



سبقت (۳۸۱۱۷-۰۵۱)

نام آزمون: دهم تمرینهای کتاب فصل ۶

تلگرام استاد شاکریان: @riazi_jazb

خرید محصولات : sebzehbartar.com

۱) یک آشپز ده نوع ادویه دارد. او با استفاده از هر ۳ تا از این ادویه‌ها یک طعم مخصوص درست می‌کند، این آشپز چند طعم می‌تواند درست کند هر گاه

تمرین های کتاب - ۱۴۰

الف) هیچ محدودیتی در استفاده از ادویه‌ها نداشته باشد؟

ب) دو نوع ادویه هستند که با هم نمی‌توانند استفاده شوند؟

پ) سه ادویه هستند که نباید هر سه با هم استفاده شوند؟

ت) ادویه‌ها به ۲ دسته ۵ تایی تقسیم می‌شوند که هیچ یک از ادویه‌های دسته اول با هیچ یک از ادویه‌های دسته دوم سازگاری ندارند؟

۲) مسئله‌ای طرح کنید که جواب آن برابر باشد با:

تمرین های کتاب - ۱۴۰

الف) $\binom{6}{2} \times \binom{5}{3}$

ب) $\binom{6}{2} + \binom{5}{3}$

۳) هفت نقطه A و B و C و D و E و F و G روی محیط یک دایره قرار دارند. چند مثلث مختلف می‌توان کشید که رئوس آن از این

تمرین های کتاب - ۱۳۹

هفت نقطه انتخاب شده باشند؟

۴) یک نقاش قوطی‌هایی از ۴ رنگ قرمز، آبی، زرد و مشکی دارد. اگر او با ترکیب دو یا چند قوطی از رنگ‌های متمایز بتواند دقیقاً یک

تمرین های کتاب - ۱۳۹

رنگ جدید به دست آورد، او چند رنگ می‌تواند داشته باشد؟

چرا با این که در کارهای هنری فقط از همین ۴ رنگ استفاده می‌شود، اما تعداد رنگ‌های حاصل بیش‌تر از جواب شماست؟

۵) گل‌فروشی در فروشگاه خود ۱۰ نوع گل مختلف دارد. او در هر دسته‌گل از ۳ تا ۵ شاخه گل متمایز قرار می‌دهد. او چند دسته گل

تمرین های کتاب - ۱۳۹

مختلف می‌تواند درست کند؟

۶) در یک کلاس تعدادی از دانش‌آموزان که همگی دارای شرایط علمی خوبی‌اند، داوطلب حضور در مسابقات علمی مدرسه هستند. معلم

قصد دارد ۲ نفر را به تصادف انتخاب کند. او این دو نفر را به ۲۸ روش می‌تواند از بین داوطلبان انتخاب کند. تعداد داوطلبان چند نفر بوده

تمرین های کتاب - ۱۳۹

است؟

۷) یک فروشنده تنقلات در فروشگاه خود، پسته، بادام، گردو، تخمه کدو، تخمه ژاپنی، نخودچی و کشمش دارد. از نظر او در یک آجیل

حداقل پنج نوع از تنقلات فوق باید وجود داشته باشد. او با تنقلات موجود در فروشگاهش چند نوع آجیل می‌تواند درست کند؟

تمرین های کتاب - ۱۳۹



۸) با حروف کلمه «گل پیرا» و بدون تکرار حروف

تمرین های کتاب- ۱۳۲

الف) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟ چند تا از آن ها با «گل» شروع می شود؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟

پ) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت که در آن ها دو حرف «پ» و «ر» در کنار هم آمده باشند؟

۹) در یک نوع ماشین حساب کوچک که دارای ۲۰ کلید است، برای انجام یک دستور خاص باید سه کلید مشخص با ترتیبی مشخص فشار

داده شوند. اگر فردی نداند سه کلید مورد نظر کدامند و بخواهد به طور تصادفی این کار را انجام دهد و فشردن هر سه کلید ۲ ثانیه زمان

تمرین های کتاب- ۱۳۲

بخواهد، این فرد حداکثر (در بدترین حالت) در چه زمانی می تواند دستور مورد نظر را اجرا کند؟

۱۰) کدام یک از موارد زیر درست و کدام نادرست است؟

$$۱۳۱) ۳! + ۳! = ۶! \text{ تمرین های کتاب- ۱۳۱}$$

$$۶! = ۶ \times ۵!$$

$$۸! = ۴! + ۲!$$

$$۲ \times ۳! = ۶!$$

$$(۳!)^۲ = ۹!$$

$$۴! = \frac{۸!}{۲!}$$

۱۱) از بین تعدادی کتاب مختلف می خواهیم سه کتاب را انتخاب کنیم و در قفسه ای بچینیم. اگر تعداد حالت های مختلف برای این کار ۲۱۰

تمرین های کتاب- ۱۳۱

تا باشد، تعداد کتاب ها چند تا است؟

۱۲) در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم قرار دارند. در پایان این لیگ تیم های اول تا سوم به چند حالت مختلف می توانند مشخص شوند؟

تمرین های کتاب- ۱۳۱

۱۳) مسئله ای طرح کنید که با استفاده از اصل جمع یا اصل ضرب و یا هر دوی آن ها حل شود و جواب آن به صورت باشد.

$$۱۲۶) ۳ \times ۳ \times ۳ + ۲ \times ۲ \times ۲ = ۳۵ \text{ تمرین های کتاب- ۱۲۶}$$

۱۴) مسئله زیر را به گونه ای کامل کنید که جواب ارائه شده، درست باشد.

تمرین های کتاب- ۱۲۶

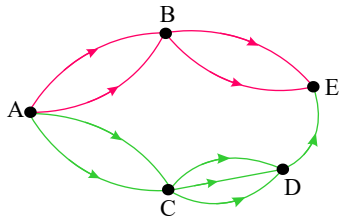
مسئله: چند عدد دو رقمی زوج می توان نوشت؛ به طوری که؟

حل: تعداد راه های نوشتن یکان برابر ۵ تا است و تعداد راه های نوشتن دهگان برابر ۴ تا است. لذا با توجه اصل ضرب ۲۰ عدد با شرایط

مورد نظر وجود دارد.

۱۵) اگر شکل مقابل نشان دهنده جاده‌های بین شهرهای A و B و C و D و E باشد و همه جاده‌ها یک طرفه باشند، به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر E رفت؟

تمرین های کتاب - ۱۲۶



۱۶) یک آزمون چند گزینه‌ای شامل ۱۰ سؤال ۴ گزینه‌ای و ۵ سؤال ۲ گزینه‌ای (بله - خیر) است. فردی قصد دارد به سؤال‌ها به صورت تصادفی جواب دهد. او به چند روش می‌تواند این کار را انجام دهد اگر:

تمرین های کتاب - ۱۲۶

الف) اگر مجبور باشد به همه سؤال‌ها جواب دهد؟
ب) بتواند سؤال‌ها را بدون جواب هم بگذارد؟

۱۷) در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور مختلف و ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می‌شود. الف) چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می‌شود؟

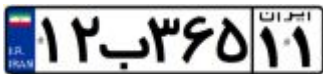
تمرین های کتاب - ۱۲۵



ب) اگر یکی از رنگ‌های تولید شده مشکی باشد، چند نوع از این اتومبیل با رنگ مشکی تولید می‌شود؟
پ) چند نوع از این اتومبیل مشکی دنده اتوماتیک تولید می‌شود؟

۱۸) با پلاک‌هایی به صورت زیر که عدد دو رقمی سمت راست آن‌ها از مجموعه A انتخاب شوند و سایر ارقام از مجموعه B انتخاب شوند و حرف استفاده شده در آن از مجموعه C انتخاب شود، چند ماشین را می‌توان شماره‌گذاری کرد؟

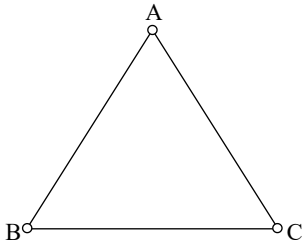
تمرین های کتاب - ۱۲۵



$$A = \{11, 22, \dots, 99\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{y, h, w, n, m, l, q, t, v, s, d, j, b\}$$



۱۹) می‌خواهیم رأس‌های مثلث زیر را با دو رنگ قرمز و آبی رنگ کنیم. الف) به چند طریق این کار امکان‌پذیر است؟
 تمرین‌های کتاب - ۱۲۵

ب) به چند طریق می‌توان این رنگ‌آمیزی را انجام داد، به گونه‌ای که رأس‌هایی که به هم وصل‌اند، هم‌رنگ نباشند.
 پ) هر دو قسمت (الف) و (ب) را در حالتی که از سه رنگ مختلف استفاده می‌کنیم، بررسی کنید.

۲۰) در یک شهرک صنعتی ۵ بلوار اصلی و در هر بلوار، بین ۸ تا ۱۰ خیابان، و در هر خیابان بین ۱۰ تا ۱۲ کوچه و در هر کوچه بین ۲۰ تا ۳۰ کارخانه. کارخانه‌هایی که ممکن است در این شهرک وجود داشته باشد، چند تاست؟
 تمرین‌های کتاب - ۱۲۵

۲۱) تعداد حالت‌های ممکن برای رمز یک دستگاه را در حالت‌های زیر به دست آورید.
 مشخص کنید برای این کار از اصل جمع استفاده می‌شود یا از اصل ضرب یا از هر دو.
 الف) این رمز از یک گزینه تشکیل شده، که یک عدد یا یک حرف الفبای فارسی است.
 ب) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که گزینه اول یک عدد و گزینه دوم یک حرف الفبای فارسی است.
 پ) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یکی از گزینه‌ها یک عدد و گزینه دیگر یک حرف الفبای فارسی است.
 ت) این رمز از دو گزینه تشکیل شده است که یا هر دو گزینه عددند یا هر دو گزینه حروف انگلیسی‌اند.
 ث) این رمز از ۴ گزینه تشکیل شده است که دو گزینه اول اعداد غیر تکراری و دو گزینه دوم حروف انگلیسی غیر تکراری‌اند.

پاسخنامه تشریحی

۱ الف

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} = 120$$

ب

$$\binom{10}{3} - \binom{2}{2} \binom{8}{1} = 120 - 1 \times 8 = 120 - 8 = 112$$

تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده شوند - کل حالات = تعداد حالاتی که دو ادویه با هم استفاده نشود

پ

$$\binom{10}{3} - \binom{3}{3} = 120 - 1 = 119$$

تعداد حالاتی که سه ادویه با هم استفاده شوند - کل حالات = تعداد حالاتی که سه ادویه با هم استفاده نشود

ت

$$\binom{5}{3} + \binom{5}{3} = 2 \times \binom{5}{3} = 2 \times \frac{5 \times 4 \times 3}{6} = 2 \times 10 = 20$$

۲ الف) به چند طریق می‌توانیم از بین ۶ دانش‌آموز کلاس اولی و ۵ دانش‌آموز دومی ۶ نفر را طوری انتخاب کنیم که ۳ نفر دومی و ۳ نفر اولی باشند؟

ب) به چند طریق می‌توانیم به شخصی ۳ کتاب یا ۲ فیلم هدیه دهیم اگر فقط ۵ کتاب و ۶ فیلم برای خرید داشته باشیم؟

۳) با هر ۳ نقطه از این ۷ نقطه می‌توان یک مثلث کشید زیرا هیچ‌کدام روی یک خط قرار نمی‌گیرند، بنابراین:

$$\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

۴

$$\underbrace{\binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4}}_{\text{ترکیبات آن‌ها}} + \underbrace{4}_{\text{خود رنگ‌ها}} = \frac{4 \times 3}{2} + 4 + 1 + 4 = 15$$

زیرا ترکیب رنگ‌ها مجدداً با سایر رنگ‌های موجود ترکیب می‌شوند.

۵

$$\binom{10}{3} + \binom{10}{4} + \binom{10}{5} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6} + \frac{10!}{6!4!} + \frac{10!}{5!5!} =$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2} + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} + \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 120 + 210 + 252 = 582$$

۶

$$\binom{n}{2} = 28 \Rightarrow \frac{n!}{(n-2)!2!} = 28 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = 56 \Rightarrow n(n-1) = 56 \Rightarrow n = 8$$

۷

$$\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = \binom{7}{2} + 7 + 1 = \frac{7 \times 6}{2} + 8 = 21 + 8 = 29$$

۸

الف

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720 \quad 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

ب

$$P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = \frac{6 \times 5!}{2} = 3 \times 5!$$

پ) دو حرف 'پ'، 'ر' را یک حرف در نظر می‌گیریم و از ۴ حرف باقیمانده ۲ حرف انتخاب می‌کنیم که ۶ حالت دارد $\binom{4}{2} = 6$

جابه‌جایی خود 'پ'، 'ر' نیز یک حالت جدید بوجود می‌آورد که در کل داریم: $6 \times 3! \times 2$

۹

$$P(20, 3) \times 2 = \frac{20!}{17!} \times 2 = \frac{20 \times 19 \times 18 \times 17!}{17!} \times 2 = 136808$$

۱۰

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \neq 3! + 3! = 3 \times 2 \times 1 + 3 \times 2 \times 1$$

درست $6! = 6 \times 5!$ نادرست $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4! \neq 4! + 2!$ نادرست $2 \times 3! = 2 \times 3 \times 2 \times 1 \neq 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6!$ نادرست $(3!)^2 = 3! \times 3! = 3 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 \times 1 \neq 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 9!$ نادرست $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 \neq \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{2 \times 1} = \frac{8!}{2!}$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{می دانیم: (۱۱)}$$

$$P(n, 3) = 210 \Rightarrow \frac{n!}{(n-3)!} = 210 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = 210$$

$$\Rightarrow \underset{\downarrow}{n} \times \underset{\downarrow}{(n-1)} \times \underset{\downarrow}{(n-2)} = 210 \Rightarrow n = 7$$

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!} \quad \text{می دانیم: (۱۲)}$$

$$P(18, 3) = \frac{18!}{15!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times 15!}{15!} = 4896$$

(۱۳) علی می خواهد یک کتاب، یک عطر و یک لباس به دوستش هدیه دهد. اگر به دو مغازه برود که در مغازه اول برای هر کدام ۳ انتخاب و در مغازه دوم برای هر کدام ۲ انتخاب داشته باشد و تمام هدیه ها را تنها از یکی از دو مغازه بخرد علی در مجموع به چند طریق می تواند به دوستش هدیه دهد؟

(۱۴) یکان آن فرد و دهگان آن غیر صفر باشد؟

(۱۵)

$$\begin{cases} A \rightarrow B \rightarrow E \\ \text{یا} \\ A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2 \times 2 = 4 \\ + \\ 2 \times 3 \times 1 = 6 \end{cases} \Rightarrow 4 + 6 = 10$$

(۱۶) الف هر سؤال ۴ گزینه ای ۴ حالت (یکی از ۴ گزینه) دارد و هر سؤال ۲ گزینه ای ۲ حالت (بله / خیر)

$$\underbrace{4 \times 4 \times \dots \times 4}_{10 \text{ تا}} \times \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_{5 \text{ تا}} = 4^{10} \times 2^5 = (2^2)^{10} \times 2^5 = 2^{20} \times 2^5 = 2^{25}$$

(ب) هر سؤال ۴ گزینه ای ۵ حالت (یکی از ۴ گزینه یا عدم پاسخ) دارد و هر سؤال ۲ گزینه ای ۳ حالت (بله / خیر / عدم پاسخ)

$$\underbrace{5 \times 5 \times \dots \times 5}_{10 \text{ تا}} \times \underbrace{3 \times 3 \times \dots \times 3}_{5 \text{ تا}} = 5^{10} \times 3^5$$

(۱۷) الف

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & \times & 10 & \times & 3 & \times & 2 & = & 300 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{مدل} & & \text{رنگ} & & \text{حجم موتور} & & \text{نوع دنده} & & \end{array}$$

(ب)

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & \times & 1 & \times & 3 & \times & 2 & = & 30 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{مدل} & & \text{مشکی} & & \text{حجم موتور} & & \text{نوع دنده} & & \end{array}$$

(پ)

$$\begin{array}{ccccccc} 5 & \times & 1 & \times & 3 & \times & 1 & = & 15 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ \text{مدل} & & \text{مشکی} & & \text{حجم موتور} & & \text{اتومات} & & \end{array}$$

(۱۸)

$$\frac{9}{B} \times \frac{9}{B} \times \frac{13}{C} \times \frac{9}{B} \times \frac{9}{B} \times \frac{9}{B} \times \frac{9}{A} = 6908733$$

(۱۹)

الف) ۳ رأس داریم که هر کدام به ۲ طریق قابل رنگ اند: قرمز و آبی. بنابراین داریم: $2 \times 2 \times 2 = 8$

(ب) اگر A قرمز باشد، B و C هر دو باید آبی باشند تا با A هم رنگ نباشند در حالی که خود B و C هم نباید هم رنگ باشند. که امکان پذیر نیست اگر A آبی باشند، B و C باید هر دو قرمز باشند تا با A هم رنگ نباشند که باز هم امکان ندارد. بنابراین چنین چیزی در کل امکان پذیر نیست.

(پ) الف: $3 \times 3 \times 3 = 27$

ب: $3 \times 2 \times 1 = 6$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 راس سوم راس دوم راس اول

(۲۰) حداقل: $5 \times 8 \times 10 \times 20 = 8000$

حداکثر: $5 \times 10 \times 12 \times 30 = 18000$

(۲۱) الف) یک حرف خواهد بود (۳۲ حالت) یا یک عدد (۱۰ حالت)



بنابراصل جمع: $۳۲ + ۱۰ = ۴۲$ حالت داریم.

$$\frac{۱۰}{\text{عدد}} \times \frac{۳۲}{\text{حرف}} = ۳۲۰ \text{ (ب)}$$

$$\frac{۱۰}{\text{عدد}} \times \frac{۳۲}{\text{حرف}} + \frac{۳۲}{\text{حرف}} \times \frac{۱۰}{\text{عدد}} = ۶۴۰ \text{ (پ)}$$

$$\frac{۱۰}{\text{عدد}} \times \frac{۱۰}{\text{عدد}} + \frac{۳۲}{\text{حرف}} \times \frac{۳۲}{\text{حرف}} = ۷۷۶ \text{ (ت)}$$

$$\frac{۱۰}{\text{عدد}} \times \frac{۹}{\text{عدد}} + \frac{۲۶}{\text{حرف}} \times \frac{۲۵}{\text{حرف}} = ۵۸۵۰۰ \text{ (ث)}$$