



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم فصل ۳ درس ۱

تلفن پنج رقمی: ۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi\_jazb

## یادآوری از تابع سال دهم

سراسری-۱۳۷۹

۱ فرض کنیم  $f(g(x)) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 4$  و  $g(x) = x - \frac{1}{x}$ ، در این صورت  $f(x)$  کدام است؟

۴  $x^2 + 4$

۳  $x^2 - 4$

۲  $x^2 + 2$

۱  $x^2 - 2$

## توابع گویا - رادیکالی - چند ضابطه ای و دامنه ی تعریف آن ها

قلم چی-۱۳۹۹

۲ اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^3 - 5x - k}{(k-3)x^2 + k + 2}$  برابر مجموعه اعداد حقیقی باشد، مجموعه جواب محدوده  $k$  کدام است؟

۴  $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

۳  $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$

۲  $[3, +\infty)$

۱  $(-2, 3]$

قلم چی-۱۳۹۹

۳ اگر دامنه تابع  $f(x) = \frac{x^3 + x + b + c}{x^2 + 2x + a}$  به صورت  $D_f = R - \{2, b\}$  و  $f(0) = 2$  باشد، مقدار  $c$  کدام است؟

۴  $-20$

۳  $20$

۲  $-12$

۱  $12$

قلم چی-۱۳۹۹

۴ اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{-x^2 + ax + b}$  بازه  $[-5, 3]$  باشد، حاصل  $2a + b$  کدام است؟

۴  $25$

۳  $9$

۲  $11$

۱  $28$

قلم چی-۱۳۹۹

۵ کدام یک از خطهای زیر، نمودار تابع  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x} & ; x < 0 \\ 1 - \sqrt{x} & ; x \geq 0 \end{cases}$  را در نقاط بیشتری قطع می کند؟

۴  $y = 2$

۳  $y = 1$

۲  $y = 0$

۱  $y = -1$

قلم چی-۱۳۹۹

۶ در دامنه تابع  $y = \frac{x^2 - 9}{1 - \frac{2x+1}{x-1}}$  چند عدد طبیعی وجود ندارد؟

۴  $4$

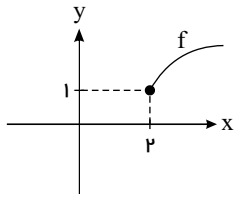
۳  $3$

۲  $2$

۱  $1$



قلم چی - ۱۳۹۹



۷) نمودار تابع  $f(x) = a + \sqrt{x-b}$  به صورت زیر است. مقدار  $f(11)$  کدام است؟

۱)  $1 + \sqrt{10}$  (۲)

۲)  $2 + \sqrt{10}$  (۱)

۳) ۴ (۴)

۴) ۳ (۳)

قلم چی - ۱۳۹۹

۸) کدام یک از گزینه‌ها، ضابطه تابعی با دامنه  $\mathbb{R} - \{-2\}$  است؟

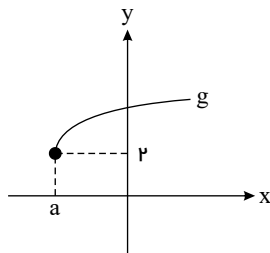
۱)  $f(x) = 1 + \frac{3}{x+2}$  (۴)

۲)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  (۳)

۳)  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{2} - \sqrt{-x}}$  (۲)

۴)  $f(x) = \frac{x}{\frac{1}{2} + \frac{1}{x}}$  (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹



۹) اگر  $f(x) = 1 - \sqrt{x+1}$  و شکل مقابل نمودار تابع  $g(x) = b - f(x)$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

۱) صفر (۱)

۲) ۱ (۲)

۳) ۲ (۳)

۴) ۳ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰) مجموعه نقاط پیوستگی تابع  $f(x) = \frac{1}{x^2 + x}$  کدام است؟

۱)  $\mathbb{R}$  (۴)

۲)  $\mathbb{R} - \{1, -1\}$  (۳)

۳)  $\mathbb{R} - \{0, 1\}$  (۲)

۴)  $\mathbb{R} - \{-1, 0\}$  (۱)

## تساوی دو تابع

۱۱) اگر  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}$  و  $g(x) = x^2 + x + b$  باشد و تساوی  $f(x) = g(x)$  به ازای هر عدد حقیقی  $x$  برقرار باشد، حاصل

قلم چی - ۱۳۹۹

$a + 2b$  کدام است؟

۱) ۲ (۴)

۲) ۳ (۳)

۳) ۴ (۲)

۴) ۵ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲) کدام تابع زیر با تابع  $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$  برابر است؟

۱)  $m(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 3x^2 - 4x}{x+2}}$  (۴)

۲)  $k(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 4x}{x-1}}$  (۳)

۳)  $h(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4x)^2}$  (۲)

۴)  $g(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-4}$  (۱)



قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳ در کدام گزینه دو تابع  $f$  و  $g$  با هم برابرند؟

- ۱  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|}$  و  $g(x) = 1$
- ۲  $f(x) = x\sqrt{-x}$  و  $g(x) = \sqrt{-x^3}$
- ۳  $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$  و  $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1}$
- ۴  $f(x) = \sqrt{x(1-x)}$  و  $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x}$

### توابع پله ای و تابع جزء صحیح

۱۴ نمودار تابع  $y = x - [x]$  ;  $x \in [-2, 3]$  از  $n$  پاره خط مساوی به اندازه  $l$  تشکیل شده است. دو تایی مرتب  $(n, l)$  کدام است؟

سراسری - ۱۳۸۳

- ۱  $(4, 1)$
- ۲  $(4, \sqrt{2})$
- ۳  $(5, 1)$
- ۴  $(5, \sqrt{2})$

۱۵ یک شرکت پستی برای ارسال بسته‌های کمتر از ۱ کیلوگرم ۲۰۰۰ تومان، از ۱ تا کم‌تر از ۲ کیلوگرم ۴۰۰۰ تومان و از ۲ تا کم‌تر از ۳ کیلوگرم ۶۰۰۰ تومان دریافت می‌کند و به همین ترتیب برای وزن‌های بعدی قیمت تغییر می‌کند. این شرکت برای ارسال بسته‌های چند کیلوگرمی، ۱۰۰ هزار تومان دریافت خواهد کرد؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ ۳۰ تا ۳۱ کیلوگرمی
- ۲ ۴۹ تا ۵۰ کیلوگرمی
- ۳ ۵۰ تا ۵۱ کیلوگرمی
- ۴ ۵۹ تا ۶۰ کیلوگرمی

۱۶ اگر مجموعه جواب معادله  $2 - |x + 1| = 1$  را به صورت  $\{c\} - [a, b]$  نشان دهیم، حاصل  $b - ac$  کدام است؟  $([ ] , [ ])$ ، نماد جزء صحیح است.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ ۲
- ۲ ۱
- ۳ -۱
- ۴ -۲

۱۷ حاصل عبارات  $[ (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 ] + [ (1 - \sqrt{2})^3 ] + [ (\sqrt{3} - 2)^2 ]$  کدام است؟  $([ ] , [ ])$ ، نماد جزء صحیح است.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ -۱
- ۲ -۲
- ۳ صفر
- ۴ ۱

۱۸ اگر عبارت  $\sqrt{-x^2 - 3x + 1}$ ، تعریف شده و برابر عددی حقیقی باشد، عبارت  $[\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}]$  چه مقادیری می‌تواند بگیرد؟  $([ ] , [ ])$ ، نماد جزء صحیح است.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ فقط صفر
- ۲ صفر یا -۱ یا -۲
- ۳ فقط ۱
- ۴ صفر یا ۱ یا ۲

۱۹ اگر توابع  $f(x) = 3[x] + 5$  و  $g(x) = 5[x - 2] + 7$  در یک بازه با هم برابر باشند، مقدار عبارت  $[x + f(x)]$  در این بازه کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ ۱۲
- ۲ ۲۰
- ۳ ۸
- ۴ ۲۱

۲۰ حاصل عبارت  $\frac{[\frac{86}{12}] - [ -\frac{2143}{62} ]}{[\frac{447}{55}] + [ -\frac{311}{21} ]}$  کدام است؟  $([ ] , [ ])$ ، نماد جزء صحیح است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱ -۶
- ۲ -۷
- ۳ ۶
- ۴ ۷



۲۱) اگر مجموعه همه جواب‌های معادله  $x + \frac{3}{2} = 3$  به صورت  $[a, b)$  باشد، حاصل  $a - b$  کدام است؟ ( [ ] ، نماد جزء صحیح است.) قلم چی- ۱۳۹۹

۰٫۵ (۴)

-۰٫۵ (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

# پاسخنامه تشریحی

1 2 3 4 1

$$f(g(x)) = x^2 + \frac{1}{x^2} - 4 \rightarrow f\left(x - \frac{1}{x}\right) = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 - 4$$

$$\xrightarrow{x - \frac{1}{x} = t} f(t) = t^2 - 2 \rightarrow f(x) = x^2 - 2$$

توجه کنید که  $a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$  می باشد.

1 2 3 4 2 برای اینکه دامنه تابع  $f$  برابر  $\mathbb{R}$  شود، دو حالت زیر امکان پذیر است:

1) مخرج، تابعی باشد که فاقد ریشه خواهد بود، که باید:

$$\Rightarrow k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3$$

2) مخرج، تابعی درجه دوم باشد و چون  $b = 0$  بوده،  $a$  و  $c$  باید هم علامت باشند تا مخرج فاقد ریشه باشد:

$$\Rightarrow (k - 3)(k + 2) > 0 \Rightarrow k \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$$

$$\Rightarrow \text{جواب نهایی} = (-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$$

1 2 3 4 3 یعنی مخرج کسر به ازای  $x = 2$  و  $x = b$  برابر صفر می شود:  $D_f = \mathbb{R} - \{2, b\}$

$$x = 2 \rightarrow 4 + 4 + a = 0 \rightarrow a = -8$$

$$x = b \rightarrow b^2 + 2b + a = 0 \rightarrow b^2 + 2b - 8 = 0 \rightarrow (b + 4)(b - 2) = 0 \rightarrow b = -4, b = 2$$

$$f(0) = 2 \rightarrow \frac{b+c}{a} = 2 \rightarrow b+c = 2a \xrightarrow{a=-8} b+c = -16$$

$$b = -4 \rightarrow -4 + c = -16 \rightarrow c = -12$$

$$b = 2 \rightarrow 2 + c = -16 \rightarrow c = -18$$

1 2 3 4 4 اگر دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{-x^2 + ax + b}$  بازه  $[-5, 3]$  باشد، داریم:

$$\begin{cases} x = 3 \rightarrow -(3)^2 + a(3) + b = 0 \rightarrow 3a + b = 9 \\ x = -5 \rightarrow -(-5)^2 + a(-5) + b = 0 \rightarrow -5a + b = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3a + b = 9 \\ 5a - b = -25 \end{cases} +$$

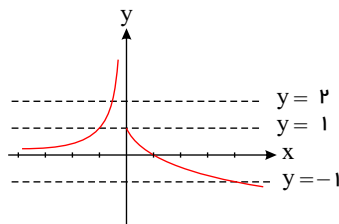
$$8a = -16 \rightarrow a = -2, b = 15$$

در نتیجه:

$$\rightarrow 2a + b = 2(-2) + 15 = 11$$

1 2 3 4 5 نمودار تابع  $f$  و خطهای داده شده را رسم می کنیم و داریم:

خط  $y = 1$  نمودار تابع را در 2 نقطه و سایر گزینه ها نمودار تابع را در یک نقطه قطع می کنند.



1 2 3 4 6

$$f(x) = \frac{\frac{x^2-9}{x-3}}{1 - \frac{2x+1}{x-1}} \stackrel{x \neq 1}{=} \frac{\frac{x^2-9}{x-3}}{\frac{x-1-2x-1}{x-1}} \stackrel{x \neq 3}{=} \frac{\frac{x^2-9}{x-3}}{\frac{-x-2}{x-1}} = \frac{(x^2-9)(x-1)}{(x-3)(-x-2)} \Rightarrow x \neq -2$$



$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 1, 3\}$$

در دامنه تابع تنها دو عدد طبیعی ۱ و ۳ قرار ندارند.

با توجه به نمودار رسم شده، در تابع  $f(x) = a + \sqrt{x-b}$  مقدار  $a = 1$  و  $b = 2$  است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۷)

$$\Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{x-2} \Rightarrow f(11) = 1 + \sqrt{11-2} = 1 + 3 = 4$$

بررسی گزینه‌ها: (۱) (۲) (۳) (۴) (۸)

گزینه ۱:  $D_f = \mathbb{R} - \{0, -2\}$  و تابع گویا است.

گزینه ۲: تابع گویا نیست.

گزینه ۳:  $D_f = \mathbb{R} - \{1, -2\}$  و تابع گویا است.

گزینه ۴:  $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$  و تابع گویا است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۹)

$$g(x) = b - f(x) = b - (1 - \sqrt{x+1}) \Rightarrow g(x) = \sqrt{x+1} + b - 1$$

برای تعیین دامنه  $g(x)$  داریم:

$$x+1 \geq 0 \rightarrow x \geq -1 \rightarrow D_g = [-1, +\infty) \rightarrow a = -1$$

$$\text{مطابق شکل: } g(-1) = 2 \rightarrow \sqrt{-1+1} + b - 1 = 2 \rightarrow b = 3$$

$$\rightarrow a + b = 2$$

تابع  $f$  در دامنه خود پیوسته است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰)

$$x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

$$f = \text{مجموعه نقاط پیوستگی} = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۱)

$$\frac{x^3 - 1}{x - 1} = \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{(x-1)} = x^2 + x + 1$$

$$\rightarrow f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, & x \neq 1 \\ a, & x = 1 \end{cases}, g(x) = x^2 + x + b$$

$$f(x) = g(x) \rightarrow x^2 + x + 1 = x^2 + x + b \rightarrow b = 1$$

$$f(1) = a, g(1) = 1 + 1 + b = 2 + b \rightarrow a = 2 + b \rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{b=1} a + 2b = 3 + 2(1) = 5$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۲)

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 4x} \xrightarrow{\text{دامنه } f} x^2 - 4x \geq 0 \Rightarrow x(x-4) \geq 0 \Rightarrow (-\infty, 0] \cup [4, +\infty)$$

$$\text{گزینه ۱: } g(x) = \sqrt{x}\sqrt{x-4} \xrightarrow{\text{دامنه } g} \begin{cases} x \geq 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} x \geq 4 \Rightarrow D_g \neq D_f$$

$$\text{گزینه ۲: } h(x) = \sqrt[4]{(x^2 - 4x)^2} \xrightarrow{\text{دامنه } h} (x^2 - 4x)^2 \geq 0 \Rightarrow D_h = \mathbb{R} \Rightarrow D_h \neq D_f$$

$$\text{گزینه ۳: } k(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 5x^2 + 4x}{x-1}} \xrightarrow{\text{دامنه } k} \frac{x(x-1)(x-4)}{x-1} \geq 0 \xrightarrow{x \neq 1} D_k = D_f$$

$$k(x) = \sqrt{x(x-1)(x-4)} \Rightarrow k(x) = f(x)$$

$$\text{گزینه ۴: } m(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 3x^2 - 4x}{x+2}}$$

دامنه تابع  $m(x)$  با دامنه تابع  $f(x)$  برابر نیست. همچنین ضابطه‌های آن‌ها نابرابر است.

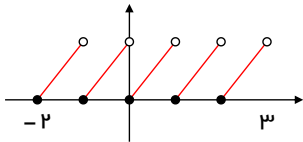
دو تابع  $f$  و  $g$  باهم برابرند هرگاه  $D_f = D_g$  و به ازای هر  $x$  از دامنه یکسان داشته باشیم:  $f(x) = g(x)$ . تک تک گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$\text{گزینه ۱: } \begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{|x|} \Rightarrow x^2 \geq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} \\ g(x) = 1 \Rightarrow D_g = \mathbb{R} \\ D_f \neq D_g \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند.} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۲: } \begin{cases} f(x) = x\sqrt{-x} \Rightarrow -x \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \\ \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \\ g(x) = \sqrt{-x^2} \Rightarrow -x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 0 \\ \Rightarrow D_g = (-\infty, 0] \\ \Rightarrow g(x) = \sqrt{-x^2} = \sqrt{x^2(-1)} \\ = |x|\sqrt{-1} \neq x\sqrt{-1} \Rightarrow f(x) \neq g(x) \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۳: } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x(x-1)} \Rightarrow x(x-1) \geq 0 \\ \Rightarrow D_f = (-\infty, 0] \cup [1, +\infty) \\ g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-1} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \end{cases} \\ \Rightarrow D_g = [1, +\infty) \\ \Rightarrow D_f \neq D_g \Rightarrow f \text{ و } g \text{ برابر نیستند.} \end{cases}$$

$$\text{گزینه ۴: } \begin{cases} f(x) = \sqrt{x(1-x)} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \\ D_f = [0, 1] \\ g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \end{cases} \\ \Rightarrow D_g = [0, 1] \\ D_f = D_g \\ 0 \leq x \leq 1 \Rightarrow g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x} \\ = \sqrt{x(1-x)} = f(x) \Rightarrow f(x) = g(x) \end{cases}$$



نمودار تابع  $y = x - [x]$  به صورت زیر است واضح است در فاصله  $(-2, 3)$ ،  $\Delta$  پاره خط به اندازه  $\sqrt{2}$  وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$f(x) = \begin{cases} 2000, & 0 \leq x < 1 \\ 4000, & 1 \leq x < 2 \\ 6000, & 2 \leq x < 3 \\ \vdots \end{cases} \rightarrow f(x) = 2000[x+1]$$

$$f(x) = 100000 \rightarrow 2000[x+1] = 100000 \rightarrow [x+1] = 50 \rightarrow [x] + 1 = 50 \rightarrow [x] = 49 \rightarrow 49 \leq x < 50$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$|2 - |x+1|| = 1 \rightarrow 1 \leq 2 - |x+1| < 2 \xrightarrow{(-2)} -1 \leq -|x+1| < 0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} 1 \geq |x+1| > 0 \rightarrow \begin{cases} 1 \geq x+1 > 0 \rightarrow 0 \geq x > -1 \\ 0 > x+1 \geq -1 \rightarrow -1 > x \geq -2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اجتماع دو جواب}}$$

$$\rightarrow x \in [-2, 0] - \{-1\} \rightarrow a = -2, b = 0, c = -1$$

$$\rightarrow b - ac = 0 - (-2)(-1) = -2$$

می‌دانیم  $\sqrt{2} \approx 1,4$ ،  $\sqrt{3} \approx 1,7$  بنا بر این مقدار عبارت داده شده برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$[(1,7-2)^2] + [(1-1,4)^2] + [(1,4-1,7)^2] = 0 - 1 + 0 = -1$$

از طرفی می‌دانیم:

$$0 < (1,7-2)^2 < 1, \quad -1 < (1-1,4)^2 < 0, \quad 0 < (1,4-1,7)^2 < 1$$

برای آن که  $\sqrt{-x^2 - 3x + 1} = 0$ ، عددی حقیقی باشد، باید زیر رادیکال عددی نامنفی باشد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸



$$-x^2 - 3x + 10 \geq 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x - 2)(x + 5) \leq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 2$$

حال محدودۀ عبارت داخل جزء صحیح را می‌سازیم:

$$-5 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\times \frac{1}{3}} -\frac{5}{3} \leq \frac{1}{3}x \leq \frac{2}{3}$$

$$\xrightarrow{-\frac{1}{3}} -2 \leq \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \leq \frac{1}{3} \Rightarrow \left[ \frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \right] = -2 \text{ یا } -1 \text{ یا } 0$$

از آن جایی که توابع  $f(x)$  و  $g(x)$  با هم برابرند، می‌توانیم بنویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۹)

$$f(x) = g(x) \Rightarrow 3[x] + 5 = 5[x - 2] + 7$$

$$\Rightarrow 3[x] + 5 = 5[x] - 10 + 7 \Rightarrow 2[x] = 8 \Rightarrow [x] = 4$$

واضح است که  $f$  مقداری صحیح دارد. بنابراین داریم:

$$[x + f(x)] = [x] + f(x) = 4[x] + 5 = 4 \times 4 + 5 = 21$$

عبارت‌های صورت و مخرج را تک تک محاسبه می‌کنیم، داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۰)

$$\left[ \frac{86}{12} \right] = 7$$

$$\left[ \frac{-2143}{62} \right] = -35$$

$$\left[ \frac{447}{55} \right] = 8$$

$$\left[ \frac{-311}{21} \right] = -15 \Rightarrow \text{حاصل عبارت} = \frac{7 - (-35)}{8 + (-15)} = \frac{42}{-7} = -6$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۱)

$$\left[ x + \frac{3}{2} \right] = 3 \Rightarrow 3 \leq x + \frac{3}{2} < 4$$

$$\Rightarrow 1,5 \leq x < 2,5 \Rightarrow \begin{cases} a = 1,5 \\ b = 2,5 \end{cases} \Rightarrow a - b = -1$$



# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴

۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴