = 135^\circ \rightarrow \frac{3\pi}{4} = 135^\circ$$

$$D = \frac{7\pi}{8} \times 180^\circ = 157.5^\circ \rightarrow \frac{7\pi}{8} = 157.5^\circ$$

$$D = \frac{6\pi}{5} \times 180^\circ = 216^\circ \rightarrow \frac{6\pi}{5} = 216^\circ$$

۳

$$D = \frac{\pi}{20} \times 180^\circ = 9^\circ \rightarrow \frac{\pi}{20} = 9^\circ$$

۴

$$r = 10 \text{ cm} \quad \ell = 8 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{\ell}{r} = \frac{8}{10} \rightarrow \alpha = 0.8 \text{ رادیان}$$

۵

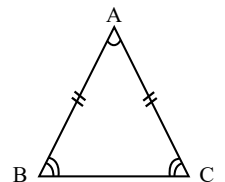
الف

$$\hat{A} = 1 \text{ rad} \quad , \quad \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = \pi \quad , \quad \hat{B} = \hat{C}$$

$$\rightarrow 1 + \hat{B} + \hat{C} = \pi \rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \pi - 1$$

$$\rightarrow \hat{B} + \hat{C} = \frac{\pi - 1}{2} \simeq 1.07 \text{ rad}$$

$$\hat{B} + \hat{C} > \hat{A} \rightarrow AC = AB > BC \rightarrow \text{گزاره درست است}$$



ب

$$r = 1 \text{ cm} \quad , \quad \alpha = \pi \text{ rad} \quad , \quad \ell \simeq 3.14 \text{ cm}$$

$$\alpha = \frac{\ell}{r} \rightarrow \ell = \alpha \cdot r = \pi \times 1 \simeq 3.14 \text{ cm} \rightarrow \text{گزاره درست است}$$

پ

$$D = \frac{6\pi}{5} \times 180^\circ \rightarrow D = 216^\circ \rightarrow \text{گزاره نادرست است} \rightarrow \text{انتهای کمان} \rightarrow 216^\circ \text{ در ربع سوم قرار دارد}$$

ت



$$\frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{9} + \frac{7\pi}{36} = \frac{24\pi}{36} + \frac{4\pi}{36} + \frac{7\pi}{36} = \frac{35\pi}{36} \neq \pi$$

گزاره نادرست است.

۶

الف

$$\tan 135^\circ + \cot 12^\circ = \tan(180^\circ - 45^\circ) + \cot(180^\circ - 6^\circ) = -\tan 45^\circ - \cot 6^\circ = -1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$$

ب

$$\begin{aligned} \cos(-21^\circ) + \cot(24^\circ) &= \cos(21^\circ) + \cot(24^\circ) = \cos(180^\circ + 3^\circ) + \cot(180^\circ + 6^\circ) \\ &= -\cos 3^\circ + \cot 6^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

پ

$$\begin{aligned} \sin 63^\circ + \tan(-54^\circ) &= \sin(72^\circ - 9^\circ) + \tan(-36^\circ - 18^\circ) \\ &= \sin(-9^\circ) + \tan(-18^\circ) = -\sin 9^\circ - \tan 18^\circ = -1 - 0 = -1 \end{aligned}$$

ت

$$\begin{aligned} \cos(-72^\circ) + \cot(-60^\circ) + \tan(72^\circ) - \tan(-60^\circ) &= \\ = \cos(-72^\circ + 72^\circ) + \cot(72^\circ - 60^\circ) + \tan(72^\circ + 0^\circ) - \tan(72^\circ - 60^\circ) &= \\ \cos(0^\circ) + \cot(12^\circ) + \tan(0^\circ) - \tan(12^\circ) &= \\ \cos(0^\circ) + \cot(180^\circ - 6^\circ) + \tan(0^\circ) - \tan(180^\circ - 6^\circ) &= \\ \cos(0^\circ) - \cot(6^\circ) + \tan(0^\circ) + \tan(6^\circ) = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3} + 0 + \sqrt{3} = \frac{3 + 2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

ث

$$\begin{aligned} \sin\left(\frac{25\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{23\pi}{4}\right) &= \sin\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(6\pi - \frac{\pi}{4}\right) \\ &= \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

ج

$$\begin{aligned} \frac{\sin \frac{3\pi}{4} - \cos \frac{5\pi}{6}}{\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) + \tan\left(-\frac{4\pi}{3}\right)} &= \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin(2\pi - \frac{3\pi}{4}) + \tan(2\pi - \frac{4\pi}{3})} \\ &= \frac{\sin\left(\pi - \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right)} = \frac{\sin \frac{\pi}{4} - (-\cos \frac{\pi}{6})}{-\sin \frac{\pi}{4} - \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{2}}{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}}{-\frac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2}} = -\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \end{aligned}$$

الف) $\sin 84^\circ = \sin(2 \times 36^\circ + 12^\circ) = \sin(12^\circ) = \sin(180^\circ - 6^\circ) = \sin 6^\circ$

ب) $\cos(-324^\circ) = \cos(36^\circ - 324^\circ) = \cos(36^\circ)$

پ) $\tan(-1000^\circ) = \tan(3 \times 360^\circ - 1000^\circ) = \tan 8^\circ$

۷

ت) $\sin 875^\circ = \sin(2 \times 360^\circ + 155^\circ) = \sin 155^\circ$

الف) $\rightarrow x + 20^\circ + x = 90^\circ + (k \times 360^\circ)$

$k = 0 \rightarrow 2x = 70^\circ \rightarrow x = 35^\circ$

$k = 1 \rightarrow 2x + 20^\circ = 450^\circ \rightarrow 2x = 430^\circ \rightarrow x = 215^\circ$

$k = 2 \rightarrow 2x + 20^\circ = 810^\circ \rightarrow 2x = 790^\circ \rightarrow x = 395^\circ \rightarrow x = 35^\circ$ تکراری

ب) $x + \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi}{9} + x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$

$k = 0 \rightarrow 2x + \frac{5\pi}{18} = \frac{\pi}{2} \rightarrow 2x = \frac{4\pi}{18} \rightarrow 2x = \frac{2\pi}{9} \rightarrow x = \frac{\pi}{9}$

$k = 1 \rightarrow 2x + \frac{5\pi}{18} = \frac{\pi}{2} + 2\pi \rightarrow 2x = \frac{40\pi}{18} \rightarrow 2x = \frac{20\pi}{9} \rightarrow x = \frac{10\pi}{9}$

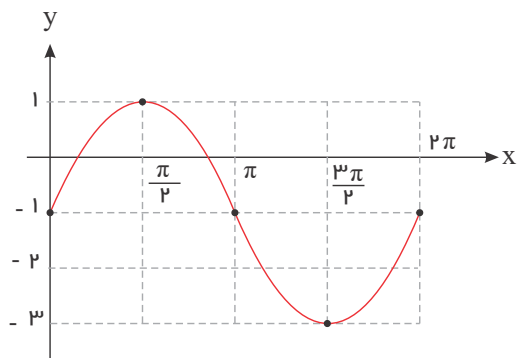
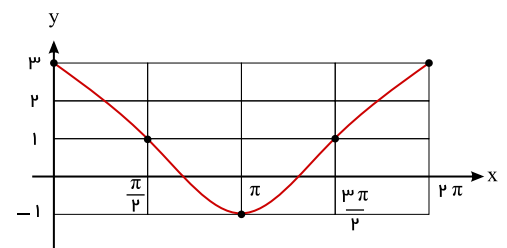
$k = 2 \rightarrow 2x + \frac{5\pi}{18} = \frac{\pi}{2} + 4\pi \rightarrow 2x = \frac{76\pi}{18} \rightarrow 2x = \frac{38\pi}{9}$

$\rightarrow x = \frac{19\pi}{9} \rightarrow x = 2\pi + \frac{\pi}{9} \rightarrow x = \frac{\pi}{9}$ تکراری

زاویه x	نسبت	120°	135°	150°	210°	225°	240°	300°	330°
sin x		$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$
cos x		$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tan x		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$
cot x		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
cos x	1	0	-1	0	1
2 cos x + 1	3	1	-1	1	3

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
sin x	0	1	0	-1	0
2 sin x - 1	-1	1	-1	-3	-1



8

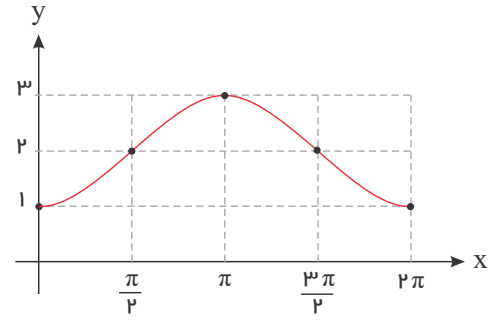
9

الف) 10

ج)

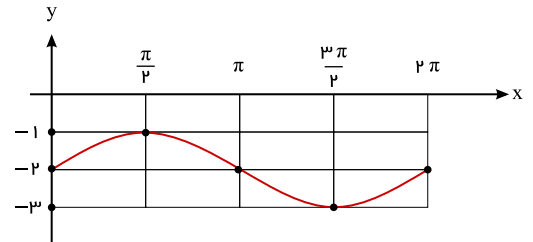
ج)

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	0	-1	0	1
$2 - \cos x$	1	2	3	2	1



ت

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$	0	1	0	-1	0
$\sin x - 2$	-2	-1	-2	-3	-2



۱۱ الف - درست، برای رسم نمودار $y = \frac{1}{4} \sin x$ کافی است برد نمودار $y = \sin x$ را در $\frac{1}{4}$ ضرب کنیم.

ب - درست، برای رسم نمودار $y = \cos x - \frac{1}{4}$ کافی است نمودار $y = \cos x$ را $\frac{1}{4}$ واحد به سمت پایین انتقال دهیم.

پ - نادرست، برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = 1 + \sin x$ کافی است نمودار تابع سینوس را به اندازه یک واحد به موازات محور y ها انتقال دهیم.

ت - درست

۱۲

الف

$$\begin{cases} y_1 = \sin x \\ y_2 = \cos(x - \frac{\pi}{2}) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

ب

$$\begin{cases} y_1 = \cos x \\ y_2 = \sin(\frac{\pi}{2} + x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

پ

$$\begin{cases} y_1 = \cos x \\ y_2 = \cos(2\pi - x) = \cos(-x) = \cos x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$

ت

$$\begin{cases} y_1 = \sin x \\ y_2 = \sin(5\pi - x) = \sin(\frac{5\pi}{2} + \pi - x) = \sin x \end{cases} \rightarrow y_1 = y_2 \rightarrow \text{دو تابع بر یکدیگر منطبق هستند}$$