



مهدی شاکریان

نام آزمون: یازدهم تمرینهای فصل ۱ درس ۱

تلفن پنج رقمی: ۰۵۱-۳۸۱۱۷

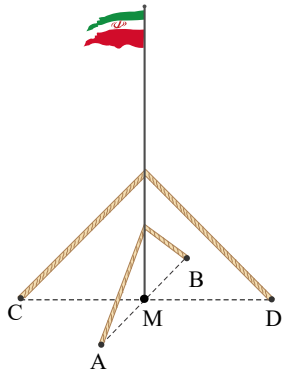
تلگرام: riazi\_jazb

## مفاهیم مربوط به نقطه

- ۱ دو نقطه  $A(14, 3)$  و  $B(10, -13)$  را در نظر بگیرید. فاصله مبدأ مختصات را از وسط پاره خط  $AB$  بدست آورید. تمرین های کتاب- ۹
- ۲ نشان دهید مثلث با رأس های  $A(1, 2)$  و  $B(2, 5)$  و  $C(4, 1)$  یک مثلث متساوی الساقین قائم الزاویه است. تمرین های کتاب- ۹
- ۳ دو انتهای یکی از قطرهای دایره ای نقاط  $A(2, -2)$  و  $B(6, 4)$  هستند. الف - اندازه شعاع و مختصات مرکز دایره را بیابید. ب - آیا نقطه  $C(7, 3)$  بر روی محیط این دایره قرار دارد؟ چرا؟ تمرین های کتاب- ۹
- ۴ طول جغرافیایی تبریز تقریباً ۴۶ درجه شرقی و عرض جغرافیایی آن حدود ۳۸ درجه شمالی است. برای راحتی، می توانیم موقعیت این شهر را به طور خلاصه، به صورت  $(46, 38)$  نشان دهیم. این اطلاعات درباره چهار به صورت  $(61, 25)$  است. با فرض اینکه مسافت فیزیکی هر درجه طول جغرافیایی همانند مسافت فیزیکی هر درجه عرض جغرافیایی برابر ۱۱۰ کیلومتر باشد، مطلوب است محاسبه فاصله تقریبی این دو شهر. تمرین های کتاب- ۱۰
- ۵ نقاط  $A(2, 0)$ ،  $B(5, 4)$  و  $C(-2, 3)$  را در نظر بگیرید: الف - محیط مثلث  $ABC$  را بدست آورید. ب -  $ABC$  چه نوع مثلثی است؟ پ - مساحت مثلث  $ABC$  را بدست آورید. تمرین های کتاب- ۶
- ۶ نقاط  $A(2, 3)$  و  $B(-1, 0)$  و  $C(1, -2)$  سه رأس از مستطیل  $ABCD$  هستند. مختصات رأس چهارم مستطیل را بیابید. تمرین های کتاب- ۹

۷) یک میله پرچم، مطابق شکل توسط کابل‌هایی به چهار نقطه  $A(-3, -2)$  و  $B(5, 2)$  و  $C(0, 1)$  و  $D$  در زمین محکم شده است، به طوری که فاصله هر یک از چهار نقطه تا پای میله برابر است با فاصله نقطه مقابل آن تا پای میله، مختصات نقطه  $D$  را بدست آورید.

تمرین های کتاب-۹



تمرین های کتاب-۷

۸) مثلث با رأس‌های  $A(1, 9)$ ،  $B(3, 1)$  و  $C(7, 11)$  را در نظر بگیرید.

الف - مختصات  $M$ ، نقطه وسط ضلع  $BC$  را مشخص کنید.

ب - طول میانه  $AM$  را محاسبه کنید.

پ - معادله میانه  $AM$  را بدست آورید.

تمرین های کتاب-۷

۹) الف - نقطه  $N(5, -4)$  وسط پاره‌خط واصل بین دو نقطه  $A$  و  $B(7, -2)$  است. مختصات نقطه  $A$  را بیابید.

ب - قرینه نقطه  $C(1, 2)$  نسبت به نقطه  $M(-1, 4)$  را بدست آورید.

## بررسی اوضاع نسبی دو خط

۱۰) وضعیت هر جفت از خطوط زیر را نسبت به هم مشخص کنید.

$$L : 2x - y = 1 \quad T : y = 2x - 3 \quad \Delta : x + 2y = 0$$

تمرین های کتاب-۹

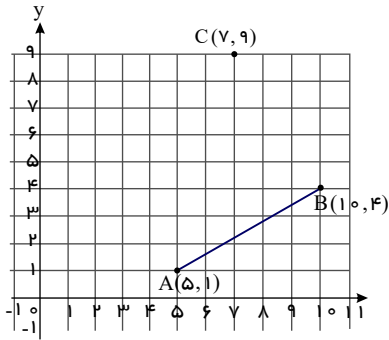
تمرین های کتاب-۴

۱۱) خط  $L$  به معادله  $2y - 3x = 1$  و خط  $T$  با عرض از مبدأ  $5$  به معادله  $y = mx + 5$  را در نظر بگیرید.

الف -  $m$  را طوی بیابید که خط  $T$  با خط  $L$  موازی باشد.

ب - به ازای چه مقداری از  $m$ ، دو خط بر یکدیگر عمودند؟

۱۲) مربع  $ABCD$  در ناحیهٔ اول صفحهٔ مختصات واقع است، به طوری که  $A(5, 1)$  و  $B(10, 4)$  دو رأس مجاور آن هستند. الف - تمرین های کتاب- ۴ شیب ضلع  $AB$  را بنویسید.



ب - شیب ضلع  $AD$  را حساب کنید و معادلهٔ این ضلع را بنویسید.

پ - اگر بدانیم نقطهٔ  $C(7, 9)$  رأس سوم مربع است، مختصات رأس  $D$  را بیابید.  
ت) مربع را به طور کامل رسم کنید.

### فاصله ها

۱۳) یکی از اضلاع مربعی بر خط  $L: y = 2x - 1$  واقع است. اگر  $A(3, 0)$  یکی از رئوس این مربع باشد، مساحت آن را بدست آورید.

تمرین های کتاب- ۹

۱۴) فاصلهٔ نقطهٔ  $P(7, -4)$  را از هر یک از خطوط با معادله های زیر بدست آورید.

تمرین های کتاب- ۹

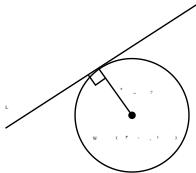
الف)  $L: 2x + y = 5$

ب)  $T: x = 5$

پ)  $\Delta: y = 0$

تمرین های کتاب- ۹

۱۵) خط  $L: 3x - 4y = 0$  بر دایره ای به مرکز  $W(2, -1)$  مماس است. شعاع دایره را بیابید.



تمرین های کتاب- ۹

۱۶) نشان دهید دو خط با معادلات  $5x - 12y + 8 = 0$  و  $10x + 24y + 10 = 0$  با یکدیگر موازی اند.

ب - فاصلهٔ این دو خط را محاسبه کنید.

## پاسخنامه تشریحی

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow x_M = 12 \\ y_M &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 - 13}{2} \rightarrow y_M = -5 \end{aligned} \right\} \rightarrow M(12, -5)$$

$$OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow OM = 13$$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 2)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{1 + 9} \rightarrow AB = \sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(1 - 4)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{9 + 1} \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(2 - 4)^2 + (5 - 1)^2} = \sqrt{4 + 16} \rightarrow BC = \sqrt{20}$$

$AB = AC$  ,  $AB^2 + AC^2 = BC^2 \rightarrow$  متساوی الساقین قائم الزاویه  $\triangle ABC$

الف)  $AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 6)^2 + (-2 - 4)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52}$

$\rightarrow AB = \sqrt{4 \times 13} = 2\sqrt{13}$  ,  $AB = 2R \rightarrow 2\sqrt{13} = 2R \rightarrow R = \sqrt{13}$

$$\left. \begin{aligned} x_O &= \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4 \\ y_O &= \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 4}{2} = 1 \end{aligned} \right\} \rightarrow O(4, 1)$$

مرکز دایره

ب)  $OC = \sqrt{(x_O - x_C)^2 + (y_O - y_C)^2} = \sqrt{(4 - 7)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{9 + 4} = \sqrt{13}$

$OC = \sqrt{13} \rightarrow OC = R \rightarrow$  نقطه  $C$  روی محیط دایره قرار دارد

تبریز  $A(46, 38)$  و چابهار  $B(61, 25)$

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(46 - 61)^2 + (38 - 25)^2} = \sqrt{225 + 169}$$

$$\rightarrow AB = \sqrt{394} \rightarrow AB \approx 19,85$$

$\rightarrow$  فاصله تبریز تا چابهار  $\approx 19,85 \times 110 \approx 2183,5 km$

الف)

$$AB = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{(2 - 5)^2 + (0 - 4)^2} = \sqrt{9 + 16} \rightarrow AB = 5$$

$$AC = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(2 - (-2))^2 + (0 - 3)^2} = \sqrt{16 + 9} \rightarrow AC = 5$$

$$BC = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(5 - (-2))^2 + (4 - 3)^2} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50}$$

$$\rightarrow BC = 5\sqrt{2}$$

$$\triangle ABC \text{ محیط} = P = AB + AC + BC = 5 + 5 + 5\sqrt{2} \rightarrow P = 10 + 5\sqrt{2}$$

ب)

$$\left. \begin{aligned} m_{AB} &= \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{0 - 4}{2 - 5} = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3} \\ m_{AC} &= \frac{y_A - y_C}{x_A - x_C} = \frac{0 - 3}{2 - (-2)} = \frac{3}{-4} \end{aligned} \right\} m_{AB} \cdot m_{AC} = \frac{4}{3} \times \frac{-3}{4} = -1$$

$\rightarrow AB \perp AC \rightarrow \hat{A} = 90^\circ \rightarrow \triangle ABC$  قائم الزاویه متساوی الساقین

پ)  $S_{\triangle ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{5 \times 5}{2} \rightarrow S_{\triangle ABC} = 12,5$

۱

۲

۳

۴

۵

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \rightarrow \begin{cases} 2 + 1 = -1 + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 4 \\ y_D = 1 \end{cases} \rightarrow D(4, 1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-3 + 5}{2} = 1 \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow M(1, 0)$$

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_C + x_D}{2} \rightarrow \begin{cases} 1 = \frac{0 + x_D}{2} \rightarrow x_D = 2 \\ 0 = \frac{1 + y_D}{2} \rightarrow y_D = -1 \end{cases} \rightarrow D(2, -1) \end{cases}$$

$$\text{الف) } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{3 + 7}{2} \rightarrow x_M = 5 \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1 + 11}{2} \rightarrow y_M = 6 \end{cases} \rightarrow M(5, 6)$$

$$\text{ب) } AM = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2} = \sqrt{(1 - 5)^2 + (9 - 6)^2} = \sqrt{16 + 9} \rightarrow AM = 5$$

$$\text{پ) } m_{AM} = \frac{y_A - y_M}{x_A - x_M} = \frac{9 - 6}{1 - 5} = \frac{3}{-4}$$

$$\rightarrow y - y_A = m_{AM}(x - x_A) \rightarrow y - 9 = -\frac{3}{4}(x - 1) \rightarrow y - 9 = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{4} + 9 \rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{39}{4}$$

الف)

$$\left. \begin{aligned} x_N &= \frac{x_A + x_B}{2} \rightarrow 5 = \frac{x_A + 7}{2} \rightarrow 10 = x_A + 7 \rightarrow x_A = 3 \\ y_N &= \frac{y_A + y_B}{2} \rightarrow -4 = \frac{y_A - 2}{2} \rightarrow -8 = y_A - 2 \rightarrow y_A = -6 \end{aligned} \right\} \rightarrow A(3, -6)$$

ب) قرینه نقطه C نسبت به نقطه M نقطه D است، بطوری که M وسط پاره خط DC است.

$$\left. \begin{aligned} x_M &= \frac{x_C + x_D}{2} \rightarrow -1 = \frac{1 + x_D}{2} \rightarrow -2 = 1 + x_D \rightarrow x_D = -3 \\ y_M &= \frac{y_C + y_D}{2} \rightarrow 4 = \frac{2 + y_D}{2} \rightarrow 8 = 2 + y_D \rightarrow y_D = 6 \end{aligned} \right\} \rightarrow D(-3, 6)$$

$$L: 2x - 1 = y \rightarrow y = 2x - 1 \rightarrow m_L = 2$$

$$T: y = 2x - 3 \rightarrow m_T = 2$$

$$\Delta: x + 2y = 0 \rightarrow 2y = -x \rightarrow y = -\frac{1}{2}x \rightarrow m_\Delta = -\frac{1}{2}$$

$$m_L = m_T \rightarrow L \text{ و } T \text{ موازی هستند}$$

$$m_L \cdot m_\Delta = -1 \rightarrow \Delta \text{ و } L \text{ عمود بر هم هستند}$$

$$m_T \cdot m_\Delta = -1 \rightarrow \Delta \text{ و } T \text{ عمود بر هم هستند}$$

$$2y - 3x = 1 \rightarrow 2y = 3x + 1 \rightarrow y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow m' = \frac{3}{2}$$

$$\text{الف) دو خط موازی} \rightarrow m = m' \rightarrow m = \frac{3}{2}$$

$$\text{ب) دو خط عمود} \rightarrow m \cdot m' = -1 \rightarrow m = \frac{-1}{m} \rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$\text{الف) } m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{1 - 4}{5 - 10} = \frac{-3}{-5} \rightarrow m_{AB} = \frac{3}{5}$$

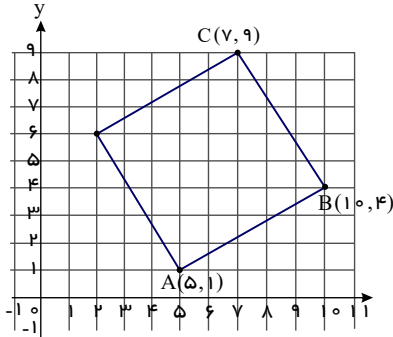


ب)  $AB \perp AD \rightarrow m_{AD} \cdot m_{AB} = -1 \rightarrow m_{AD} = \frac{-1}{m_{AB}} = \frac{-1}{\frac{3}{5}} \rightarrow m_{AD} = -\frac{5}{3}$

پ) مربع نوعی از متوازی‌الاضلاع است و داریم:

$$\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5 + 7 = 10 + x_D \\ 1 + 9 = 4 + y_D \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 2 \\ y_D = 6 \end{cases} \rightarrow D(2, 6)$$

ت)



۱۳) فاصله هر رأس مربع از ضلع مقابل برابر طول مربع است پس فاصله نقطه A از خط L برابر طول ضلع مربع است.

$$y = 2x - 1 \rightarrow 2x - y - 1 = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(5) - 1(1) - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \rightarrow d = \sqrt{5}$$

$$S = (\sqrt{5})^2 \rightarrow S = 5$$

مساحت مربع

۱۴)

الف)  $L: 2x + y = 5 \rightarrow 2x + y - 5 = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|2(7) + 1(-4) - 5|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{5}{\sqrt{5}} \rightarrow d = \sqrt{5}$$

ب)  $T: x = 5 \rightarrow x - 5 = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1(7) + 0(-4) - 5|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = \frac{2}{1} \rightarrow d = 2$$

پ)  $\Delta: y = 0$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|0 \times 7 + 1(-4) + 0|}{\sqrt{0^2 + 1^2}} = \frac{4}{1} \rightarrow d = 4$$

۱۵) خط مماس بر دایره بر شعاع گذرنده از نقطه تماس عمود است، پس داریم:

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|3(2) - 4(-1) + 0|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} \rightarrow R = 2$$

۱۶)

الف)  $\begin{cases} 5x - 12y + 8 = 0 \rightarrow 5x + 8 = 12y \rightarrow y = \frac{5}{12}x + \frac{2}{3} \rightarrow m_1 = \frac{5}{12} \\ -10x + 24y + 10 = 0 \rightarrow 24y = 10x - 10 \rightarrow y = \frac{5}{12}x - \frac{5}{12} \rightarrow m_2 = \frac{5}{12} \end{cases}$

دو خط با هم موازیند  $m_1 = m_2$

ب)  $L_1: 5x - 12y + 8 = 0$      $L_2: 5x - 12y - 5 = 0$

$$d = \frac{|c_1 - c_2|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|8 - (-5)|}{\sqrt{5^2 + (-12)^2}} = \frac{13}{\sqrt{25 + 144}} = \frac{13}{\sqrt{169}} = \frac{13}{13} \rightarrow d = 1$$