



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم فصل ۱ درس ۳

تلفن پنج رقمی: ۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb

معادلات گویا

قلم چی- ۱۳۹۹

۱ حاصل ضرب جواب‌های معادله $\frac{1}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+2} = \frac{7}{x^2+6}$ ، کدام است؟

۲۵- (۴)

۴- (۳)

۱۶- (۲)

۶- (۱)

۲ اگر هر دو شیر استخری باز باشند، استخر در سه ساعت پر می‌شود. در صورتی که شیر بزرگ‌تر به تنهایی باز باشد ۲۰ دقیقه زودتر از شیر کوچک استخر را پر می‌کند. شیر کوچک‌تر به تنهایی استخر را تقریباً در چند ساعت پر می‌کند؟

قلم چی- ۱۳۹۹

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۳ تعداد جواب‌های معادله $\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{12}{-x^2-6x}$ کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۴ مجموع معکوس دو عدد طبیعی زوج متوالی، ۷ برابر اختلاف معکوس آن‌هاست، عدد بزرگ‌تر کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۸ (۲)

۱۰ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۵ مجموع جواب‌های معادله $\frac{7}{x^2-9} + \frac{x-2}{3-x} = 1$ کدام است؟

$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۶ اگر $x = 1$ یکی از ریشه‌های معادله $\frac{a}{x+1} = \frac{a-2x}{x^2+1} + \frac{3a-2}{x^2-x+1}$ باشد، ریشه دیگر این معادله کدام است؟

معادله ریشه دیگری ندارد. (۴)

$x = -\frac{1}{2}$ (۳)

$x = \frac{3}{4}$ (۲)

$x = -1$ (۱)

معادلات رادیکالی (گنگ) (اصم)

قلم چی - ۱۳۹۹

۷ اگر $x = 4$ یکی از جواب‌های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۴ جواب دیگر ندارد.

۳ ۳

۲ ۲

۱ $\frac{1}{2}$

خارج از کشور - ۱۳۸۷

۸ معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب‌ها چگونه است؟

۴ جواب ندارد

۳ دو جواب با علامت مخالف

۲ دو جواب هم‌علامت

۱ یک جواب

قلم چی - ۱۳۹۹

۹ اختلاف مربعات ریشه‌های معادله $\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-3} = -1$ کدام است؟

۴ ۸

۳ ۳۲

۲ ۱۶

۱ ۱۲

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x+2} - \sqrt{2x-3} = 1$ کدام است؟

۴ ۱

۳ ۲

۲ ۳

۱ صفر

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ تعداد جواب‌های معادله $\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x^2+4x+3} = 0$ کدام است؟

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱

۱ صفر

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲ مجموع جواب‌های معادله $x = \sqrt{3x-2}$ کدام است؟

۴ ۴

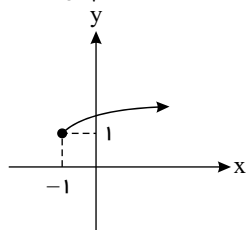
۳ ۳

۲ $\frac{2}{3}$

۱ $\frac{3}{2}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳ نمودار تابع $f(x) = a + \sqrt{x+b}$ به صورت زیر است. $f(a+b)$ کدام است؟



۱ ۲

۲ $1 + \sqrt{3}$

۳ ۳

۴ $1 + \sqrt{2}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\frac{1}{x^2+1} + \frac{3}{x^2+2} = \frac{7}{x^2+6} \rightarrow x^2+1=t \geq 1$$

$$\rightarrow \frac{1}{t} + \frac{3}{t+1} = \frac{7}{t+5} \xrightarrow{\times t(t+1)(t+5)} (t+1)(t+5) + 3t(t+5) = 7t(t+1)$$

$$\rightarrow t^2 + 6t + 5 + 3t^2 + 15t = 7t^2 + 7t \rightarrow 3t^2 - 14t - 5 = 0$$

$$(3t+1)(t-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} t-5=0 \rightarrow t=5 \\ 3t+1=0 \rightarrow t=-\frac{1}{3} \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

$$t=5 \rightarrow x^2+1=5 \rightarrow x^2-4=0 \rightarrow x=2, x=-2 \rightarrow \text{حاصل ضرب جوابها} : 2(-2) = -4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

۳= زمان با هر دو شیر (ساعت)، $x - \frac{1}{3}$ = زمان شیر بزرگتر (ساعت)، x = زمان شیر کوچکتر (ساعت)

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x - \frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{x - \frac{1}{3} + x}{x(x - \frac{1}{3})} = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 6x - 1 = x^2 - \frac{x}{3} \rightarrow x^2 - \frac{19}{3}x + 1 = 0 \xrightarrow{\times 3} 3x^2 - 19x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-19)^2 - 4(3)(3) = 325 \rightarrow x = \frac{19 \pm \sqrt{325}}{6} \approx \frac{19 \pm 18}{6} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{6} \text{ غیر قابل قبول} \\ x = \frac{37}{6} \approx 6 \text{ ساعت} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$\left(\frac{3}{x+3} - \frac{2}{x} = \frac{-12}{x(x+6)}\right) \times x(x+3)(x+6) \rightarrow 3x(x+6) - 2(x+3)(x+6) = -12(x+3)$$

$$\rightarrow 3x^2 + 18x - 2x^2 - 18x - 36 = -12x - 36 \rightarrow x^2 + 12x = 0$$

$$\rightarrow x(x+12) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=0 \rightarrow \text{ریشه مخارج است و قابل قبول نیست.} \\ x+12=0 \rightarrow x=-12 \end{cases}$$

۴ دو عدد طبیعی زوج متوالی را به صورت x و $x+2$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = 7\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right) \xrightarrow{\times x(x+2)} x+2+x = 7(x+2-x) \rightarrow 2x+2=14 \rightarrow 2x=12 \rightarrow x=6, x+2=8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\frac{7}{x^2-9} + \frac{x-2}{3-x} = 1 \Rightarrow \frac{7}{(x-3)(x+3)} + \frac{-x+2}{x-3} - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{7 + (-x+2)(x+3) - (x-3)(x+3)}{(x-3)(x+3)} = 0$$

$$7 - x^2 - 3x + 2x + 6 - x^2 + 9 = 0$$

$$\Rightarrow -2x^2 - x + 22 = 0, \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(-2)(22) = 1 + 176 = 177$$

$$\Delta > 0 \rightarrow \text{مجموع جوابها} : S = -\frac{b}{a} = \frac{-(-1)}{(-2)} = -\frac{1}{2}$$

اگر کسی برابر صفر باشد، آنگاه صورت کسر برابر صفر است:



دقت کنید چون $\sqrt{\Delta} = \sqrt{177}$ گنگ است و بنابراین جوابها گنگ و مخالف ± 3 هستند، پس جوابها قابل قبول اند.

$x = 1$ باید در معادله صدق کند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۶**

$$\begin{aligned} \frac{a}{2} &= \frac{a-2}{2} + \frac{3a-2}{1} \xrightarrow{\times 2} a = a-2 + 6a-4 \Rightarrow a=1 \\ \frac{1}{x+1} &= \frac{1-2x}{x^2+1} + \frac{1}{x^2-x+1} \Rightarrow \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x^2-x+1} = \frac{1-2x}{x^2+1} \\ \Rightarrow \frac{x^2-x+1-x-1}{x^2+1} &= \frac{1-2x}{x^2+1} \xrightarrow{x \neq -1} x^2-2x = 1-2x \\ \Rightarrow x^2-1 &= 0 \Rightarrow (x-1)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$x_1 = -1$ مخرج را صفر می کند و قابل قبول نیست. پس معادله ریشه دیگری به جز $x = 1$ ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$x = 4 \Rightarrow 4 + a = \sqrt{20 - 16} \Rightarrow a = -2$$

$x = 4$ ریشه‌ی معادله است، پس در معادله صدق می کند:

$$x - 2 = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \Rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \Rightarrow \frac{9}{2} \xrightarrow{x_1=4} 4 + x_2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{1}{2}$$

$x_2 = \frac{1}{2}$ در معادله صدق نمی کند ($x - 2 = \sqrt{5x - x^2}$) پس به عنوان ریشه محسوب نمی شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4x - 3 = 4 + 9x^2 - 12x$$

$$\rightarrow 9x^2 - 16x + 7 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{c}{a} = \frac{7}{9} \end{cases}$$

باید امتحان کنیم که جوابهای بدست آمده در معادله‌ی داده شده صدق می کنند یا خیر.

$$x = 1 \xrightarrow{\text{معادله}} 3 - 2 + \sqrt{4 - 3} = 0 \rightarrow 1 + 1 = 0 \rightarrow \text{نا درست}$$

$$x = \frac{7}{9} \xrightarrow{\text{معادله}} \frac{7}{3} - 2 + \sqrt{\frac{28}{9} - 3} = 0 \rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0 \rightarrow \text{نا درست}$$

بنابراین معادله فاقد جواب است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\sqrt{x-2} - \sqrt{2x-3} = -1 \rightarrow \sqrt{x-2} + 1 = \sqrt{2x-3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} x - 2 + 1 + 2\sqrt{x-2} = 2x - 3 \rightarrow x - 1 + 2\sqrt{x-2} = 2x - 3$$

$$\rightarrow 2\sqrt{x-2} = x - 2 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4(x-2) = x^2 - 4x + 4$$

$$\rightarrow 4x - 8 = x^2 - 4x + 4 \rightarrow x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$\rightarrow (x-2)(x-6) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases}$$

$$\text{اختلاف مربعات ریشه‌ها} = 6^2 - 2^2 = 32$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\sqrt{x+2} - 1 = \sqrt{2x-3} \xrightarrow{\text{توان ۲}} x + 2 + 1 - 2\sqrt{x+2} = 2x - 3$$

$$\rightarrow x + 3 - 2x + 3 = 2\sqrt{x+2} \rightarrow 2\sqrt{x+2} = 6 - x \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4(x+2) = 36 + x^2 - 12x \rightarrow x^2 - 16x + 28 = 0$$

$$\rightarrow (x-2)(x-14) = 0 \rightarrow \begin{cases} \text{قق ق} & x = 2 \\ \text{غ ق ق} & x = 14 \end{cases}$$

مجموع دو عبارت رادیکالی با فرجه زوج برابر صفر است، پس معادله زمانی جواب دارد که هر دو رادیکال هم زمان صفر شوند: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱**



$$\left. \begin{aligned} (1) \quad x^2 + 3x = 0 &\Rightarrow x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \end{cases} \\ (2) \quad x^2 + 4x + 3 = 0 &\Rightarrow (x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (1) \cap (2) = \{-3\}$$

پس تنها $x = -3$ جواب معادله است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$x = \sqrt{3x-2} \Rightarrow x^2 = 3x-2$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{ق ۱} \\ x = 2 & \text{ق ۲} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع جوابها} = 1 + 2 = 3$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار، دامنه تابع $x \geq -1$ است. با توجه به ضابطه تابع، دامنه تابع برابر است با:

$$x + b \geq 0 \Rightarrow x \geq -b \xrightarrow{x \geq -1} b = 1$$

از طرفی با توجه به نمودار $f(-1) = 1$ پس:

$$\begin{aligned} f(x) = a + \sqrt{x+b} &\Rightarrow f(-1) = a + \sqrt{-1+b} = 1 \xrightarrow{b=1} a = 1 \Rightarrow f(x) = 1 + \sqrt{x+1} \Rightarrow a+b = 2 \\ \Rightarrow f(a+b) = f(2) &= 1 + \sqrt{2+1} = 1 + \sqrt{3} \end{aligned}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴

۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---