



قلم چی - ۱۳۹۸

۱) اگر $\frac{2m+n}{3m-n} = \frac{3}{2}$ باشد، آنگاه نسبت n به m کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{5}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) ۱ ۴) ۳ ۵) $\frac{3}{4}$

۲) روی قاعده‌های AB و CD از یک دوزنقه به ترتیب نقاط E و F به گونه‌ای انتخاب شده‌اند که $\frac{DF}{DC} = \frac{2}{9}$ و $\frac{AE}{BE} = \frac{3}{7}$

باشد. اگر نسبت مساحت دوزنقه $AEFD$ به مساحت دوزنقه $EBCF$ برابر $\frac{1}{3}$ باشد، نسبت قاعده‌های دوزنقه $ABCD$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{11}{15}$ ۳) $\frac{7}{45}$ ۴) $\frac{5}{9}$

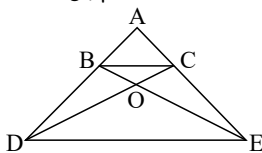
قلم چی - ۱۳۹۹

۳) اگر $\frac{b}{a+b} = \frac{2a}{5+2a}$ باشد، نسبت $\frac{b}{a}$ برابر کدام است؟

- ۱) $1,6$ ۲) $3,2$ ۳) $6,4$ ۴) ۳

۴) در شکل زیر، $BC \parallel DE$ و $\frac{AB}{AD} = \frac{1}{4}$ است. مساحت مثلث متساوی‌الساقین ABC ($AB = AC$) چند برابر مساحت مثلث OBC است؟

قلم چی - ۱۳۹۸

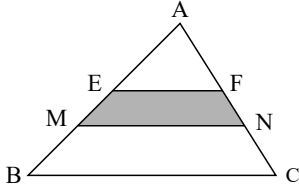


- ۱) $\frac{3}{5}$ ۲) $\frac{4}{2}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{2}{4}$



۵ در شکل زیر، اگر $\frac{AE}{BE} = \frac{BM}{AM} = \frac{CN}{AN} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{3}$ باشد، مساحت چهارضلعی هاشورخورده چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

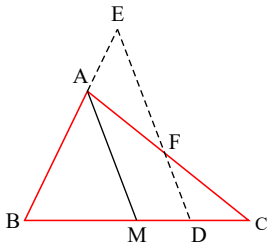
$$\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

قلم چی - ۱۳۹۸

۶ در شکل زیر، DE موازی میانه AM است و $3AB = 2AC$ ، حاصل $\frac{AE}{AF}$ کدام است؟



$$\frac{2}{4} \quad (2)$$

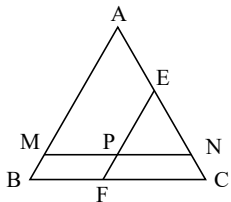
$$\frac{2}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

$$1 \quad (3)$$

۷ در مثلث ABC داریم: $BC = 8$ و $AC = 6$ ، خط MN به موازات BC و به طول ۶ رسم شده است و خط EF به موازات AB از وسط MN گذشته است. طول EC کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۸



$$3,75 \quad (2)$$

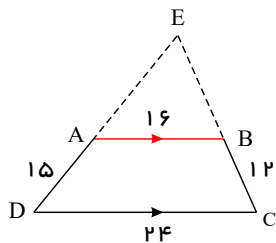
$$2 \quad (4)$$

$$3,25 \quad (1)$$

$$2,5 \quad (3)$$

قلم چی - ۱۳۹۸

۸ در شکل مقابل، محیط مثلث CDE کدام است؟



$$70 \quad (1)$$

$$75 \quad (2)$$

$$90 \quad (3)$$

$$105 \quad (4)$$

۹ اگر بخواهیم حکم «اگر x عدد گنگ باشد، آن گاه $6x + 3x^2 -$ همواره عددی گویا است.» را رد کنیم، از کدام عدد زیر به عنوان مثال نقض استفاده می‌کنیم؟

قلم چی - ۱۳۹۹

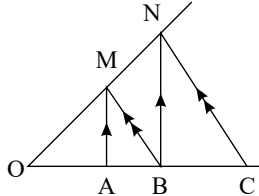
۲ + $\sqrt{2}$ (۴)

۱ + $\sqrt{2}$ (۳)

۱ - $\sqrt{2}$ (۲)

۳ + $\sqrt{4}$ (۱)

قلم چی - ۱۳۹۹



۱۰ در شکل مقابل اگر $OA = 4$ و $AC = 12$ باشد، اندازه OB کدام است؟

۱۱ (۲)

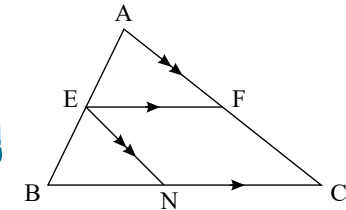
۸ (۱)

۷ (۴)

۱۶ (۳)

۱۱ در مثلث اندازه اضلاع $3AB = 2AC = BC + 2 = 6$ است. اگر $EF \parallel BC$ و $EN \parallel AC$ باشند به طوری که

قلم چی - ۱۳۹۹



باشد، $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{5}$ محیط چهارضلعی $EFCN$ کدام است؟

۷٫۲ (۱)

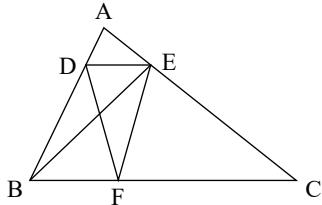
۶٫۲ (۲)

۴٫۹ (۳)

۶٫۸ (۴)

۱۲ در شکل مقابل، $BC = 6$ و $AD = 1$ است. اگر BE و DF عمودمنصف‌های یکدیگر باشند، اندازه CF کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



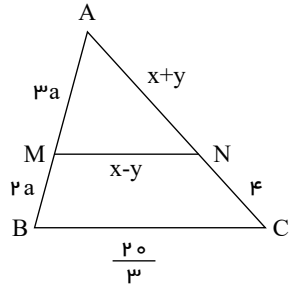
۲ (۱)

۳٫۵ (۲)

۵ (۳)

۴ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۱۳ در شکل مقابل $MN \parallel BC$ است. حاصل $2x + 3y$ است؟

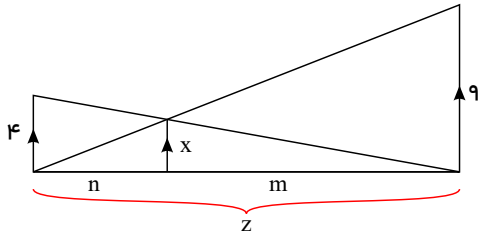
۱۱ ۱

۱۲ ۲

۱۳ ۳

۱۴ ۴

قلم چی - ۱۳۹۸


 ۱۴ در شکل زیر مقدار x کدام است؟

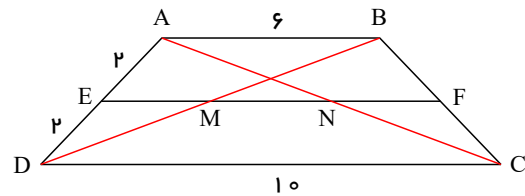
۱۳ ۲

۱۸ ۴

۱۳ ۱

۳۶ ۳

قلم چی - ۱۳۹۸

 ۱۵ در شکل زیر $ABCD$ دوزنقه و پاره خط EF موازی دو قاعده است. حاصل $\frac{MN}{EF}$ کدام است؟


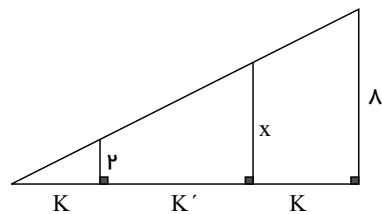
۱ ۲

۲ ۴

۱ ۱

۲ ۳

قلم چی - ۱۳۹۸


 ۱۶ در مثلث قائم الزاویه زیر، مقدار x کدام است؟

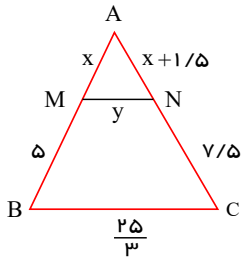
۴ ۱

۵ ۲

۶ ۳

۷ ۴

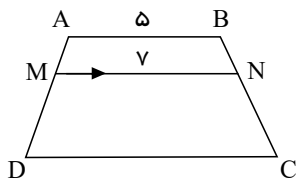
قلم چی - ۱۳۹۸


 ۱۷ در شکل زیر $MN \parallel BC$ است. حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۱) ۶
 ۲) ۶٫۵
 ۳) ۷٫۵
 ۴) $\frac{۴۹}{۸}$

 ۱۸ در دوزنقه $ABCD$ پاره خط MN موازی قاعده‌ها رسم شده و $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ است. طول قاعده DC کدام است؟

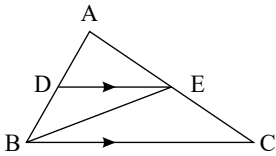
قلم چی - ۱۳۹۸



- ۱) $\frac{۳۴}{۷}$
 ۲) $\frac{۳۹}{۷}$
 ۳) ۱۳
 ۴) ۱۴

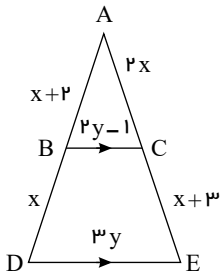
 ۱۹ در شکل روبه‌رو پاره خط DE با ضلع BC موازی است. اگر $\frac{BD}{AB} = \frac{3}{7}$ باشد، آنگاه مساحت $\triangle ADE$ چند برابر مساحت $\triangle BDE$ است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



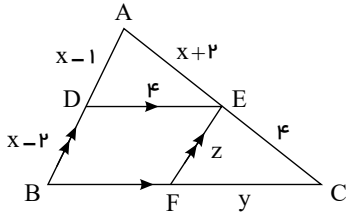
- ۱) $\frac{۵}{۴}$
 ۲) $\frac{۷}{۴}$
 ۳) $\frac{۴}{۳}$
 ۴) ۲

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۲۰ با توجه به شکل روبه‌رو، محیط دوزنقه $BCED$ کدام است؟

- ۱) ۳۱٫۵
 ۲) ۳۲٫۵
 ۳) ۳۳٫۵
 ۴) ۳۴٫۵

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۱ در شکل مقابل $DE \parallel BC$ و $EF \parallel AB$ است. در این صورت $x + y + z$ کدام است؟


۹ (۲)

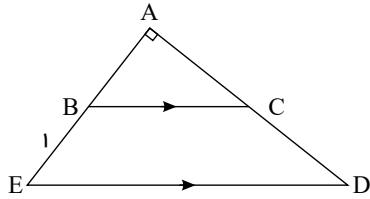
 ۲۰ (۱)
۳

۸ (۴)

 ۲۶ (۳)
۳

 ۲۲ در شکل زیر $DE \parallel BC$ ، مساحت مثلث ABC برابر ۵۴، $\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ و $BE = 1$ است. محیط مثلث ADE کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



۵۰ (۲)

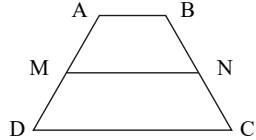
۴۰ (۱)

۳۵ (۴)

۴۵ (۳)

 ۲۳ در دوزنقه شکل زیر، $AM = MD$ و $MN \parallel AB$ و $AB = \frac{1}{3}DC$ است، مساحت دوزنقه $ABNM$ چند برابر مساحت دوزنقه $MNCD$ است؟

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۳ (۴)
۵

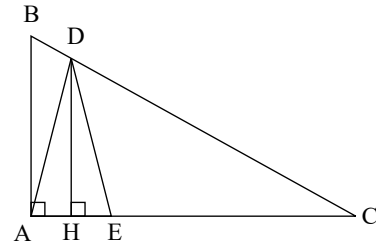
 ۲ (۳)
۴

 ۱ (۲)
۵

۱ (۱)

 ۲۴ در شکل زیر $AD = DE = 5\sqrt{2}$ به نحوی رسم شده‌اند که $\frac{CE}{AE} = 3$ است. اگر $AB = 8$ باشد، مساحت مثلث قائم‌الزاویه ABC کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



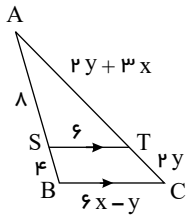
۱۶ (۱)

۳۲ (۲)

۴۸ (۳)

۶۴ (۴)

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۲۵ در شکل زیر، $ST \parallel BC$ است. حاصل $x + y$ کدام است؟

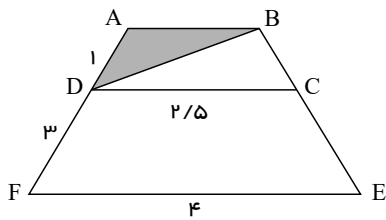
۵ (۲)

۳ (۱)

۹ (۴)

۷ (۳)

قلم چی - ۱۳۹۸

 ۲۶ در شکل زیر، مساحت ناحیه هاشورخورده، چه کسری از مساحت ذوزنقه $ABEF$ است؟ ($DC \parallel EF$)

 $\frac{1}{3}$ (۲)

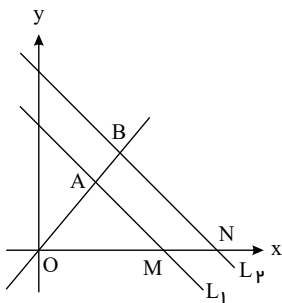
 $\frac{1}{6}$ (۱)

 $\frac{1}{24}$ (۴)

 $\frac{1}{12}$ (۳)

 ۲۷ خطی که از مبدأ می‌گذرد، دو خط موازی $L_1: x + y = 3$ و $L_2: x + y = 5$ را به ترتیب در نقاط A و B قطع می‌کند.

قلم چی - ۱۳۹۹


 اگر مساحت مثلث OAM برابر ۳ باشد، مساحت مثلث OBN برابر کدام است؟

 $\frac{25}{3}$ (۱)

۵ (۲)

۱۰ (۳)

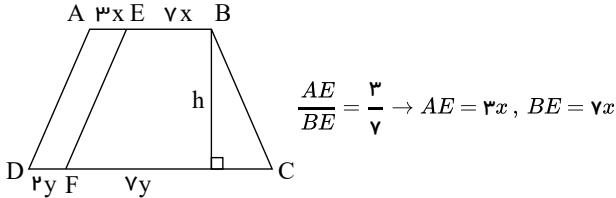
۸ (۴)

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\frac{2m+n}{3m-n} = \frac{3}{2} \rightarrow 2m+n = 9m-3n \rightarrow 5n = 5m \rightarrow \frac{n}{m} = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲



$$\frac{AE}{BE} = \frac{2}{1} \rightarrow AE = 2x, BE = x$$

$$\frac{DF}{DC} = \frac{2}{3} \rightarrow DF = 2y, FC = y$$

$$\frac{S_{AEFD}}{S_{EBCF}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}(2x+x)h}{\frac{1}{2}(x+x+y)h} = \frac{1}{3} \rightarrow 3x+2y = x+y+y$$

$$2x = y \rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{10x}{9y} = \frac{10}{9} \times \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{AB}{DC} = \frac{5}{9}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

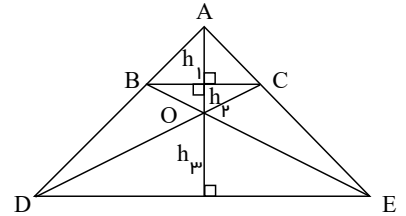
$$\frac{b}{a+b} = \frac{2a}{5+2a} \rightarrow 2a(a+b) = b(5+2a) \rightarrow 2a^2 + 2ab = 5b + 2ab \rightarrow \frac{b}{a} = \frac{16}{5} = 3.2$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$BC \parallel DE \rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE} = \frac{h_1}{h_1+h_2+h_3} = \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\triangle OBC \sim \triangle ODE \rightarrow \frac{BC}{DE} = \frac{h_2}{h_2} = \frac{1}{4} \rightarrow h_2 = 4h_3 \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow \frac{h_1}{h_1+h_2+4h_3} = \frac{1}{4} \rightarrow 4h_1 = h_1 + 5h_3 \rightarrow 3h_1 = 5h_3$$



$$\rightarrow \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3} \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle OBC}} = \frac{\frac{1}{2}BC \times h_1}{\frac{1}{2}BC \times h_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{5}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\frac{AE}{BE} = \frac{AF}{CF} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{AE}{AE+BE} = \frac{AF}{AF+CF} = \frac{1}{1+2} \rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AE}{AB}\right)^2 = \frac{1}{9} \quad (1)$$

$$\frac{BM}{AM} = \frac{CN}{AN} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{BM+AM}{AM} = \frac{CN+AN}{AN} = \frac{1+2}{2} \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{3}$$

$$\rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \frac{4}{9} \quad (2)$$



$$(۱), (۲) \rightarrow \frac{S_{\triangle EFN}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} - \frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{۹}{۱۶} - \frac{۱}{۱۶} = \frac{۸}{۱۶} = \frac{۱}{۲}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\left. \begin{array}{l} \triangle BED: AM \parallel DE \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{BM}{MD} \\ \triangle AMC: DF \parallel AM \rightarrow \frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MD} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{میانها} = AM \\ BM = MC \end{array} \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AE}{AF} = \frac{AB}{AC} \\ ۲AB = ۲AC \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{۲}{۳} \end{array} \right\} \rightarrow \frac{AE}{AF} = \frac{۲}{۳}$$

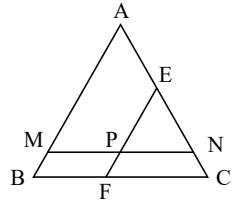
$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{AN}{۶} = \frac{۶}{۸} \rightarrow \boxed{AN = ۴,۵}$$

$$AN + NC = AC \rightarrow ۴,۵ + NC = ۶ \rightarrow \boxed{NC = ۱,۵}$$

$$EP \parallel AM \rightarrow \frac{NE}{NA} = \frac{NP}{NM} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \frac{NE}{۴,۵} = \frac{۱}{۲} \rightarrow \boxed{NE = ۲,۲۵}$$

$$EC = EN + NC = ۲,۲۵ + ۱,۵ \rightarrow \boxed{EC = ۳,۷۵}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷



۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$AB \parallel DC \rightarrow \frac{EA}{ED} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{EA}{EA + ۱۵} = \frac{۱۶}{۲۴} \rightarrow ۳EA = ۲EA + ۳۰ \rightarrow \boxed{EA = ۳۰}$$

$$\frac{EA}{AD} = \frac{EB}{BC} \rightarrow \frac{۳۰}{۱۵} = \frac{EB}{۱۲} \rightarrow \boxed{EB = ۲۴}$$

$$P_{\triangle CDE} = CD + ED + EC = ۲۴ + (۳۰ + ۱۵) + (۲۴ + ۱۲) = ۱۰۵$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

گزینه ۱: $x = ۳ + \sqrt{۴} = ۵ \Rightarrow x \neq$ گنگ

گزینه ۲: $x = ۱ - \sqrt{۲} \Rightarrow -۳(۱ - \sqrt{۲})^۲ + ۶(۱ - \sqrt{۲}) = -۳(۱ + ۲ - ۲\sqrt{۲}) + ۶(۱ - \sqrt{۲}) = -۹ + ۶\sqrt{۲} + ۶ - ۶\sqrt{۲} = -۳$ گویا

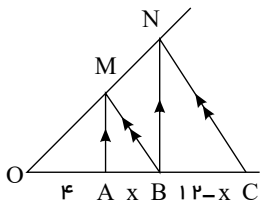
گزینه ۳: $x = ۱ + \sqrt{۲} \Rightarrow -۳(۱ + \sqrt{۲})^۲ + ۶(۱ + \sqrt{۲}) = -۳(۱ + ۲ + ۲\sqrt{۲}) + ۶(۱ + \sqrt{۲}) = -۹ - ۶\sqrt{۲} + ۶ + ۶\sqrt{۲} = -۳$ گویا

گزینه ۴: $x = ۲ + \sqrt{۲} \Rightarrow -۳(۲ + \sqrt{۲})^۲ + ۶(۲ + \sqrt{۲}) = -۳(۴ + ۲ + ۴\sqrt{۲}) + ۶(۲ + \sqrt{۲}) = -۱۸ - ۱۲\sqrt{۲} + ۱۲ + ۶\sqrt{۲} = -۶ - ۶\sqrt{۲}$ گنگ

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

قضیه تالس: $AM \parallel BN \rightarrow \frac{OM}{MN} = \frac{OA}{AB} \Rightarrow \frac{OA}{AB} = \frac{OB}{BC} \Rightarrow \frac{۴}{x} = \frac{۴+x}{۱۲-x}$

قضیه تالس: $BM \parallel CN \rightarrow \frac{OM}{MN} = \frac{OB}{BC}$



$$\rightarrow ۴(۱۲-x) = x(۴+x) \rightarrow ۴۸ - ۴x = ۴x + x^2$$

$$\rightarrow x^2 + ۸x - ۴۸ = 0 \rightarrow (x-۴)(x+۱۲) = 0$$

$$\begin{cases} x = -۱۲ \text{ غیر قابل قبول} \\ x = ۴ \rightarrow OB = ۴ + x = ۴ + ۴ \end{cases} \rightarrow OB = ۸$$

$$۲AB = ۲AC = BC + ۲ = ۶ \rightarrow AB = ۲, AC = ۳, BC = ۴$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

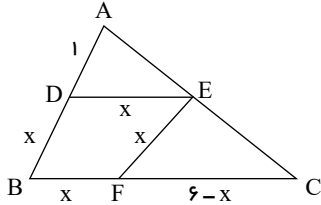


$$\text{تعمیم قضیه تالس: } EF \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{EF}{4} \rightarrow EF = \frac{12}{5}$$

$$\text{تعمیم قضیه تالس: } EN \parallel AC \Rightarrow \frac{BE}{AB} = \frac{EN}{AC} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{EN}{3} \rightarrow EN = \frac{6}{5}$$

$$EFCN = \text{متوازی الاضلاع} \rightarrow EFCN \text{ محیط} = 2(EF + EN) = 2\left(\frac{12}{5} + \frac{6}{5}\right) = \frac{36}{5} = 7,2$$

اگر FD و BE عمود منصف یکدیگر باشند، آنگاه $DEFB$ لوزی است و داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۲)



$$\text{تعمیم قضیه تالس: } DE \parallel BC \rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{1}{x+1} = \frac{x}{6} \rightarrow x^2 + x = 6$$

$$\rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \rightarrow (x-2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 & \text{غیر قابل قبول} \\ x = 2 \end{cases} \rightarrow CF = 6 - x = 4 \rightarrow CF = 4$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق قضیه تالس}} \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{3a}{2a} = \frac{x+y}{4} \Rightarrow x+y = 6 \quad (1)$$

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{طبق تعمیم قضیه تالس}} \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{3a}{5a} = \frac{x-y}{\frac{20}{3}} \Rightarrow x-y = 4 \quad (2)$$

در نتیجه از (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow x=5, y=1$$

$$\Rightarrow 2x + 3y = 10 + 3 = 13$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

$$\begin{cases} \frac{m}{x} = \frac{z}{4} \\ \frac{n}{x} = \frac{z}{9} \end{cases} \rightarrow \frac{m}{x} + \frac{n}{x} = \frac{z}{4} + \frac{z}{9} \rightarrow \frac{m+n}{x} = \frac{13z}{36}$$

$$\xrightarrow{m+n=z} \frac{z}{x} = \frac{13z}{36} \rightarrow \frac{1}{x} = \frac{13}{36} \rightarrow x = \frac{36}{13}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$EN \parallel DC \rightarrow \frac{AE}{AD} = \frac{EN}{DC} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{EN}{10} \rightarrow \boxed{EN = 5}$$

$$EM \parallel AB \rightarrow \frac{DE}{DA} = \frac{EM}{AB} \rightarrow \frac{2}{4} = \frac{EM}{6} \rightarrow \boxed{EM = 3}$$

$$EM + MN = EN \rightarrow 3 + MN = 5 \rightarrow \boxed{MN = 2}$$

$$AB \parallel CD \parallel EF \rightarrow \frac{AE}{ED} = \frac{BF}{FC} = 1$$

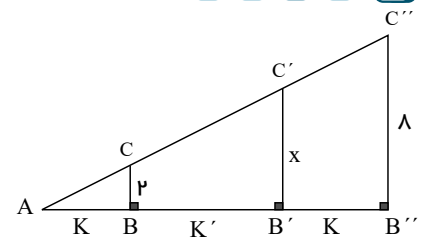
$$NF \parallel AB \rightarrow \frac{CF}{CB} = \frac{NF}{AB} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{NF}{6} \rightarrow \boxed{NF = 3}$$

$$EF = EN + NF \rightarrow EF = 5 + 3 \rightarrow \boxed{EF = 8} \rightarrow \frac{MN}{EF} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$\left. \begin{aligned} BC \parallel B''C'' &\rightarrow \frac{K}{2K+K'} = \frac{2}{8} \\ B'C'' \parallel B''C'' &\rightarrow \frac{K+K'}{2K+K'} = \frac{x}{8} \end{aligned} \right\}$$

$$\rightarrow \frac{K}{2K+K'} + \frac{K+K'}{2K+K'} = \frac{2}{8} + \frac{x}{8} \rightarrow \frac{2K+K'}{2K+K'} = \frac{2+x}{8} \rightarrow \frac{2+x}{8} = 1 \rightarrow \boxed{x = 6}$$



$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \rightarrow \frac{x}{5} = \frac{x+1,5}{7,5} \rightarrow 7,5x = 5x + 7,5$$

$$\rightarrow 2,5x = 7,5 \rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$MN \parallel BC \rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{3}{8} = \frac{y}{\frac{25}{3}} \rightarrow \boxed{y = \frac{25}{8}}$$

$$\rightarrow x + y = 3 + \frac{25}{8} = \frac{49}{8}$$

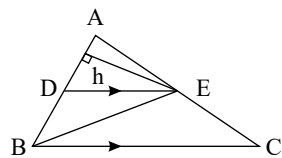
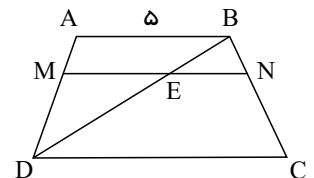
$$\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{3}{4}$$

$$\triangle ABD : ME \parallel AB \rightarrow \frac{MD}{AD} = \frac{ME}{AB}$$

$$\rightarrow \frac{3}{4} = \frac{ME}{5} \rightarrow \boxed{ME = \frac{15}{4}}$$

$$ME + NE = 7 \rightarrow NE = 7 - \frac{15}{4} \rightarrow \boxed{NE = \frac{13}{4}}$$

$$\triangle BDC : EN \parallel DC \rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{EN}{DC} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{\frac{13}{4}}{DC} \rightarrow \boxed{DC = 13}$$



$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle BDE}} = \frac{\frac{1}{2}AD \times h}{\frac{1}{2}BD \times h} = \frac{4}{3} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{3}{7} \Rightarrow \frac{BD}{AD + DB} = \frac{3}{7} \Rightarrow 7BD = 3AD + 3DB = 4BD \Rightarrow 3AD = 4BD$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{4}{3}$$

$$\text{قضیه تالس} : BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{x+2}{x} = \frac{2x}{x+3} \Rightarrow (x+2)(x+3) = 2x(x) \Rightarrow x^2 + 5x + 6 = 2x^2 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \rightarrow AB=8, BD=6, AC=12, CE=9 \\ x=-1 \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$\text{تعمیم قضیه تالس} : BC \parallel DE \Rightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE} \Rightarrow \frac{8}{14} = \frac{12}{21} = \frac{2y-1}{3y}$$

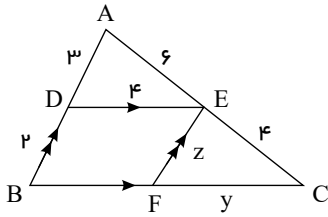
$$\rightarrow \frac{4}{7} = \frac{2y-1}{3y} \rightarrow 12y = 14y - 7 \rightarrow 2y = 7 \rightarrow y = 3,5$$

$$\rightarrow BC = 6, DE = 10,5 \rightarrow BC + CE + ED + DB = 6 + 9 + 10,5 + 6 = 31,5$$

$$\text{قضیه تالس} : DE \parallel BC : \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \Rightarrow \frac{x-1}{x-2} = \frac{x+2}{4}$$

$$\rightarrow x^2 - 4 = 4x - 4 \rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \text{ غیر قابل قبول} \\ x=4 \end{cases}$$

شکل با در نظر گرفتن $x = 4$ به صورت زیر می‌شود.

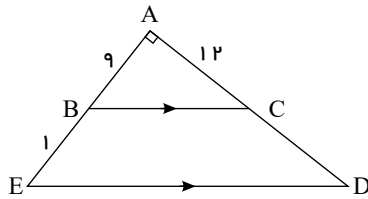

 $DEFB = \text{متوازی الاضلاع} \Rightarrow Z = 2, BF = 4$

$$\text{قضیه تالس: } EF \parallel AB \rightarrow \frac{CE}{AE} = \frac{CF}{BF} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{y}{4} \rightarrow y = \frac{8}{3} \rightarrow x + y + z = 4 + \frac{8}{3} + 2 = 6 + \frac{8}{3} = \frac{26}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \rightarrow AB = 3x, AC = 4x, S_{\triangle ABC} = 54$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} AB \times AC = 54 \rightarrow \frac{3x \times 4x}{2} = 54 \rightarrow 6x^2 = 54 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = 3, AB = 9, AC = 12$$



$$\triangle ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow 9^2 + 12^2 = BC^2 \rightarrow BC = 15$$

$$\text{تعمیم قضیه تالس: } \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{ED} \rightarrow \frac{9}{1} = \frac{12}{AD} = \frac{15}{ED} \rightarrow AD = \frac{120}{9} \rightarrow AD = \frac{40}{3}, ED = \frac{150}{9} \rightarrow ED = \frac{50}{3}$$

$$\text{محیط } \triangle ADE = AE + AD + DE = 10 + \frac{40}{3} + \frac{50}{3} = \frac{120}{3} \rightarrow \text{محیط } \triangle ADE = 40$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

دو ساق AD و BC را امتداد می دهیم تا در نقطه E به هم برسند و داریم:

$$AB \parallel DC \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EA}{ED} = \frac{AB}{DC} = \frac{1}{3} \rightarrow ED = 3EA \quad (1)$$

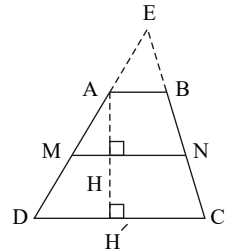
$$ED = EA + AD = ED + 2AM \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow EA = AM = MD$$

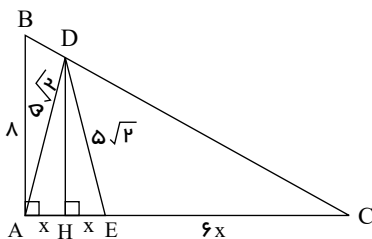
$$\text{طبق قضیه تالس: } \frac{AM}{MD} = \frac{AH}{HH'} \xrightarrow{AM=MD} AH = HH' \quad (3)$$

$$AB \parallel MN \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{EA}{EM} = \frac{AB}{MN} = \frac{1}{2} \rightarrow MN = 2AB \quad (4)$$

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{\frac{1}{2}(AB + MN)AH}{\frac{1}{2}(MN + CD)HH'} \stackrel{(3)}{=} \frac{AB + MN}{MN + CD} \stackrel{(4)}{=} \frac{AB + 2AB}{2AB + 3AB} = \frac{3}{5}$$



با توجه به شکل زیر داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴



$$AD = DE \Rightarrow \triangle ADE = \text{مثلث متساوی الساقین}$$

$$\Rightarrow AH = HE = x \Rightarrow AE = 2x$$

$$\text{بنابر فرض سؤال: } \frac{CE}{AE} = 3 \rightarrow \frac{CE}{2x} = 3 \Rightarrow CE = 6x$$



$\triangle ADH$ بنابر قضیه فیثاغورس : $AD^2 = AH^2 + DH^2 \rightarrow (5\sqrt{2})^2 = x^2 + 7^2 \rightarrow 50 = x^2 + 49 \rightarrow x = 1$

$\rightarrow AC = 8x = 8 \Rightarrow$ مساحت مثلث : $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times AC = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 32$

بنابر شکل و قضیه تالس داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{AS}{BS} = \frac{AT}{CT} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{2y+3x}{2y}$

$\Rightarrow 4y = 2y + 3x \Rightarrow 2y = 3x \quad (1)$

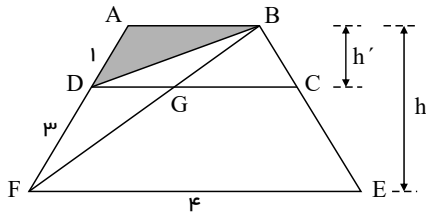
$ST \parallel BC \xrightarrow{\text{تعمیم تالس}} \frac{AS}{AB} = \frac{ST}{BC} \Rightarrow \frac{8}{12} = \frac{6}{6x-y}$

$\Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{6}{6x-y} \Rightarrow 6x-y=9 \quad (2)$

$\xrightarrow{(2),(1)} \begin{cases} 2y-3x=0 \\ 6x-y=9 \end{cases} \Rightarrow x=2, y=3 \Rightarrow x+y=5$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶



$\left. \begin{aligned} \triangle ABF: DG \parallel AB \rightarrow \frac{FD}{FA} = \frac{DG}{AB} \rightarrow \frac{DG}{AB} = \frac{3}{4} \rightarrow DG = \frac{3}{4} AB \\ \triangle BEF: GC \parallel FE \rightarrow \frac{BC}{BE} = \frac{GC}{FE} \rightarrow \frac{GC}{FE} = \frac{1}{4} \rightarrow GC = \frac{1}{4}(4) = 1 \\ \rightarrow DG + GC = \frac{3}{4} AB + 1 = \frac{5}{4} \rightarrow \frac{3}{4} AB = \frac{5}{4} \rightarrow \boxed{AB = 2} \end{aligned} \right\}$

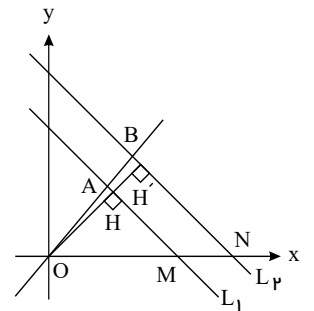
$AB \parallel DC \rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{AD}{AF} \rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{4}$

$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BEF}} = \frac{\frac{1}{2} AB \times h'}{\frac{1}{2} (AB + EF) \times h} = \frac{AB}{AB + EF} \times \frac{h'}{h} = \frac{2}{2+4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

$L_1: x + y = 3 \rightarrow M(3, 0)$

$L_2: x + y = 5 \rightarrow N(5, 0)$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷



$L_1 \parallel L_2 \xrightarrow{\text{تعمیم قضیه تالس}} \frac{OM}{ON} = \frac{OH}{OH'} = \frac{AM}{BN} = \frac{3}{5}$

$\rightarrow \frac{S_{\triangle OBN}}{S_{\triangle OAM}} = \frac{\frac{1}{2} BN \times OH'}{\frac{1}{2} AM \times OH} = \frac{BN}{AM} \times \frac{OH'}{OH} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{9}$

$\rightarrow \frac{S_{\triangle OBN}}{3} = \frac{25}{9} \rightarrow S_{\triangle OBN} = \frac{25}{3}$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴

۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴

۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴