



سبقت (۰۵۱-۳۸۱۱۷)

نام آزمون: دهم قلمچی ۵۱

تلگرام: @riazi_jazb

خرید محصولات: sebhatebartar.com

مفهوم تابع

۱ چندتا از عبارتهای زیر تابع هستند؟

قلم چی - ۱۳۹۹

الف) رابطه‌ای که به هر خط، خطهای عمود بر آن با عرض از مبدأ صفر را نسبت می‌دهد.

ب) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه چهارم آن را نسبت می‌دهد.

ج) رابطه‌ای که به هر عدد قدرمطلق آن را نسبت می‌دهد.

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

قلم چی - ۱۳۹۹

۲) در کدام یک از جملات زیر، رابطه بیان شده بیانگر یک تابع نیست؟

۱) رابطه‌ای که مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی را به تعداد اضلاع آن نسبت می‌دهد.

۲) رابطه‌ای که سن افراد را به قد آنها نسبت می‌دهد.

۳) رابطه‌ای که به هر عدد، ریشه پنجم آن را نسبت می‌دهد.

۴) رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، عکس مجذور آن را نسبت می‌دهد.

۳) اگر بدانیم رابطه $f = \{(a, 5), (6, a^2 - 2), (3, -2), (6, 7), (3, b)\}$ یک تابع است، آن گاه حاصل $\frac{f(-3) + f(3)}{f(6)}$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

۴) $-\frac{3}{7}$

۳) ۱

۲) -۱

۱) $\frac{3}{7}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۴) اگر $f(1) = 2$ در رابطه $f(x) - xf(x-1) = x^2 - 1$ برقرار باشد، آن گاه $f(4)$ چقدر است؟

۴) ۷۳

۳) ۲۹

۲) ۱۴۳

۱) ۱۳۱

۵) تابع f به صورت $f = \{(1, 16), (3, 9), (a, 1), (-4, a^2)\}$ مفروض است. اگر برد این تابع دارای ۳ عضو متمایز باشد، چند مقدار

قلم چی - ۱۳۹۹

مختلف برای a وجود دارد؟

۴) ۶

۳) ۴

۲) ۳

۱) ۲



۶ کدام یک از روابط زیر تابع نیست؟

- ۱ رابطه‌ای که به هر فرد، سن او را در یک زمان مشخص نسبت می‌دهد.
۳ رابطه‌ای که به هر عدد حقیقی، ریشه سوم آن را نسبت می‌دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
۴ رابطه‌ای که به هر عدد نامنفی ریشه‌های دوم آن را نسبت می‌دهد.

۷ کدام یک از روابط زیر لزوماً تابع است؟

- ۱ رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی، هر عدد اول بزرگ‌تر از خودش را نسبت دهد.
۳ رابطه‌ای که به هر فرد، برادرانش را نسبت دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که به حاصل $|x|$ ، x را نسبت دهد.
۴ رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی‌اش را نسبت دهد.

۸ کدام رابطه زیر بیانگر یک تابع نیست؟

- ۱ رابطه‌ای که به هر فرد، دوستانش را نسبت می‌دهد.
۳ رابطه‌ای که به هر فرد، قد او را در آن زمان نسبت می‌دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که به مساحت دایره، شعاع دایره را نسبت می‌دهد.
۴ رابطه‌ای که به هر فرد، سال تولدش را به میلادی نسبت می‌دهد.

۹ کدام یک از رابطه‌های زیر تابع نیست؟

- ۱ رابطه‌ای که هر عدد را به ریشه پنجم آن مرتبط می‌کند.
۳ رابطه‌ای که هر عدد مثبت را به ریشه دوم آن مرتبط می‌کند.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که طول ضلع هر مثلث متساوی‌الاضلاع را به مساحت آن مرتبط می‌کند.
۴ رابطه‌ای که مساحت هر مربع را به طول ضلع آن مرتبط می‌کند.

۱۰ اگر $f = \{(3, 7), (3, a^2 + 3), (a, 5), (2, 4), (6, b), (6, a + 1)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱ -۳ ۲ -۱ ۳ ۳ ۴ ۵

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ کدام یک از روابط زیر تابع نیست؟

- ۱ رابطه‌ای که به هر فرد، قد او را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.
۳ رابطه‌ای که به هر فرد، کد ملی‌اش را نسبت می‌دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز کتاب‌های درسی‌اش را نسبت می‌دهد.
۴ رابطه‌ای که به هر فرد، وزنش را در یک زمان معین نسبت می‌دهد.

۱۲ طول یک مستطیل ۲ برابر عرض آن است. کدام رابطه ریاضی عرض مستطیل را بر حسب مساحت آن (S) نشان می‌دهد؟

- ۱ $(\frac{S}{2})^{\frac{1}{2}}$ ۲ $(2S)^{-\frac{1}{2}}$ ۳ $(\frac{S}{2})^{-\frac{1}{2}}$ ۴ $(2S)^{\frac{1}{2}}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳ اگر $f = \{(-2, a), (2, 2), (1, 4), (1, b^2), (b, 5)\}$ مجموعه‌ای یک تابع باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۱ ۱۰ ۲ -۱۰ ۳ ۴ ۴ -۴

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴ کدام یک از گزینه‌های زیر، همواره یک تابع می‌باشد؟

- ۱ رابطه‌ای که به قد افراد یک جامعه، افراد جامعه را نسبت می‌دهد.
۳ رابطه‌ای که به وزن افراد جامعه، قد آن‌ها را نسبت می‌دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ۲ رابطه‌ای که به طول ضلع مربع، طول قطر آن را نسبت می‌دهد.
۴ رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه دوم آن را نسبت می‌دهد.

قلم چی - ۱۳۹۹

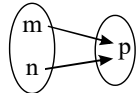
۱۵) کدام یک از روابط زیر تابع است؟

- ۱) رابطه‌ای که به هر فرد، گروه خونی او را نسبت می‌دهد.
 ۲) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز، دوستان او را نسبت می‌دهد.
 ۳) رابطه‌ای که به هر شخص، مخاطبان تلفن همراهش را نسبت می‌دهد.
 ۴) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت، ریشه‌های دوم آن عدد را نسبت می‌دهد.

نمودار پیکانی

 ۱۶) نمودار ون تابع $f = \{(3a, 2c), (3a + 2, 4a), (c^2 + 1, -2b + 2)\}$ به صورت زیر است، حاصل $m + n + p$ کدام است؟

قلم چی - ۱۳۹۹



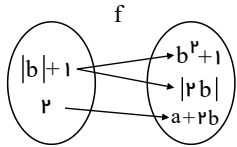
۱۲) ۲

۱۰) ۱

۸) ۴

۱۴) ۳

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۱۷) اگر نمودار زیر مربوط به تابع f باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

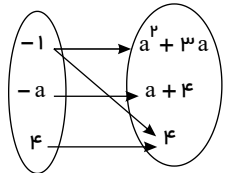
۳ یا ۱) ۲

۳ یا ۲) ۱

فقط ۳) ۴

فقط ۱) ۳

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۱۸) به ازای چند مقدار a ، رابطه زیر یک تابع را نمایش می‌دهد؟

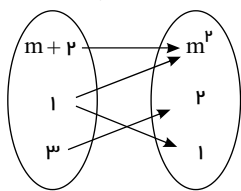
۲) ۲

۱) ۱

بی‌شمار) ۴

هیچ مقدار) ۳

قلم چی - ۱۳۹۹


 ۱۹) به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار زیر نمایش یک تابع است؟

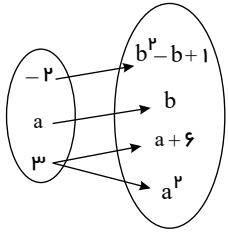
{1} ۲) ۱

{±1} ۱) ۱

{} ۴) ۳

{-1} ۳) ۱

قلم چی - ۱۳۹۹

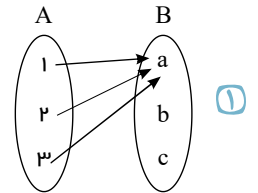

 ۲۰ اگر نمودار زیر نمایش یک تابع باشد، مقدار $a + b$ کدام می‌تواند باشد؟

- ۱) -۲
۲) -۱
۳) صفر
۴) ۱

نمایش زوج مرتبی

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۱ کدام گزینه معرف یک تابع است؟



۱) رابطه‌ای که به هر مادر فرزندان را نسبت می‌دهد.

۲) رابطه‌ای که به هر فرد، دوستانش را نسبت می‌دهد.

$$f = \{(1, 2), (2, 1), (1, 1)\}$$

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۲ به‌ازای کدام مجموعه مقادیر b ، رابطه زیر یک تابع را مشخص می‌کند؟

$$f = \{(1, -3a), (a - 1, b + 3), (1, a^3 - 4), (4, 5), (3a + a^3, 2b + 7)\}$$

- ۱) $\{-4\}$ ۲) $\{-1\}$ ۳) $\{-1, -4\}$ ۴) اطلاعات مسئله کافی نیست.

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۳ رابطه $\{(x + 2, x^3), (-x, x^2), (x + 2, x^2 + 2x), (2 - 2x, x)\}$ به‌ازای چند مقدار x تابع است؟

- ۱) هیچ مقدار ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۴ اگر رابطه $f = \{(1, 3), (2, 4), (3, 5), (a, 3)\}$ تابع نباشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

- ۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) همواره تابع است.

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۵ اگر m و n دو عدد طبیعی و رابطه زیر یک تابع باشد، مقدار n چقدر است؟

$$f = \{(1, 4), (m + n, 8), (2m - 1, 3), (4, 5), (1, mn)\}$$

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) هیچ مقدار نمی‌تواند باشد.

قلم چی - ۱۳۹۹

 ۲۶ اگر رابطه زیر تابع باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟

$$f = \{(2, 7), (12, 3), (3, 5), (4, 2), (2, x + 4), (x + 1, y)\}$$

- ۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۵ ۴) ۹

۲۷) مجموعه مقادیر قابل قبول برای m کدام باشد تا رابطه $f = \{(1, m^2), (-\sqrt{m^2}, 2), (1, 3m-2), (-2, m+1)\}$ تابع باشد؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ① $\{2, 1\}$ ② $\{1\}$ ③ $\{2\}$ ④ $\{\}$

۲۸) رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ① -2 ② -1 ③ 2 ④ هیچ مقدار m

۲۹) اگر R رابطه‌ای باشد که به هر عدد طبیعی از مجموعه $\{5, 6, 7, 8\}$ مقسوم‌علیه‌های طبیعی آن عدد را نسبت دهد از R حداقل چند زوج مرتب حذف کنیم تا به یک تابع تبدیل شود؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8

۳۰) به ازای کدام مقدار a رابطه $f = \{(a, 2), (-2, 4), (1, -2), (-2, 4a^2), (-1, 0)\}$ یک تابع می‌باشد؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ① -1 یا $+1$ ② فقط -1 ③ فقط ④ هیچ مقدار

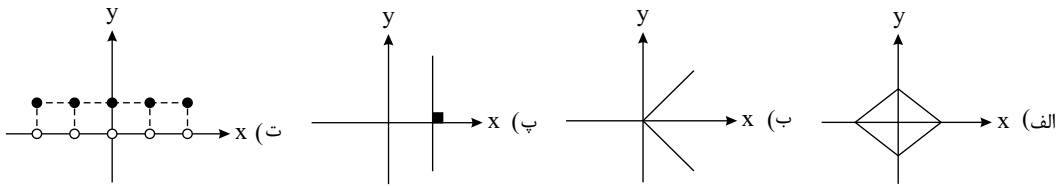
۳۱) اگر رابطه $f = \{(m^2 - 4, 5), (m^2 - 4, m^2 - 11), (8 + m, 2)\}$ تابع باشد، m کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ① 4 ② -4 ③ 2 ④ -2

نمودار مختصاتی

۳۲) چه تعداد از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش می‌دهند؟

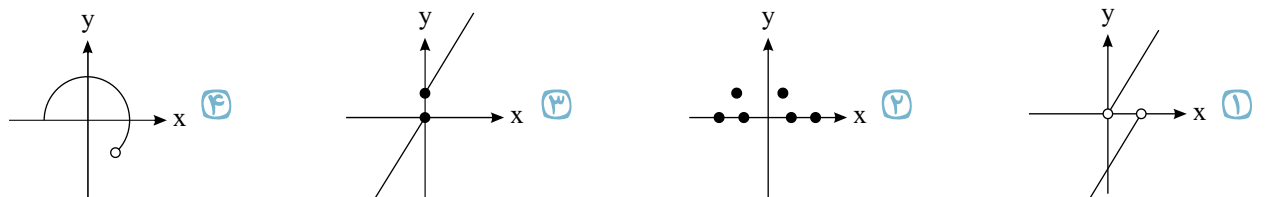
قلم چی - ۱۳۹۹



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 (صفر)

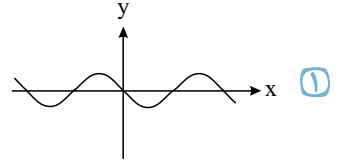
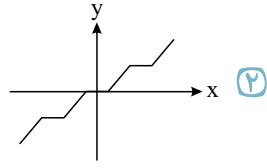
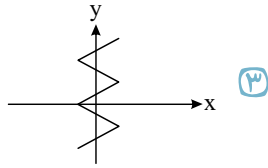
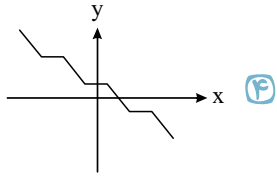
۳۳) کدام یک از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش می‌دهند؟

قلم چی - ۱۳۹۹





۳۴ کدام یک از نمودارهای زیر، یک تابع را نمایش نمی‌دهد؟



پاسخنامه تشریحی

۱) می‌دانیم یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود. رابطه «الف» تابع است، زیرا بر یک خط بی‌نهایت خط عمود می‌شود اما دقیقاً یک خط وجود دارد که هم عمود شود و هم عرض از مبدأ آن صفر باشد (عرض از مبدأ صفر باشد یعنی خط از مبدأ مختصات عبور کند).

رابطه «ب» تابع نیست، چون هر عدد مثبت دو ریشه چهارم دارد. رابطه «ج» تابع است، چون قدرمطلق هر عدد، تنها یک عدد است.

۲) می‌دانیم یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود. مجموع زوایای داخلی یک n ضلعی، $(n-2)180$ درجه است؛ یعنی به ازای هر n یک جواب برای مجموع زوایای داخلی n ضلعی به دست می‌آید. پس یک تابع است. رابطه گزینه دو تابع نیست؛ چون ممکن است دو فرد با سن یکسان دارای قدهای متفاوتی باشند. رابطه‌ای که به هر عدد ریشه پنجم آن را نسبت می‌دهد به صورت $y = \sqrt[n]{n}$ است که تابع می‌باشد.

رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی عکس مجذور آن را نسبت می‌دهد به صورت $a_n = \frac{1}{n^2}$ و $n \in \mathbb{N}$ می‌باشد که تابع است.

۳) از آنجا که رابطه f تابع است، پس هیچ دو زوج مرتبت متمایزی مؤلفه اولشان یکی نیست و در صورت یکی بودن مؤلفه‌های اول باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز برابر باشند، پس:

$$\left. \begin{array}{l} (6, a^2 - 2) \in f \\ (6, 7) \in f \end{array} \right\} \Rightarrow a^2 - 2 = 7 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \Rightarrow \boxed{a = 3}, \boxed{a = -3}$$

غیرقابل قبول قابل قبول

توجه کنید که به ازای $a = 3$ ، دو زوج مرتبت $(3, 5)$ و $(3, -2)$ در رابطه خواهد بود که شرط تابع بودن را نقض می‌کند.

$$\left. \begin{array}{l} (3, -2) \in f \\ (3, b) \in f \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{b = -2}$$

$$f = \{(-3, 5), (6, 7), (3, -2)\}$$

$$\frac{f(-3) + f(3)}{f(6)} = \frac{5 + (-2)}{7} = \frac{3}{7}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$f(x) = x(x-1) + x^2 - 1$$

$$f(1) = 2 \xrightarrow{x=2} f(2) = 2f(1) + 3 = 7$$

$$\xrightarrow{x=3} f(3) = 3f(2) + 8 = 29 \xrightarrow{x=4} f(4) = 4f(3) + 15 = 116 + 15 = 131$$

۵) برد تابع f به صورت $\{16, 9, 1, a^2\}$ است. پس a^2 باید برابر یکی از مقادیر ۱ یا ۱۶ یا ۹ باشد و گرنه تعداد اعضای برد بیش از ۳ عضو خواهد شد. البته باید توجه کرد که مؤلفه اول یکی از زوج مرتب‌های تابع f برابر a است. پس در نهایت باید امتحان کنیم مقدار به دست آمده برای a به گونه‌ای نباشد که تابع بودن رد شود؛ حالات زیر را در نظر می‌گیریم:

$$1) a^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (1, 16) \in f \\ (1, 1) \in f \end{array} \right. \rightarrow f \text{ تابع نیست.} \\ a = -1 \Rightarrow f \text{ تابع است.} \end{cases}$$

$$2) a^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (3, 9) \in f \\ (3, 1) \in f \end{array} \right. \rightarrow f \text{ تابع نیست.} \\ a = -3 \Rightarrow f \text{ تابع است.} \end{cases}$$

$$3) a^2 = 16 \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \Rightarrow f \text{ تابع است.} \\ a = -4 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (-4, 1) \in f \\ (-4, 16) \in f \end{array} \right. \rightarrow f \text{ تابع نیست.} \end{cases}$$

بنابراین، برای a ، ۳ مقدار قابل قبول خواهد بود.

۶) نکته: یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B زمانی تابع است که متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظر کرد.

گزینه «۴» تابع نیست چون هر عدد نامنفی دارای دو ریشه دوم است. برای مثال ریشه‌های دوم عدد ۴، برابر با ۲- و ۲ هستند.

۷) هر فرد گروه خون منحصر به فردی دارد.

نکته: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده می‌شود.

سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: هر عدد طبیعی بی‌شمار عدد اول بزرگ‌تر از خودش دارد.

 گزینه ۲: $|x|$ را می‌توان به x یا $-x$ نسبت داد مگر زمانی که $x = 0$ باشد که در این صورت $-x = x = 0$ است.

گزینه ۳: ممکن است بعضی از افراد چند برادر داشته باشند.

 نکته: یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو B نسبت داده می‌شود.

 گزینه ۱: یک فرد می‌تواند چند دوست داشته باشد. \leftarrow تابع نیست.

 گزینه ۲: از روی مساحت دایره تنها یک شعاع به دست می‌آید. \leftarrow تابع است.

 گزینه ۳: هر فرد در یک زمان مشخص تنها یک قد دارد. \leftarrow تابع است.

 گزینه ۴: هر فرد تنها یک سال تولد به میلادی دارد. \leftarrow تابع است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

از آن جایی که هر عدد مثبت دارای دو ریشه دوم است، گزینه ۳) تابع نمی‌باشد.

مثلاً:

$$(9, 3), (9, -3) \in f$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$\begin{cases} (3, a^2 + 3) \in f \\ (3, 7) \in f \end{cases} \Rightarrow a^2 + 3 = 7 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$a = -2 \Rightarrow f = \{(3, 7), (-2, 5), (2, 4), (6, b), (6, -1)\} \xrightarrow{\text{با توجه به تعریف تابع}} b = -1 \Rightarrow a + b \stackrel{a=-2, b=-1}{=} -2 - 1 = -3$$

 یک تابع از مجموعه A به مجموعه B ، رابطه‌ای بین این دو مجموعه است که در آن به هر عضو از A دقیقاً یک عضو از B نسبت داده شود، از آن‌جا که هر دانش‌آموز چندین کتاب درسی دارد، بنابراین رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز کتاب‌های درسی‌اش را نسبت می‌دهد، تابع نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

 عرض b و طول a

$$a = 2b \Rightarrow \text{مساحت مستطیل } S = a \cdot b = 2b \times b$$

$$S = 2b^2 \Rightarrow b^2 = \frac{S}{2} \Rightarrow b = \sqrt{\frac{S}{2}} \Rightarrow b = \left(\frac{S}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\begin{cases} (1, 4) \in f \\ (1, b^2) \in f \end{cases} \Rightarrow b^2 = 4 \Rightarrow b = \pm 2$$

 اما از آن‌جا که f تابع است و $(2, 2) \in f$ و $(b, 5) \in f$ است. b نمی‌تواند ۲ باشد. در نتیجه $b = -2$ ، بنابراین:

$$\begin{cases} (-2, 5) \in f \\ (-2, a) \in f \end{cases} \Rightarrow a = 5 \Rightarrow ab = -10$$

 ممکن است دو نفر دارای قد یکسان باشند. \leftarrow گزینه ۱) تابع نیست.

 ممکن است دو نفر با قد متفاوت دارای وزن برابر باشند. \leftarrow گزینه ۳) تابع نیست.

 هر عدد مثبت، دو ریشه دوم دارد. \leftarrow گزینه ۴) تابع نیست.

 هر مربع با ضلع a قطری برابر $\sqrt{2}a$ دارد؛ بنابراین گزینه ۲) تابع است.

با توجه به تعریف تابع گزینه ۱) صحیح است. زیرا هر فرد تنها یک گروه خونی دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

گزینه ۲: هر دانش‌آموز می‌تواند چند دوست داشته باشد.

گزینه ۳: هر شخص می‌تواند بیش از یک مخاطب در تلفن همراهش داشته باشد.

گزینه ۴: هر عدد مثبت، دو ریشه دوم دارد.

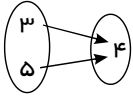
 با توجه به نمودار ون، در واقع تابع به صورت $f = \{(m, p), (n, p)\}$ است پس مؤلفه‌های دوم تابع یک عدد هستند.

$$\Rightarrow 2c = 4a = -2b + 2 = p \Rightarrow \begin{cases} c = 2a \\ 2c = -2b + 2 \Rightarrow c = -b + 1 \end{cases}$$

 در ضمن از سه مؤلفه اول تابع f ، باید دو مؤلفه یکسان داشته باشیم. دو حالت زیر در نظر می‌گیریم:

$$(1) \text{ غ ق ق } < 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(4)(1) < 0 \Rightarrow 3a = c^2 + 1 \xrightarrow{c=2a} 3a = 4a^2 + 1 \Rightarrow 4a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$(2) \text{ غ ق ق } \notin \begin{cases} a = 1 \\ a = -\frac{1}{4} \end{cases} \xrightarrow{a=1} \begin{cases} c = 2a = 2 \\ c = -b + 1 \Rightarrow 2 = -b + 1 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$



در نتیجه تابع f برابر است با:

$$\Rightarrow f = \{ (3, 4), (5, 4), (5, 4) \} = \{ (3, 4), (5, 4) \} \Rightarrow m+n+p \stackrel{m=3, n=5, p=4}{=} 3+5+4=12$$

نکته: در نمایش نمودار ون، رابطه‌ای تابع است که به هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک عضو از مجموعه دوم را نسبت دهد یعنی اگر از یک عضو مجموعه اول دو پیکان خارج شده باشد باید آن دو عضو مجموعه دوم با هم برابر باشند.

برای این که نمودار ون داده شده، نشان دهنده یک تابع باشد، باید:

$$b^2 + 1 = |2b| \rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ \rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b-1)^2 = 0 \Rightarrow b = 1 \\ b < 0 \\ \rightarrow b^2 + 2b + 1 = 0 \Rightarrow (b+1)^2 = 0 \Rightarrow b = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow |b| + 1 = 2$$

$$\begin{cases} (2, 2) \in f \xrightarrow{f \text{ تابع است}} \\ (2, a+2b) \in f \end{cases}$$

$$a + 2b = 2 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ \rightarrow a=0 \Rightarrow a+b=3 \text{ یا } 1 \\ b=-1 \\ \rightarrow a=4 \end{cases}$$

باتوجه به تعریف تابع و نمودار داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸**

$$a^2 + 3a = 4 \Rightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Rightarrow (a-1)(a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=-4 \end{cases}$$

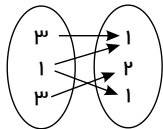
$$\xrightarrow{a=1} f = \{ (-1, 4), (-1, 5), (4, 4) \} \quad \text{غی قی (تابع نیست)}$$

$$\xrightarrow{a=-4} f = \{ (-1, 4), (4, 0), (4, 4) \} \quad \text{غی قی (تابع نیست)}$$

در نتیجه به ازای هیچ مقدار a رابطه یک تابع است.

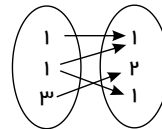
نکته: اگر رابطه‌ای از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نمایش دهیم؛ در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو مجموعه A دقیقاً یک پیکان خارج شود.

به m^2 متصل شده است، پس باید $m^2 = 1$ باشد، یعنی $m = \pm 1$ ، حالا هر مقدار m را بررسی می‌کنیم:



$$m = 1$$

ورودی ۳، دو تا خروجی دارد و تابع نیست.



$$m = -1$$

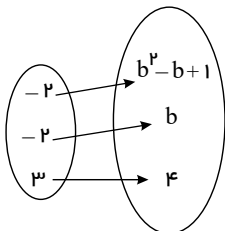
تابع است.

نکته: در نمایش نمودار ون، رابطه‌ای تابع است که به هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک عضو از مجموعه دوم را نسبت دهد، یعنی اگر از یک عضو مجموعه اول دو پیکان خارج شده باشد باید آن دو عضو مجموعه دوم با هم برابر باشند.

طبق صورت سؤال از عدد ۳ در مجموعه اول به a^2 و $a+6$ پیکان وصل شده است، پس طبق نکته داریم:

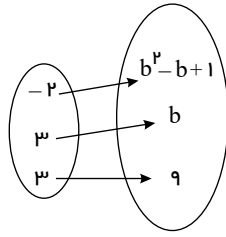
$$a^2 = a + 6 \Rightarrow a^2 - a - 6 = 0 \Rightarrow (a+2)(a-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -2 \\ \text{یا} \\ a = 3 \end{cases}$$

حال به ازای مقادیر مختلف a نمودار ون را بازنویسی می‌کنیم. حالت اول: $a = -2$. در این حالت طبق تعریف تابع داریم:



$$b^2 - b + 1 = b$$

$$\Rightarrow b^2 - 2b + 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a + b = -2 + 1 = -1$$


 حالت دوم: $a = 3$

 طبق تعریف تابع داریم: $b = 9 \Rightarrow a + b = 12$

در گزینه‌ها فقط مقدار ۱ وجود دارد، پس گزینه «۲» پاسخ سؤال است.

 در هر تابع از مجموعه A به مجموعه B ، به ازای هر x از مجموعه A دقیقاً یک y از مجموعه B نسبت داده می‌شود، بنابراین گزینه‌های «۲»، «۳» و «۴» تابع

نیستند و فقط گزینه «۱» تابع است.

نکته: اگر یک رابطه به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد هنگامی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه اول برابر در آن

وجود نداشته باشد.

طبق تعریف تابع داریم:

$$\begin{cases} (1, -3a) \in f \\ (1, a^3 - 4) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است } f} -3a = a^3 - 4 \Rightarrow a^3 + 3a = 4 \Rightarrow (3a + a^3, 2b + 7) = (4, 2b + 7)$$

$$\begin{cases} (4, 2b + 7) \in f \\ (4, 5) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است } f} 2b + 7 = 5 \Rightarrow 2b = -2 \Rightarrow b = -1$$

 دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان $x + 2$ وجود دارد، پس برای تابع شدن رابطه، باید مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر باشد:

$$x^3 = x^2 + 2x \Rightarrow x^3 - x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x^2 - x - 2) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x(x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ یا } x = -1 \text{ یا } x = 2$$

 به ازای $x = 0$ رابطه را بازنویسی می‌کنیم:

$$\{(2, 0), (0, 0), (2, 0), (2, 0)\}$$

که تابع است.

 به ازای $x = -1$:

$$\{(1, -1), (1, 1), (1, -1), (4, -1)\}$$

تابع نیست.

 به ازای $x = 2$:

$$\{(4, 8), (-2, 4), (4, 8), (-2, 2)\}$$

تابع نیست.

 تنها به ازای $x = 0$ تابع است.

اگر یک رابطه را به صورت مجموعه زوج‌های مرتب داده شده باشد، هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت

 وجود نداشته باشد. به ازای $a = 1$ ، دو زوج مرتب $(a, 3)$ و $(1, 3)$ یکی می‌شوند و رابطه f تابع خواهد بود، به ازای $a = 2, 3$ ، f تابع نیست، پس:

$$a = 2 + 3 = 5 = \text{مجموع مقادیر ممکن برای } a$$

 چون مؤلفه‌های اول $(1, 4)$ و $(1, mn)$ باهم مساوی هستند و رابطه تابع است، باید $mn = 4$ باشد، چون m و n اعداد طبیعی هستند، حالت‌های زیر ممکن

است:

$$\begin{cases} \text{حالت الف: } m = n = 2 \\ \text{حالت ب: } m = 1, n = 4 \\ \text{حالت ج: } m = 4, n = 1 \end{cases}$$

 حالت الف) اگر $m = n = 2$ باشد، پس: $(m + n, 8) = (4, 8)$. چون زوج مرتب $(4, 5)$ نیز وجود دارد، پس رابطه تابع نمی‌شود.

 حالت ب) اگر $m = 1$ و $n = 4$ باشد، پس $(2m - 1, 3) = (1, 3)$. چون زوج مرتب $(1, 4)$ نیز وجود دارد پس رابطه تابع نمی‌شود.

 حالت ج) اگر $m = 4$ و $n = 1$ باشد، رابطه به صورت زیر به دست می‌آید که تابع است.

$$f(x) = \{(1, 4), (5, 8), (7, 3), (4, 5)\}$$

می‌دانیم برای آن که یک رابطه زوج مرتبی تابع باشد، باید زوج مرتب‌هایی با مؤلفه اول یکسان، مؤلفه دومشان نیز یکسان باشد؛ داریم:

$$\begin{cases} (2, 7) \\ (2, x + 4) \end{cases} \Rightarrow x + 4 = 7 \Rightarrow x = 3$$

$$\begin{cases} (4, y) \\ (4, 2) \end{cases} \Rightarrow y = 2(x + 1, y) \xrightarrow{\text{چون } x \text{ باید } 3 \text{ باشد}} (x + 1, y) = (4, 2)$$

$$x + y \xrightarrow{x=3, y=2} 3 + 2 = 5$$

برای آن که یک رابطه تابع باشد، باید زوج مرتب‌های با مؤلفه اول یکسان، مؤلفه دومشان نیز یکسان باشند.

$$\begin{cases} (1, m^2) \in f \\ (1, 3m - 2) \in f \end{cases} \xrightarrow{\text{تابع است } f} m^2 = 3m - 2 \Rightarrow m^2 - 3m + 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m - 1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = 1$$



اگر $m = 2$ باشد، زوج مرتب‌های $(-\sqrt{m^2}, 2)$ و $(-2, m+1)$ به صورت $(-2, 2)$ و $(-2, 3)$ در خواهند آمد که f تابع نخواهد بود، پس $m = 2$ غیر قابل قبول است.
اگر $m = 1$ باشد، رابطه f به صورت $\{(1, 1), (-1, 2), (-2, 2)\}$ تابع است.

نکته: یک رابطه به صورت زوج مرتب هنگامی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی در آن مؤلفه اول یکسان نداشته باشند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸**
با توجه به تعریف تابع داریم:

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$$

دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم:

تابع است. $m = -1 \Rightarrow f = \{(3, 1), (2, 1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$ حالت اول

تابع نیست. $m = 2 \Rightarrow f = \{(3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$ حالت دوم

بنابراین $m = -1$ قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ با توجه به معلومات مسئله، رابطه R را می‌نویسیم:

$$R = \{(5, 1), (5, 5), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 6), (7, 1), (7, 7), (8, 1), (8, 2), (8, 4), (8, 8)\}$$

بنابراین R ، ۱۲ عضو دارد و تابع نیست. حال برای این که بتواند تابع باشد باید از بین زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول برابر، حداکثر یکی را داشته باشد. به عبارتی باید حداقل ۸ عضو از آن حذف شود.

برای آن که f تابع باشد باید زوج مرتب‌هایی که مؤلفه اول برابر دارند، مؤلفه دومشان نیز برابر باشد. بنابراین: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰**

$$(-2, 4) = (-2, 4a^2) \Rightarrow 4a^2 = 4 \Rightarrow a = 1 \text{ یا } a = -1$$

دو حالت زیر را در نظر بگیرد:

f تابع نیست. $a = f \Rightarrow f = \{(1, 2), (-2, 4), (1, -2), (-2, 4), (-1, 0)\} \Rightarrow$ حالت اول

f تابع نیست. $a = -1 \Rightarrow f = \{(-1, 2), (-2, 4), (1, -2), (-2, 4), (-1, 0)\} \Rightarrow$ حالت دوم

بنابراین با توجه به گزینه‌ها هیچ مقداری برای a وجود ندارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

برای تابع بودن:

$$m^2 - 11 = 5 \rightarrow m^2 = 16 \rightarrow m = \pm 4$$

با جای‌گذاری $m = \pm 4$ فقط $m = -4$ در شرط تابع بودن صدق می‌کند.

برای آن که نموداری شرایط تابع را داشته باشد باید هیچ خط موازی محور y ها یافت نشود که نمودار را در پیش از یک نقطه قطع کند، که این شرط تنها در مورد گزینه «ت» برقرار است. **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲**

در هر کدام از گزینه‌های دیگر حداقل یک خط قائم وجود دارد که نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند. **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳**

اگر نمودار یک رابطه داده شده باشد، هنگامی این نمودار تابع است که هر خط موازی محور عرض‌ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند. بنابراین تنها گزینه «۳» نمایشگر یک تابع نیست. **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴**

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴

۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴

۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴