



۱) در یک مثلث قائم‌الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو پاره‌خط تقسیم می‌کند که یکی ۲ واحد از دیگری بزرگ‌تر است. اگر ارتفاع وارد بر وتر $۴\sqrt{۳}$ واحد باشد، مساحت مثلث کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۳۲ $\sqrt{۳}$ (۴)

۲۸ $\sqrt{۳}$ (۳)

۲۴ $\sqrt{۳}$ (۲)

۲۰ $\sqrt{۳}$ (۱)

۲) کوچک‌ترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای که اندازه ارتفاع و میانه وارد بر وتر در آن به ترتیب $۲\sqrt{۲}$ و ۳ واحد می‌باشد، کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۳ $\sqrt{۲}$ (۴)

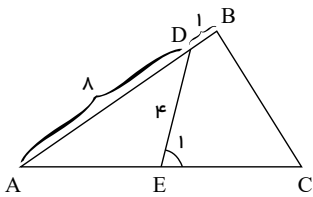
۲ $\sqrt{۶}$ (۳)

۲ $\sqrt{۳}$ (۲)

۲ $\sqrt{۲}$ (۱)

۳) در شکل زیر زاویای B و E_1 مکمل‌اند و نقطه E وسط ضلع AC است. طول ضلع BC کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۹



۶ (۱)

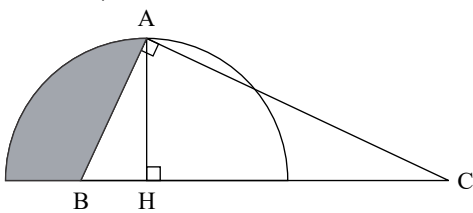
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۰ (۴)

۴) در شکل زیر رأس A از مثلث قائم‌الزاویه ABC روی نیم‌دایره‌ای به شعاع AH قرار دارد؛ اگر $AC = ۴$ و $BC = ۵$ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۹



۲,۸۸ π - ۲,۱۶ (۱)

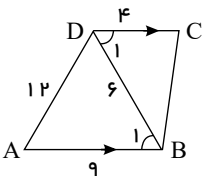
۱,۴۴ π - ۲,۱۶ (۲)

۵,۷۶ π - ۱,۰۸ (۳)

۴,۴۱ π - ۱,۰۸ (۴)

۵) در دوزنقه $ABCD$ شکل مقابل، اندازه BC کدام است؟

قلم‌چی - ۱۳۹۹



۱۲ (۲)

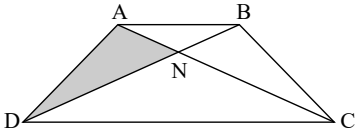
۴ (۴)

۲ (۱)

۸ (۳)

۶ اگر در دوزنقه $ABCD$ شکل زیر، $DC = \frac{3}{2}AB$ باشد، مساحت ناحیه هاشور خورده چند درصد مساحت دوزنقه است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



۱۸ (۲)

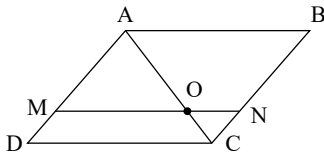
۳۶ (۱)

۲۴ (۴)

۱۲ (۳)

۷ در شکل زیر، مساحت مثلث ONC ، ۲۵ درصد مساحت مثلث OAM است، حاصل $\frac{AM}{AD}$ کدام است؟ ($ABCD$ متوازی الاضلاع و $AB \parallel MN$ است.)

قلم چی - ۱۳۹۸


 $\frac{3}{4}$ (۲)

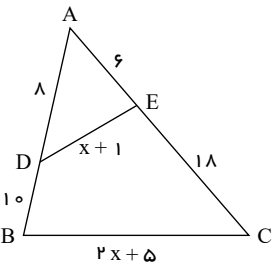
 $\frac{2}{3}$ (۱)

 $\frac{4}{5}$ (۴)

 $\frac{1}{2}$ (۳)

قلم چی - ۱۳۹۸

۸ با توجه به شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



۱ (۱)

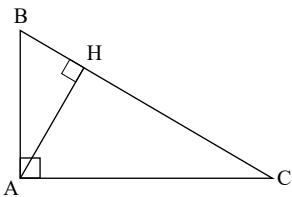
۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۸

۹ در شکل زیر، اگر $AH = ۳٫۲$ و $BH = ۱٫۶$ باشد، حاصل $AB \times AC$ کدام است؟



۶۴ (۱)

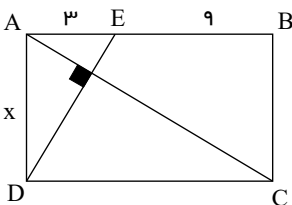
۸ (۲)

۲۵٫۶ (۳)

۱۲٫۸ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ در شکل مقابل چهار ضلعی $ABCD$ مستطیل است. مقدار x کدام است؟



۴ (۱)

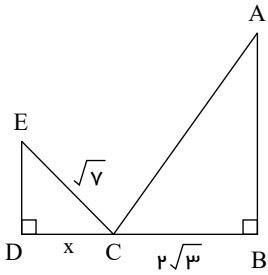
۵ (۲)

۶ (۳)

۸ (۴)

۱۱) در دو مثلث متشابه زیر، اگر $\hat{A} + \hat{E} = 90^\circ$ و نسبت مساحت مثلث کوچک‌تر به بزرگ‌تر برابر $\frac{1}{4}$ باشد، مقدار x کدام است؟

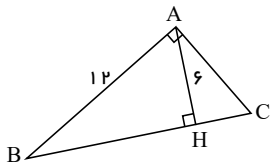
قلم‌چی - ۱۳۹۹



است؟

- ۱) ۴
 ۲) ۲
 ۳) $2\sqrt{2}$
 ۴) $\sqrt{2}$

قلم‌چی - ۱۳۹۸



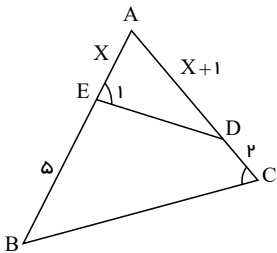
۱۲) در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، طول ضلع AC کدام است؟

- ۱) $4\sqrt{2}$
 ۲) $6\sqrt{3}$

- ۱) $4\sqrt{3}$
 ۲) $6\sqrt{2}$

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۱۳) اگر در شکل زیر $\hat{E}_1 = \hat{C}$ باشد، مساحت چهارضلعی $EDCB$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

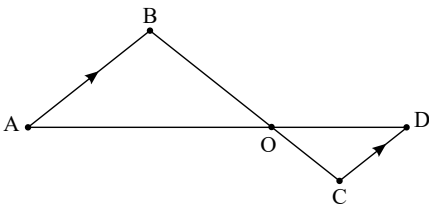


- ۱) $\frac{1}{4}$
 ۲) $\frac{1}{3}$
 ۳) $\frac{1}{2}$
 ۴) $\frac{1}{2}$

- ۱) $\frac{1}{4}$
 ۲) $\frac{3}{4}$

قلم‌چی - ۱۳۹۸

۱۴) نسبت مساحت مثلث AOB به COD برابر $\frac{9}{4}$ است. اگر $AD = 15$ باشد، چه قدر است؟



- ۱) ۳
 ۲) ۶
 ۳) ۹
 ۴) ۱۲

۱۵) اندازه دو قاعده یک دوزنقه ۸ و ۱۲ واحد و ارتفاع دوزنقه ۱۵ واحد است. فاصله محل تلاقی قطرها از قاعده بزرگ دوزنقه

قلم‌چی - ۱۳۹۸

کدام است؟

- ۱) ۱۰

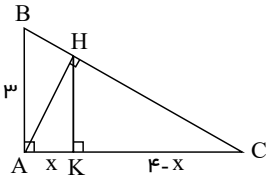
- ۲) ۶

- ۳) ۱۲

- ۴) ۹

۱۶ در شکل روبه‌رو، اندازه x کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



۱ ۲,۸۸

۲ ۱,۴۴

۳ ۱,۲

۴ ۱,۴

۱۷ در دو مثلث متشابه، نسبت مساحت مثلث‌ها $\frac{64}{121}$ است. اگر یک ضلع مثلث کوچک‌تر، ۲۴ واحد باشد، ضلع متناظر با آن در

قلم چی - ۱۳۹۹

مثلث بزرگ‌تر چند واحد است؟

۱ ۲۷

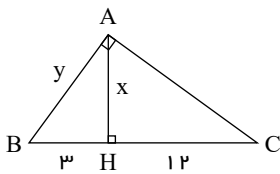
۲ ۳۰

۳ ۳۳

۴ ۳۶

۱۸ در شکل زیر، اندازه y کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



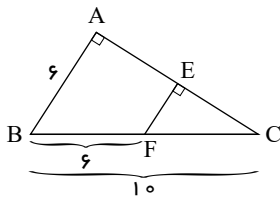
۱ $2\sqrt{5}$

۲ $3\sqrt{5}$

۳ ۶,۵

۴ ۷

۱۹ در مثلث شکل مقابل، محیط مثلث کوچک‌تر چند درصد محیط بزرگ‌ترین مثلث است؟ قلم چی - ۱۳۹۹



۱ ۳۰

۲ ۴۰

۳ ۴۵

۴ ۴۷

۲۰ در مثلث ABC ، نقاط D و E را به ترتیب روی اضلاع AB و AC به گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که $AD = AE$ باشد. در نقاط

E و D ، به ترتیب عمودهایی بر دو ضلع AC و AB رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقطه M قطع نمایند. نقطه M همواره روی

قلم چی - ۱۳۹۸

کدام یک از خطوط زیر قرار دارد؟

۱ نیم‌ساز داخلی زاویه A

۲ عمودمنصف ضلع BC

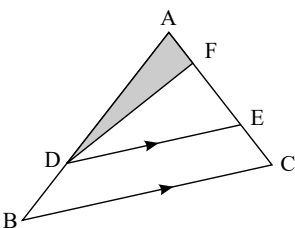
۳ ارتفاع نظیر رأس A

۴ میانه نظیر رأس A

۲۱ اگر در دوزنقه $DECB$ شکل زیر، نسبت قاعده‌ها $\frac{3}{4}$ باشد و $\frac{EF}{AF} = 2$ ، نسبت مساحت مثلث هاشورخورده به مساحت

قلم چی - ۱۳۹۸

دوزنقه کدام است؟



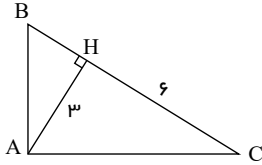
۱ $\frac{3}{7}$

۲ $\frac{4}{7}$

۳ $\frac{11}{14}$

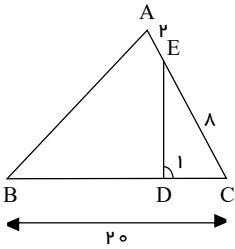
۴ $\frac{9}{14}$

قلم چی - ۱۳۹۸


 ۲۲ در شکل زیر مساحت مثلث قائم الزاویه ABC چقدر است؟

- ۱) ۱۲٫۲۵
 ۲) ۱۱٫۲۵
 ۳) ۱۱٫۵
 ۴) ۱۱

قلم چی - ۱۳۹۸


 ۲۳ در شکل مقابل، $\hat{A} = \hat{D}_1$ است. طول BD چند واحد است؟

- ۱) ۱۲
 ۲) ۱۴
 ۳) ۱۵
 ۴) ۱۶

 ۲۴ در یک مثلث قائم الزاویه، طول ارتفاع وارد بر وتر ۲۴ و نسبت دو پاره خطی که ارتفاع، بر روی وتر ایجاد کرده است، $\frac{9}{16}$ می باشد. طول ضلع کوچک این مثلث کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۸

- ۱) ۲۵ ۲) ۳۰ ۳) ۳۵ ۴) ۴۰

 ۲۵ مثلث ABC به مساحت ۹ مفروض است. از نقطه M روی ضلع BC دو خط به موازات AB و AC رسم می کنیم تا دو ضلع

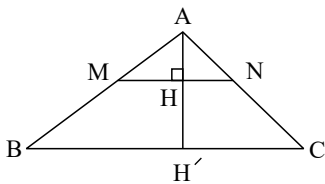
قلم چی - ۱۳۹۹

 AC و AB را به ترتیب در نقاط D و E قطع کنند. اگر $\frac{CM}{BM} = \frac{1}{2}$ باشد، مساحت $AEMD$ کدام است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

 ۲۶ در شکل زیر $MN \parallel BC$ و مساحت چهارضلعی $MNCB$ ، ۸ برابر مساحت مثلث AMN است، اگر $AH' = 12$ باشد،

قلم چی - ۱۳۹۹

 طول HH' کدام است؟


- ۱) ۴
 ۲) ۶
 ۳) ۸
 ۴) ۱۰

پاسخنامه تشریحی

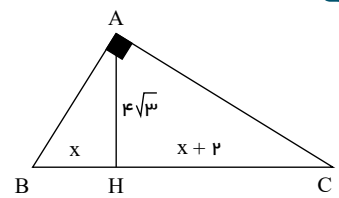
۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$AH^2 = BH \cdot HC \rightarrow (4\sqrt{3})^2 = x(x+2) \rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0 \rightarrow (x+8)(x-6) = 0$$

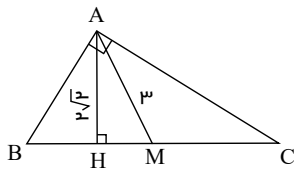
$\rightarrow x+8=0 \rightarrow x=-8$ غیر قابل قبول

$$\rightarrow x-6=0 \rightarrow x=6 \rightarrow BH=6, HC=8 \rightarrow BC=14$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AH \cdot BC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 14 \rightarrow S_{\Delta ABC} = 28\sqrt{3}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲



$AM=3$ میانه وارد بر وتر
 $\rightarrow BC=6$
 نصف وتر است.

$$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow (2\sqrt{2})^2 = BH \cdot CH \rightarrow BH \cdot CH = 8 \quad (1)$$

$$BC = BH + CH \rightarrow 6 = BH + CH \quad (2)$$

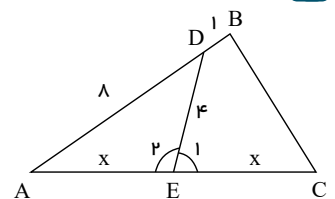
$$\xrightarrow{(1),(2)} BH(6 - BH) = 8 \rightarrow 6BH - BH^2 = 8 \rightarrow BH^2 - 6BH + 8 = 0$$

$$\rightarrow (BH - 2)(BH - 4) = 0 \rightarrow \begin{cases} BH = 2 \rightarrow AB^2 = BH^2 + AH^2 = 2^2 + (2\sqrt{2})^2 = 4 + 8 = 12 \\ BH = 4 \text{ (غیر قابل قبول)} \end{cases}$$

$$\rightarrow \boxed{AB = 2\sqrt{3}}$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} + \hat{E}_1 &= 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_2 &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{B} = \hat{E}_2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳



$$AC \text{ وسط ضلع } = E \rightarrow AE = EC = x$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{B} = \hat{E}_2 \\ \hat{A} = \hat{A} \end{aligned} \right\} \rightarrow \Delta ADE \sim \Delta ACB \rightarrow \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \rightarrow \frac{2}{BC} = \frac{4}{2x} = \frac{x}{9}$$

$$\rightarrow 2x = 2x^2 \rightarrow x^2 = 36 \rightarrow x = 6 \rightarrow \frac{4}{BC} = \frac{6}{9} \rightarrow BC = 6$$

$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \text{بنابر قضیه فیثاغورس } AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 + 4^2 = 6^2 \Rightarrow AB = 3$$

$$\hat{A} = 90^\circ, AH = \text{ارتفاع وارد بر وتر} \Rightarrow AH \cdot BC = AB \cdot AC \Rightarrow AH \times 6 = 3 \times 4 \Rightarrow AH = 2,4$$

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow 3^2 = BH \times 6 \Rightarrow BH = 1,5$$

بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

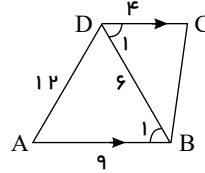
۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$S_{\triangle ABH} = \frac{1}{2} AH \cdot BH = \frac{۲,۴ \times ۱,۸}{۲} \Rightarrow S_{\triangle ABH} = ۲,۱۶$$

$$S_{\text{ربع دایره}} = \frac{\pi \cdot AH^2}{۴} = \frac{\pi \times (۲,۴)^2}{۴} \Rightarrow S_{\text{ربع دایره}} = ۱,۴۴\pi$$

$$\Rightarrow S_{\text{هائور}} = ۱,۴۴\pi - ۲,۱۶$$

با توجه به موازی بودن AB و DC و خط متقاطع BD ، زاویه‌های D_1 و B_1 با هم برابر هستند.



از طرفی داریم:

$$\frac{DC}{DB} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}, \frac{DB}{AB} = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{DC}{DB} = \frac{DB}{AB} \\ \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDC \sim \triangle ABD$$

$$\xrightarrow{\text{اجزاء متناظر}} \frac{BC}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow BC = ۸$$

$$\triangle ABN \sim \triangle DCN \rightarrow \frac{S_{\triangle ABN}}{S_{\triangle DCN}} = \left(\frac{AB}{DC}\right)^2 = \left(\frac{۲}{۳}\right)^2 = \frac{۴}{۹}$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ADC}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times h}{\frac{1}{2} DC \times h} = \frac{AB}{DC} = \frac{۲}{۳}$$

$$\rightarrow \frac{۴S + S'}{۹S + S'} = \frac{۲}{۳} \rightarrow ۱۲S + ۳S' = ۱۸S + ۲S'$$

$$\rightarrow ۶S - S' = 0 \rightarrow \boxed{S' = ۶S}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle AND}}{S_{ABCD}} = \frac{S'}{۴S + ۹S + ۲S'} = \frac{۶S}{۱۳S + ۱۲S} = \frac{۶}{۲۵} = \frac{۲۴}{۱۰۰} = \%۲۴$$

$$\left. \begin{array}{l} AD \parallel BC \\ MN = \text{مورب} \end{array} \right\} \rightarrow \hat{N}_1 = \hat{M}_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{N}_1 = \hat{M}_1 \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_r \end{array} \right\} \rightarrow \triangle OAM \sim \triangle ONC \rightarrow \frac{NC}{AM} = k \rightarrow \frac{S_{\triangle ONC}}{S_{\triangle OAM}} = k^2 = \frac{۲۵}{۱۰۰}$$

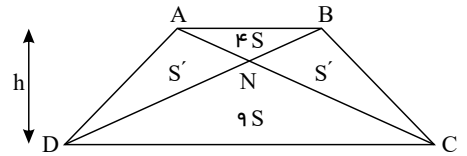
$$\rightarrow k^2 = \frac{1}{4} \rightarrow \boxed{k = \frac{1}{2}}$$

$$\frac{NC}{AM} = \frac{1}{2}, NC = MD \rightarrow \frac{MD}{AM} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{AM + MD}{AM} = \frac{۲ + 1}{۲}$$

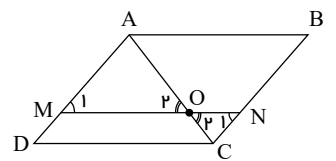
$$\rightarrow \frac{AD}{AM} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \boxed{\frac{AM}{AD} = \frac{۲}{۳}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶

و مساحت دو مثلث $\triangle AND$ و $\triangle BCN$ هم با هم برابر است و داریم:



۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۷



$$\begin{cases} \frac{EA}{AB} = \frac{AD}{AC} \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle AED \sim \triangle ABC$$

$$\Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AD}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\Rightarrow \frac{6}{18} = \frac{8}{24} = \frac{x+1}{2x+5} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{x+1}{2x+5} \Rightarrow 2x+5 = 3x+3 \Rightarrow x=2$$

$$AH^2 = BH \times CH \Rightarrow 3,2^2 = 1,6 \times CH \Rightarrow CH = 6,4$$

$$\Rightarrow BC = BH + CH = 1,6 + 6,4 = 8$$

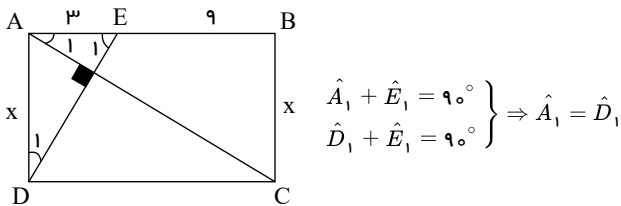
$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow AB^2 = 1,6 \times 8 \Rightarrow AB = \frac{8}{\sqrt{5}}$$

$$AC^2 = CH \times BC \Rightarrow AC^2 = 6,4 \times 8 \Rightarrow AC = \frac{16}{\sqrt{5}}$$

$$\Rightarrow AB \times AC = \frac{128}{5} = 25,6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

مطابق شکل زیر داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰



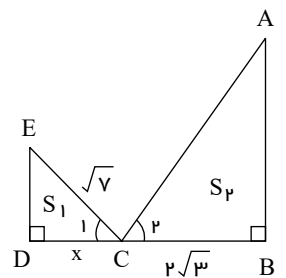
از طرفی:

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ \hat{B} = \hat{A} = 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DAE \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{AE} \Rightarrow \frac{12}{x} = \frac{x}{3} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\text{مطابق فرض سوال: } \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{نسبت تشابه اضلاع} = \frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \hat{A} + \hat{E} &= 90^\circ \\ \hat{E} + \hat{C}_1 &= 90^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow \hat{A} = \hat{C}_1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

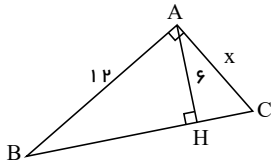


پس ضلع متناظر DE ضلع BC است. بنابر نسبت تشابه داریم:

$$\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2} \Rightarrow DE = \sqrt{3}$$

$$CDE \text{ در مثلث } (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3})^2 + DC^2 \Rightarrow DC = 2 \Rightarrow x = 2$$

طول ضلع AC را x فرض می‌کنیم و داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲



$$\triangle ABH \sim \triangle ABC \rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC} \rightarrow \frac{12}{BC} = \frac{6}{x} \rightarrow BC = 2x$$

$$\triangle ABC : AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 12^2 + x^2 = (2x)^2 \rightarrow 144 + x^2 = 4x^2 \rightarrow 144 = 3x^2$$

$$\rightarrow x^2 = 48 \rightarrow x = \sqrt{48} \rightarrow \boxed{x = 4\sqrt{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\left. \begin{matrix} \hat{E}_1 = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ADE \rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \rightarrow \frac{x+5}{x+1} = \frac{x+3}{x}$$

$$\rightarrow x(x+5) = (x+1)(x+3) \rightarrow \cancel{x^2} + 5x = \cancel{x^2} + 4x + 3 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$\rightarrow \text{نسبت تشابه } k = \frac{x+3}{x} = 2 \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = k^2 = 4 \rightarrow S_{\triangle ABC} = 4S_{\triangle ADE} \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{S_{EDCB}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} \stackrel{(1)}{=} \frac{4S_{\triangle ADE} - S_{\triangle ADE}}{4S_{\triangle ADE}} = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$\frac{S_{\triangle AOB}}{S_{\triangle COD}} = \frac{9}{4} = k^2 \rightarrow k = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{AO}{OD} = \frac{3}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \frac{AO}{OD} = \frac{3}{2} \\ AD = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2AO = 3OD \\ AO + OD = 15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3OD - 2AO = 0 \\ 2AO + 2OD = 30 \end{cases} +$$

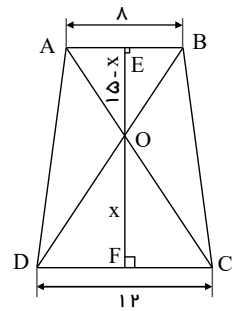
$$\Delta OD = 30 \rightarrow \boxed{OD = 6}$$

$$AB = 8, CD = 12, EF = 15 \rightarrow OF = ?$$

$$\triangle OAB \sim \triangle OCD \rightarrow \frac{AB}{CD} = \frac{OE}{OF} \rightarrow \frac{8}{12} = \frac{15-x}{x}$$

$$\rightarrow \frac{2}{3} = \frac{15-x}{x} \rightarrow 2x = 45 - 3x \rightarrow 5x = 45 \rightarrow x = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

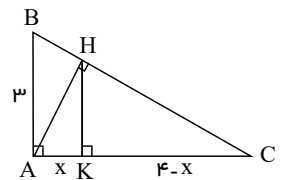


۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 3^2 + 4^2 = BC^2 \rightarrow \boxed{BC = 5}$$

$$AB \cdot AC = AH \cdot BC \rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \rightarrow \boxed{AH = 2.4}$$

$$\triangle AHC : AH^2 = AK \cdot AC \rightarrow (2.4)^2 = x \times 4 \rightarrow \boxed{x = 1.44}$$



اگر نسبت تشابه دو مثلث را k در نظر بگیریم، داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$k^2 = \frac{64}{121} \rightarrow k = \frac{8}{11}$$

$$\xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \frac{8}{11} = \frac{24}{x} \rightarrow x = 33$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$ABC : \text{رابطه طولی در مثلث قائم‌الزاویه} : AH^2 = HB \times HC \Rightarrow x^2 = 3 \times 12 = 36 \xrightarrow{x > 0} x = 6$$



$$ABH \text{ مثلث } AB^2 = AH^2 + HB^2 \Rightarrow y^2 = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45 \xrightarrow{y>0} y = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

۱۹) راه حل اول: چون زاویه های A و E برابر 90° درجه می باشند، بنابراین $AB \parallel EF$ است و از رابطه تالس استفاده می کنیم.

$$CF = 10 - 6 = 4, AC^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow AC = 8$$

بنابر تعمیم قضیه تالس داریم:

$$\text{تعمیم قضیه تالس: } \begin{cases} \frac{CF}{BC} = \frac{EF}{AB} \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{EF}{6} \Rightarrow EF = \frac{4 \times 6}{10} = 2,4 \\ \frac{CE}{AC} = \frac{CF}{BC} \Rightarrow \frac{CE}{8} = \frac{4}{10} \Rightarrow CE = \frac{4 \times 8}{10} = 3,2 \end{cases}$$

در نتیجه:

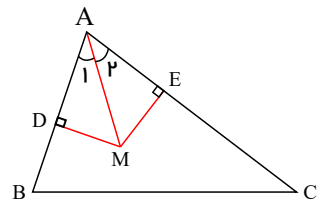
$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{4 + 2,4 + 3,2}{6 + 10 + 8} = \frac{9,6}{24} = \frac{4}{10} = 40\%$$

راه حل دوم: چون دو مثلث ABC و EFC متشابه اند، پس نسبت محیط های آن دو برابر نسبت تشابه است.

$$\frac{\text{محیط } \triangle EFC}{\text{محیط } \triangle ABC} = \frac{FC}{BC} = \frac{10 - 6}{10} = \frac{4}{10} = 40\%$$

۲۰) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\left. \begin{array}{l} AD = AE \\ \hat{D} = \hat{E} = 90^\circ \\ AM = \text{مشترک} \end{array} \right\} \rightarrow \triangle AMD \cong \triangle AEM \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$$



پس نقطه M روی نیمساز داخلی زاویه A قرار دارد.

۲۱) ۱ ۲ ۳ ۴

$$DE \parallel BC, \frac{DE}{BC} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{16 - 9} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DECB}} = \frac{9}{7} \quad (1)$$

$$\frac{EF}{AF} = 2 \rightarrow \frac{EF + AF}{AF} = \frac{2 + 1}{1} \rightarrow \frac{AE}{AF} = 3 \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ADF}} = 3 \rightarrow \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle DECB}} \times \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{7} \times \frac{1}{3} \rightarrow \frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle DECB}} = \frac{3}{7}$$

۲۲) ۱ ۲ ۳ ۴

$$BH \cdot HC = AH^2 \rightarrow BH \times 6 = 3^2 \rightarrow \boxed{BH = 1,5}$$

$$\rightarrow BC = BH + HC = 1,5 + 6 \rightarrow \boxed{BC = 7,5}$$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{3 \times 7,5}{2} = \frac{22,5}{2} = 11,25$$

۲۳) ۱ ۲ ۳ ۴

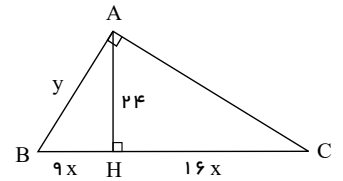
$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{D}_1 \\ \hat{C} = \hat{C} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{به حالت دو زاویه}} \triangle ABC \sim \triangle DEC \Rightarrow \frac{AC}{DC} = \frac{BC}{EC} \Rightarrow \frac{10}{DC} = \frac{20}{8} \Rightarrow DC = 4$$

$$\rightarrow BD = BC - DC = 20 - 4 \rightarrow BD = 16$$



$$\frac{BH}{CH} = \frac{9}{16} \rightarrow BH = 9x, CH = 16x$$

$$AH^2 = BH \cdot CH \rightarrow 24^2 = 9x \cdot 16x$$

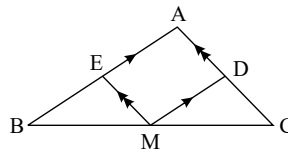


$$\rightarrow x^2 = \frac{24 \times 24}{16 \times 9} = 4 \rightarrow x = 2, \quad BH = 9x \stackrel{x=2}{=} 9 \times 2 \rightarrow BH = 18$$

$$\rightarrow AB^2 = AH^2 + BH^2 \rightarrow y^2 = 24^2 + 18^2 \rightarrow y^2 = (4 \times 6)^2 + (3 \times 6)^2$$

$$\rightarrow y = 5 \times 6 \rightarrow y = 30$$

با توجه به شکل داریم:



$$\frac{CM}{BM} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{CM}{CB} = \frac{1}{3}$$

$$DM \parallel AB \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{CD}{CA} = \frac{DM}{AB} = \frac{CM}{CB} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \triangle CDM \sim \triangle ABC \rightarrow \frac{S_{\triangle CDM}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\rightarrow S_{\triangle CDM} = \frac{1}{9} S_{\triangle ABC} \quad (1)$$

از طرفی:

$$\frac{BM}{CM} = 2 \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$EM \parallel AC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{BE}{BA} = \frac{EM}{AC} = \frac{BM}{BC} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \triangle BEM \sim \triangle ABC$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle BEM}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \rightarrow S_{\triangle BEM} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} \quad (2)$$

در نتیجه داریم:

$$S_{\triangle AEMD} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle CDM} + S_{\triangle BEM})$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} S_{\triangle AEMD} = \frac{4}{9} S_{\triangle ABC} \xrightarrow{S_{\triangle ABC}=9} S_{\triangle AEMD} = 4$$

چون $MN \parallel BC$ است. بنابراین طبق قضیه اساسی تشابه مثلث‌ها، دو مثلث ABC و AMN متشابه‌اند. بنابراین داریم:

$$\frac{S_{\triangle MNCB}}{S_{\triangle AMN}} = \frac{S_{\triangle ABC} - S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMN}} = 8 \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AMN}} - \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle AMN}} = 8$$



$$\Rightarrow \frac{S_{\Delta ABC}}{S_{\Delta AMN}} = 9 \Rightarrow \frac{AH'}{AH} = 3 \Rightarrow \frac{12}{AH} = 3 \Rightarrow AH = 4 \Rightarrow HH' = AH' - AH = 12 - 4 = 8$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴