



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم تمرین کتاب فصل ۳

تلفن پنج رقمی: ۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riaz_i_jazb

توابع گویا - رادیکالی - چند ضابطه ای و دامنه ی تعریف آن ها

تمرین های کتاب - ۵۶

۱) تابع با ضابطه $f(x) = \frac{1}{x}$ و با دامنه $D_f = [-5, 5] - \{0\}$ را رسم کنید.

تمرین های کتاب - ۵۶

۲) دامنه تابع گویای با ضابطه $f(x) = \frac{x+3}{x-3}$ را به دست آورید.

تمرین های کتاب - ۵۶

۳) نمودار تابع با ضابطه $g(x) = -3 + \sqrt{x-4}$ را رسم کنید.

تمرین های کتاب - ۵۶

۴) تابعی گویا بنویسید که دامنه اش برابر $\mathbb{R} - \{-1\}$ شود.

تساوی دو تابع

۵) در هر مورد آیا دو تابع داده شده با هم برابرند؟

تمرین های کتاب - ۵۶

الف) $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

ب) $f(x) = x - 2$, $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

توابع پله ای و تابع جزء صحیح

۶) تابع پله ای روبه رو را رسم کنید.

تمرین های کتاب - ۵۶

$$f(x) = \begin{cases} 3 & x \in [0, 1) \\ 0 & x \in [1, 5] \\ 2 & x \in (6, 7] \end{cases}$$

تمرین های کتاب - ۵۶

۷) تابع با ضابطه $f(x) = [x+2]$ و دامنه $D = [-3, 3]$ را رسم کنید.

۸) حاصل عبارت های زیر را حساب کنید.

تمرین های کتاب - ۵۶ $[300, 4002]$

$[-103, 003]$

$[-2309, 54]$

تابع یک به یک

۹ نمودار تابعی با دامنه $[0, 2]$ و برد $[2, 5]$ را رسم کنید:

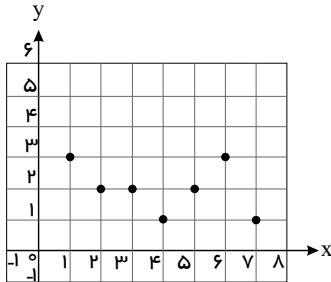
الف) به شرطی که این تابع یک به یک باشد.

ب) به شرطی که این تابع یک به یک نباشد.

تمرین های کتاب - ۶۴

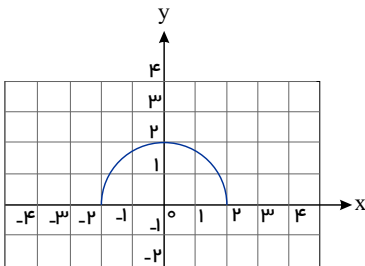
۱۰ می خواهیم با حذف تعدادی از نقاط نمودار مقابل، آن را به یک تابع یک به یک تبدیل کنیم. حداکثر چند نقطه می تواند باقی بماند؟

تمرین های کتاب - ۶۴



۱۱ با حذف بخشی از نمودار نیم دایره داده شده، نمودار یک تابع یک به یک را مشخص کنید.

تمرین های کتاب - ۶۴



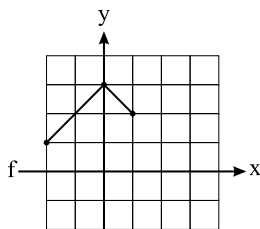
تابع وارون

۱۲ وارون تابع $f = \{(2, 3), (-2, 1), (-1, 2)\}$ را بدست آورید.

تمرین های کتاب - ۶۳

۱۳ نمودار وارون تابع داده شده در شکل مقابل را رسم کنید.

تمرین های کتاب - ۶۳



۱۴ ضابطه وارون هر یک از توابع با ضابطه‌های زیر را بیابید.

الف) $f(x) = 5x - 2$ تمرین های کتاب - ۶۴

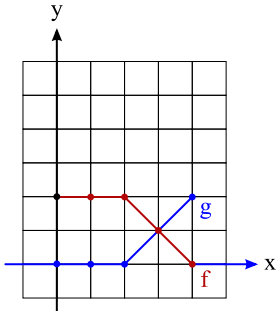
ب) $f(x) = \frac{3}{5}x + 4$

پ) $f(x) = \frac{-7x + 3}{5}$

اعمال جبری روی توابع

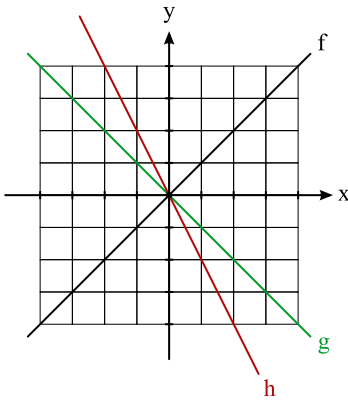
تمرین های کتاب - ۶۹

۱۵ در شکل مقابل، نمودار دو تابع f و g رسم شده است. نمودار حاصل جمع این دو تابع را به دست آورید.



۱۶ با توجه به نمودار سه تابع داده شده، مشخص کنید کدام یک از آن‌ها برابر مجموع دو تابع دیگر است؟

تمرین های کتاب - ۷۰



تمرین های کتاب - ۶۹

۱۷ در هر مورد، دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و تفریق در تابع داده شده را بیابید.

الف

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

تمرین های کتاب - ۶۹

ب

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$g(x) = x + 2$$

تمرین های کتاب - ۶۹

پ

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = -\sqrt{x}$$

تمرین های کتاب - ۶۹

ت

$$f(x) = \frac{x-2}{x+5}$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 10$$

تمرین های کتاب - ۶۹

ث

$$g = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\}$$

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\}$$

تمرین های کتاب - ۶۹

رسم توابع به کمک انتقال

تمرین های کتاب - ۶۹

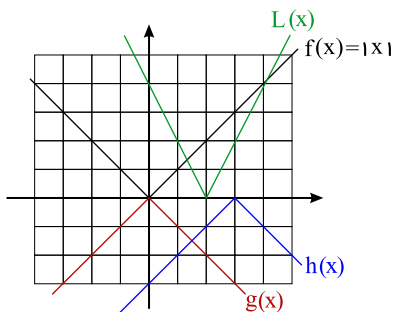
 ۱۸ با استفاده از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = |x|$ ، نمودار هر یک از توابع زیر را رسم کنید.

الف) $g(x) = -|x|$ ب) $h(x) = -|x - 3|$ پ) $l(x) = 2|x - 2|$

تمرین های کتاب - ۶۹

 ۱۹ با استفاده از نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{x}$ ، هر یک از نمودارهای زیر را رسم کنید.

الف) $r(x) = 2\sqrt{x}$ ب) $s(x) = -\sqrt{x - 2}$ پ) $t(x) = -3\sqrt{x}$
 ت) $u(x) = 1 - \sqrt{x}$ ث) $v(x) = 1 - \sqrt{x - 3}$

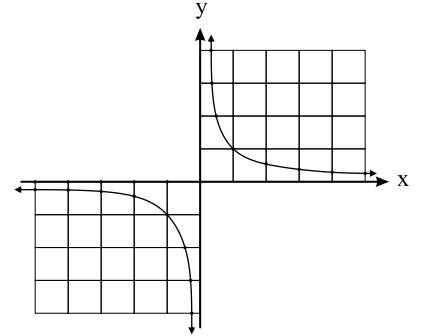


پاسخنامه تشریحی

۱

x	-۵	-۴	-۳	-۲	-۱	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$...
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	-۱	-۲	-۳	...

x	۵	۴	۳	۲	۱	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$...
$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	۱	۲	۳	...

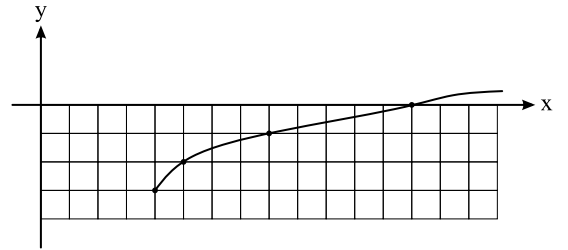


۲

$$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{3\}$$

$$g(x) = -3 + \sqrt{x - 4} \rightarrow x - 4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4 \rightarrow D_g = [4, +\infty)$$

x	y
۴	-۳
۵	-۲
۸	-۱
۱۳	۰



۳

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

الف) $f(x) = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$, $g(x) = \frac{|x|}{x}$

$$D_f = \mathbb{R} - \{0\} \quad , \quad D_g = \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow D_f = D_g$$

$$g(x) = \frac{|x|}{x} = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \rightarrow f(x) = g(x)$$

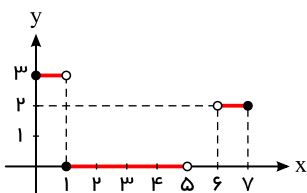
ب) $f(x) = x - 2$, $g(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

$$D_f = \mathbb{R} \quad x + 2 = 0 \rightarrow x \neq -2 \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$\rightarrow D_f \neq D_g \rightarrow$ دو تابع برابر نیستند

۴

۵



۶

۷



$$f(x) = [x + 2] = [x] + 2$$

$$-3 \leq x < -2 \rightarrow [x] = -3 \rightarrow f(x) = -1$$

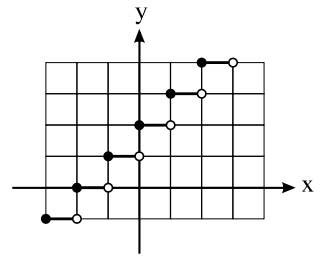
$$-2 \leq x < -1 \rightarrow [x] = -2 \rightarrow f(x) = 0$$

$$-1 \leq x < 0 \rightarrow [x] = -1 \rightarrow f(x) = 1$$

$$0 \leq x < 1 \rightarrow [x] = 0 \rightarrow f(x) = 2$$

$$1 \leq x < 2 \rightarrow [x] = 1 \rightarrow f(x) = 3$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow [x] = 2 \rightarrow f(x) = 4$$



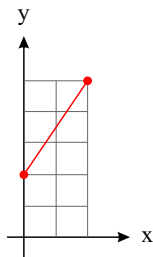
۸

$$[300, 4002] = 300$$

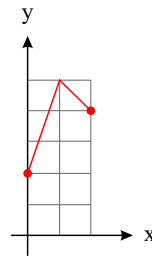
$$[-103, 003] = -104$$

$$[-2309, 54] = -2310$$

الف)



ب)

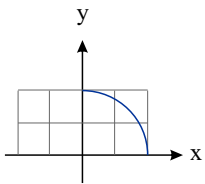


۹

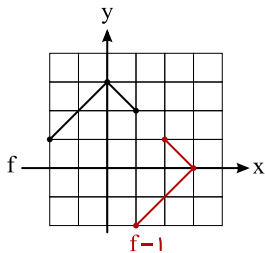
۱۰

حداکثر ۳ نقطه باقی می‌ماند.

۱۱



$$f^{-1} = \{(3, 2), (1, -2), (2, -1)\}$$



۱۲

۱۳

$$(-2, 1) \in f \rightarrow (1, -2) \in f^{-1}$$

$$(0, 3) \in f \rightarrow (3, 0) \in f^{-1}$$

$$(1, 2) \in f \rightarrow (2, 1) \in f^{-1}$$

۱۴

$$\text{الف) } f(x) = 5x - 2 \rightarrow y = 5x - 2 \rightarrow y + 2 = 5x \rightarrow x = \frac{y + 2}{5}$$

$$\rightarrow f^{-1}(y) = \frac{y + 2}{5} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x + 2}{5}$$

$$\text{ب) } f(x) = \frac{3}{5}x + 4 \rightarrow y = \frac{3}{5}x + 4 \rightarrow y - 4 = \frac{3}{5}x \rightarrow x = \frac{5(y - 4)}{3}$$

$$\rightarrow f^{-1}(y) = \frac{5(y - 4)}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{5(x - 4)}{3}$$

$$\text{پ) } f(x) = \frac{-7x + 3}{5} \rightarrow y = \frac{-7x + 3}{5} \rightarrow 5y = -7x + 3$$



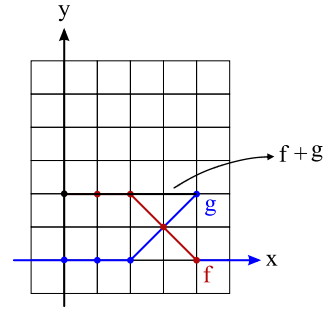
$$\rightarrow vx = -5y + 3 \rightarrow x = \frac{-5y + 3}{v} \rightarrow f^{-1}(y) = \frac{-5y + 3}{v} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-5x + 3}{v}$$

$$f = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 1), (4, 0)\}$$

$$g = \{(0, 0), (1, 0), (2, 0), (3, 1), (4, 2)\}$$

$$\rightarrow f + g = \{(0, 2), (1, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$$

۱۵



۱۶

$$f(x) = x, \quad g(x) = -x, \quad h(x) = -2x$$

$$\rightarrow -x = x + (-2x) \rightarrow g(x) = f(x) + h(x)$$

$$g(x) = (f + h)(x)$$

۱۷

الف

$$f(x) = |x|, \quad g(x) = \frac{1}{x} \quad \begin{matrix} D_f = \mathbb{R} \\ D_g = \mathbb{R} - \{0\} \end{matrix} \rightarrow D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = |x| + \frac{1}{x}, \quad D_{f+g} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = |x| - \frac{1}{x}, \quad D_{f-g} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = |x| \times \frac{1}{x} = \frac{|x|}{x}, \quad D_{f \cdot g} = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{|x|}{\frac{1}{x}} = x|x|, \quad D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{0\} - \{x|g(x) = 0\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

ب

$$f(x) = x^2 - 2 \rightarrow D_f = \mathbb{R} \rightarrow D_f \cap D_g = \mathbb{R}$$

$$g(x) = x + 2 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = x^2 - 2 + x + 2 \rightarrow (f + g)(x) = x^2 + x - 2, \quad D_{f+g} = \mathbb{R}$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = x^2 - 2 - (x + 2) \rightarrow (f - g)(x) = x^2 - x - 4, \quad D_{f-g} = \mathbb{R}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = (x^2 - 2)(x + 2) \rightarrow (f \cdot g)(x) = x^3 + 2x^2 - 2x - 4, \quad D_{f \cdot g} = \mathbb{R}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 2}{x + 2} \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 2}, \quad D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{-2\}$$

پ

$$f(x) = \sqrt{x} \rightarrow D_f = [0, +\infty) \rightarrow D_f \cap D_g = [0, +\infty)$$

$$g(x) = -\sqrt{x} \rightarrow D_g = [0, +\infty)$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \sqrt{x} + (-\sqrt{x}) = 0 \rightarrow (f + g)(x) = 0, \quad D_{f+g} = [0, +\infty)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \sqrt{x} - (-\sqrt{x}) = 2\sqrt{x} \rightarrow (f - g)(x) = 2\sqrt{x}, \quad D_{f-g} = [0, +\infty)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \sqrt{x} \times (-\sqrt{x}) = -x \rightarrow (f \cdot g)(x) = -x, \quad D_{f \cdot g} = [0, +\infty)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x}}{-\sqrt{x}} = -1 \rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(x) = -1, \quad D_{\frac{f}{g}} = (0, +\infty)$$

ت

$$f(x) = \frac{x-2}{x+5} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-5\} \rightarrow D_f \cap D_g = \mathbb{R} - \{-5\}$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 10 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x) = \frac{x-2}{x+5} + x^2 + 3x - 10, \quad D_{f+g} = \mathbb{R} - \{-5\}$$



$$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = \frac{x - 2}{x + 5} - (x^2 + 3x - 10) \quad , \quad D_{f-g} = \mathbb{R} - \{-5\}$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x) = \frac{x - 2}{x + 5} (x^2 + 3x - 10) \quad , \quad D_{f \cdot g} = \mathbb{R} - \{-5\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{x-2}{x+5}}{x^2 + 3x - 10} \quad , \quad D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{-5\} - \{x | g(x) = 0\}$$

$$\rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{-5\} - \{2, -5\} \rightarrow D_{\frac{f}{g}} = \mathbb{R} - \{2, -5\}$$

ث

$$g = \{(-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0)\} \rightarrow D_g = \{-1, 0, 2, 3\} \rightarrow D_f \cap D_g = \{0, 2, 3\}$$

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (0, -2)\} \rightarrow D_f = \{2, 3, 0\}$$

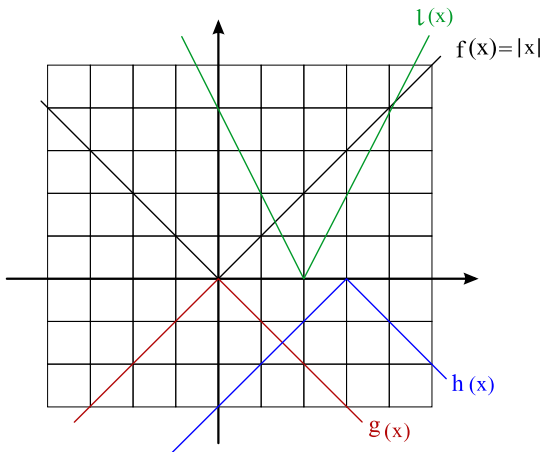
$$f + g = \{(0, -2 + 3)(2, 5 + 4)(3, 4 + 0)\} \rightarrow f + g = \{(0, 1)(2, 9)(3, 4)\}$$

$$f - g = \{(0, -2 - 3)(2, 5 - 4)(3, 4 - 0)\} \rightarrow f - g = \{(0, -5)(2, 1)(3, 4)\}$$

$$f \cdot g = \{(0, -2 \times 3)(2, 5 \times 4)(3, 4 \times 0)\} \rightarrow f \cdot g = \{(0, -6)(2, 20)(3, 0)\}$$

$$\frac{f}{g} = \left\{ \left(0, \frac{-2}{3}\right) \left(2, \frac{5}{4}\right) \left(3, \frac{4}{0}\right) \right\} \rightarrow \frac{f}{g} = \left\{ \left(0, -\frac{2}{3}\right) \left(2, \frac{5}{4}\right) \right\}$$

18



19

