



مهدی شاکریان

نام آزمون: دهم فصل ۴ درس ۳

تلفن ۵ رقمی: ۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb

درس سوم: تعیین علامت

قلم چی- ۱۳۹۹

۱ اگر $A = \left| \frac{2x-1}{3} - 3 \right|$ باشد، مجموعه همه جواب‌های نامعادله $A \leq 4$ ، کدام است؟

- ① $[-2, 10]$ ② $[0, 11]$ ③ $[-1, 11]$ ④ $[-2, 11]$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲ اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $ax^2 - 6x + b < 0$ بازه $(1, b)$ باشد، حاصل $a^2b + b^2a$ کدام است؟

- ① ۳۰ ② -۳۰ ③ ۳۶ ④ -۳۶

قلم چی- ۱۳۹۹

۳ به ازای چه حدودی از m عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی است؟

- ① $m > 2$ ② $m < 2$ ③ $0 < m < 2$ ④ $m > 1$ یا $m < 0$

۴ اگر مجموعه جواب نامعادله $3x + 1 < 1 - x < x + 5$ به صورت بازه (a, b) باشد، مجموعه جواب نامعادله $|3x + a| < b + 1$ کدام

قلم چی- ۱۳۹۹

است؟

- ① $(\frac{1}{3}, 3)$ ② $(\frac{1}{3}, 1)$ ③ $(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ ④ $(-\frac{1}{3}, 1)$

قلم چی- ۱۳۹۹

۵ به ازای چه محدودهای از m نمودار سهمی $y = mx^2 + 5x + 3$ به ازای هر مقدار x ، پایین نمودار خط $y = x + 2$ است؟

- ① $m > 4$ ② $0 < m < 4$ ③ $m < 0$ ④ هیچ مقدار m

قلم چی- ۱۳۹۹

۶ اگر تعیین علامت عبارت $A = x^2 + ax + b$ به صورت زیر باشد، حاصل $a \cdot b$ کدام است؟

X	$-\infty$	-2	$+\infty$
A	+	o	+

- ① -۱۶ ② ۸ ③ ۱۶ ④ -۸

۷ اگر مجموعه جواب نامعادله $0 < \frac{|2x-4|(x^2-3x+2)}{(3x^2-2x+2)(1-x^2)}$ برابر با $\{c\} - (a, b)$ باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

قلم چی- ۱۳۹۹

- ① ۱ ② -۱ ③ ۳ ④ صفر



قلم چی- ۱۳۹۹

$2-x$	-1
$P(x)$	$- \quad 0 \quad +$

۸ اگر جدول زیر برای عبارت $P(x) = (ax + 9)(x^2 + x + 1)$ برقرار باشد، آن گاه a کدام است؟

- ۲) -۳
۴) ۳

- ۱) ۹
۳) -۹

۹ یک جسم از بالای یک ساختمان که ۲۰ متر ارتفاع دارد، به هوا پرتاب می‌شود. اگر ارتفاع این جسم از سطح زمین در ثانیه t از رابطه $h = -5t^2 + 20t + 20$ محاسبه شود، در چه فاصله زمانی، ارتفاع توپ از سطح زمین در مسیر برگشت به سطح زمین بیشتر از ۳۵ متر خواهد بود؟

قلم چی- ۱۳۹۹

۴) (۱, ۲)

۳) (۰, ۳)

۲) (۲, ۳)

۱) (۱, ۳)

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۰ چند عدد صحیح در نامعادله $2 < \frac{3x-1}{2x+1} < 1$ صدق نمی‌کند؟

۴) ۶

۳) ۵

۲) ۴

۱) ۳

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۱ اگر عبارت $y = 4x^2 + (m+2)x + 1$ همواره مثبت باشد، عبارت $y = x^2 + 3x + m$ چگونه است؟

۴) مثبت یا صفر یا منفی

۳) مثبت یا صفر

۲) همواره منفی

۱) همواره مثبت

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۲ به ازای چند مقدار صحیح برای m ، نامساوی $\frac{2x^2 - 5x + 4}{-2x^2 + (m-2)x - 2} < 0$ همواره برقرار است؟

۴) ۸

۳) ۷

۲) ۶

۱) ۵

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۳ نمودار $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ در بازه $(-\infty, a)$ بالاتر از نمودار $y = |x|$ قرار دارد، بیشترین مقدار a کدام است؟

۴) $\frac{1}{2}$

۳) ۱

۲) صفر

۱) -۱

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۴ اگر مجموعه جواب نامعادله $|x-a| \geq 2b$ به صورت $(-\infty, 3] \cup [6, +\infty)$ باشد، $a+b$ کدام است؟

۴) ۵,۷۵

۳) ۶

۲) ۴,۵

۱) ۵,۲۵

قلم چی- ۱۳۹۹

x	3
$P(x)$	$+ \quad -$

۱۵ با توجه به جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = ax + a^2 - 4$ که در زیر آمده است، مقدار a کدام است؟

۴) ۱

۳) -۴

۲) ۴

۱) -۱

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۶ به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، عبارت $-x^2 + mx - 4$ همواره منفی خواهد بود؟

۴) (-۴, ۴)

۳) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

۲) $(-\infty, -4)$

۱) $(4, +\infty)$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۷ عبارت $\frac{-x^2 + 2x - 8}{x^2 - 2x - 15}$ به ازای چه مقادیری از x همواره نامنفی است؟

۴) $[-5, 3]$

۳) $(-5, 3)$

۲) $[-3, 5]$

۱) $(-3, 5)$



قلم چی- ۱۳۹۹

۱۸ اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $3 > \left| \frac{2x-3}{5} - 2 \right|$ بازه (a, b) باشد، حاصل $b - a$ کدام است؟

- ۱۰ ① ۱۴ ② ۳۰ ③ ۱۵ ④

۱۹ اگر مجموعه جواب‌های نامعادله $\left| \frac{x}{a} + b \right| < \frac{3}{2}$ بازه $(-2, 5)$ باشد، مجموعه جواب‌های نامعادله $|x - b| < a$ کدام است؟ $(a > 0)$

- قلم چی- ۱۳۹۹ $(-\frac{11}{3}, \frac{7}{3})$ ① $(-\frac{7}{3}, \frac{11}{3})$ ② $(1, \frac{13}{3})$ ③ $(-\frac{13}{3}, 1)$ ④

۲۰ اگر جدول تعیین علامت عبارت $P = (2x - 1)(ax^2 + 3x + b)$ به صورت

x	-2	c
P	-	+

 باشد، حاصل abc کدام است؟

- قلم چی- ۱۳۹۹ -2 ① 2 ② 8 ③ -8 ④

۲۱ به ازای کدام مقادیر a ، جدول تعیین علامت زیر برقرار است؟

قلم چی- ۱۳۹۹

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(a+2)x^2 + 2ax + 1$	-	-	-

- $a = -4$ ② $a = 2$ و $a = -1$ ①
هیچ مقدار ④ $a = -1$ ③

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۲ در کدام بازه زیر علامت عبارت $P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15}$ تغییر نمی‌کند؟

- $[0, 5)$ ④ $[-3, 5)$ ③ $(-5, 3)$ ② $[-10, -3)$ ①

۲۳ برای کدام مجموعه مقادیر m ، نمودار سهمی به معادله $y = 3x^2 + mx + 1$ همواره بالای نمودار سهمی به معادله $y = 2x^2 + x - 2$ قرار

قلم چی- ۱۳۹۹

دارد؟

- $-3 < m < 3$ ④ $1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$ ③ $-3 < m < 0$ ② $1 - 3\sqrt{2} < m < 1 + 3\sqrt{2}$ ①

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۴ اگر $A = \left\{ x \mid -3 \leq \frac{2x-1}{3} < 1 \right\}$ و $B = \{ x \mid x^2 + x - 6 \leq 0 \}$ آنگاه $A \cap B$ کدام است؟

- $[-4, 2)$ ④ $[-3, 2)$ ③ $[-3, 2]$ ② $(-3, 2]$ ①

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۵ جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{ax+1}{2x+1} - 3$ به صورت زیر است. مقدار $a \cdot b$ کدام است؟

x	b
$P(x)$	+
	-
	ت
	ن

- -3 ② 3 ①
 -6 ④ 6 ③



۲۶) اگر رأس سهمی‌های $y = 2x^2 - mx + 2$ و $y = 3x^2 - mx + 3$ در یک ناحیه از محورهای مختصات باشند، m چند مقدار صحیح را نمی‌تواند اختیار کند؟ (محورهای مختصات را جزو نواحی مختصات در نظر نگیرید.)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۲۷) اگر نتیجه جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{-2(x^2 - a^2)(x + b)}{(3x - c)^2}$ به صورت زیر باشد، $a^2b - c$ کدام است؟

x	$-\infty$	-۳	-۲	۳	۵	$+\infty$
P(x)		+	○	-	○	+

ت ن

-۳۳ (۲)

۳ (۱)

۳۳ (۴)

-۳ (۳)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۲۸) مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} \geq 3$ برابر با بازه $(a, b]$ است، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۳ (۴)

۱٫۵ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۲۹) مجموعه مقادیر m کدام باشد تا چند جمله‌ای $(m - 1)x^2 + (m + 1)x + 2$ به ازای جمع مقادیر x مثبت باشد؟

{ } (۴)

$\{m | 1 \leq m < 6\}$ (۳)

$\{m | 1 \leq m < 5\}$ (۲)

$\{m | m > 1\}$ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۳۰) مجموعه جواب نامعادله $||x + 2| - 2| < 1$ کدام است؟

$(-5, -3) \cup (-3, -2)$ (۴)

$(0, 2) \cup (4, 6)$ (۳)

$(-5, -3) \cup (-1, 1)$ (۲)

$(-4, -2) \cup (-1, 1)$ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۳۱) چند عدد صحیح نامنفی در نامعادله $\frac{x + 6}{3x + 1} \leq x$ صدق نمی‌کند؟

بی‌شمار (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۲) اگر جدول تعیین علامت عبارت A به صورت زیر باشد و این عبارت فقط به ازای $-3 \leq x$ تعریف شود، در مجموعه جواب نامعادله

قلم‌چی - ۱۳۹۹

$\frac{(x^2 - 1)(x + 2)}{A} \geq 0$ ، مجموع اعداد صحیح کدام است؟

x	-۳	۰	۴
A	+	-	-

صفر (۲)

۳ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۳۳) به ازای چند مقدار صحیح برای m ، نمودار سهمی $y = (m + 2)x^2 + 2mx + 1$ همواره زیر محور x ها قرار می‌گیرد؟

۱ (۴)

صفر (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

قلم‌چی - ۱۳۹۹

۳۴) مجموع جواب نامعادله $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

$(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$ (۴)

$(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (۳)

$(1, +\infty)$ (۲)

$(-\infty, 1)$ (۱)



۳۵) اگر مجموعه جواب نامعادله $|mx + n| > 11$ ، به صورت $\mathbb{R} - [-5, 6]$ باشد، $m - n$ کدام است؟ ($m > 0$)
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۶) اگر بازه $(1, 3)$ بزرگترین بازه‌ای باشد که سهمی $y = 2x^2 - ax + b$ پایین‌تر از خط $y = ax + 4b$ قرار بگیرد، محور تقارن سهمی کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $x = 2$ ۲) $x = -1$ ۳) $x = -2$ ۴) $x = 1$

۳۷) عبارت $P(x) = \frac{x^2 - 5x + 4}{x(x^2 - 4x + 4)}$ به‌ازای چند عدد طبیعی یک رقمی، منفی است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) صفر ۲) یک ۳) دو ۴) سه

۳۸) اگر مجموع جواب نامعادله $ax - 4 < 0$ برابر $(-\infty, a)$ باشد، مجموعه جواب نامعادله $a^2x^2 + 2ax + 1 \leq 0$ کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) \mathbb{R} ۲) $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ۳) $\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ۴) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

۳۹) مقدار x در کدام بازه زیر تغییر کند تا $P(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - x + 1}$ ، دقیقاً دو بار تغییر علامت دهد؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $[1, 10]$ ۲) $[-1, 4]$ ۳) $[-4, 3]$ ۴) $[-6, -1]$

۴۰) عبارت $A = \frac{(2-x)(2x+1)x}{(x-3)(8x-1)}$ در x های مثبت در بازه $(a, +\infty)$ منفی است. حداقل مقدار a کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) ۴ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) $\frac{1}{8}$

۴۱) اگر به‌ازای همه مقادیر x ، نامساوی $(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 2x - 1 - m) < 0$ برقرار باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $(1, +\infty)$ ۲) $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ۳) $(\sqrt{2}, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -\sqrt{2})$

۴۲) اگر مجموعه جواب نامعادله $(a+2)x^2 + (b+3)x + 4b \geq 0$ برابر $[2, +\infty)$ باشد، آن‌گاه مجموعه جواب نامعادله $ax + b \leq 0$ کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $[-2, +\infty)$ ۲) $(-\infty, -2]$ ۳) $[-\frac{1}{2}, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -\frac{1}{2}]$

۴۳) مجموعه جواب نامعادله $|x - 2| - 1 \geq 0$ کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) $(-\infty, -3) \cup [1, +\infty)$ ۲) $(-\infty, 3]$ ۳) $[1, 3]$ ۴) $(-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$

۴۴) اگر عبارت درجه دوم $y = -x^2 + kx - 1$ همواره منفی باشد، بیش‌ترین مقدار صحیح k کدام است؟
 قلم چی - ۱۳۹۹

- ۱) -۲ ۲) -۱ ۳) ۱ ۴) ۲



۴۵) اگر نمودار سهمی $y = x^2 - 4x + 2$ همواره بالای نمودار خط $y = mx - 2$ قرار گیرد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① $(-8, 1)$ ② $(-8, 0)$ ③ $(-7, \frac{1}{2})$ ④ $(-\frac{17}{2}, 0)$

۴۶) در کدام بازه، $P(x) = \frac{(x^2 - 3x)(2 - x)}{x^2 - 8x + 7}$ همواره مثبت است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① $[5, 7]$ ② $[1, 3]$ ③ $[0, 2]$ ④ $[-3, -1]$

۴۷) تعداد ضربان قلب یک ورزشکار، پس از x دقیقه تمرین سنگین از رابطه $f(x) = 2x^2 - 20x + 72$ به دست می‌آید. در چه زمان‌هایی پس از یک تمرین سنگین، تعداد ضربان قلب از ۱۲۰ بیشتر است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① $x > 6$ ② $x > 6$ یا $x < 4$ ③ $x > 12$ ④ $6 < x < 12$

۴۸) اگر $a < 0$ و بازه (a, b) بزرگترین بازه‌ای باشد که عبارت $P(x) = \frac{x^3 - 12x^2 + 36x}{x^2 + x - 6}$ در آن بازه مثبت است، در این صورت $a + b$ کدام است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① -3 ② -1 ③ 4 ④ -2

۴۹) به ازای کدام مقادیر m نمودار $-3mx^2 + 2mx + 1$ همواره بالای محور x ‌ها قرار می‌گیرد؟ ($m \neq 0$) قلم چی-۱۳۹۹

- ① $m > 0$ ② $-3 < m < 0$ ③ هر مقدار m ④ هیچ مقدار m

۵۰) اگر مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x + 6}{x^2 + ax + b} \leq 0$ به صورت $(-\infty, -5) \cup [-3, 2)$ باشد، حاصل ab کدام است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① -20 ② 20 ③ -30 ④ 30

۵۱) مجموعه جواب نامعادله $\frac{|x| - 1}{2} < 3$ شامل چند عدد صحیح است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① 6 ② 9 ③ 13 ④ 15

۵۲) اجتماع مجموعه جواب‌های دو نامعادله زیر به کدام صورت است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① $(-3, 3) - [-1, 1]$ ② $(-3, 3) - (-1, 1)$ ③ $(-3, 3) - (-1, 1)$ ④ $[-3, 3] - (-1, 1)$
- قلم چی-۱۳۹۹ $\begin{cases} |x - 2| \leq 1 \\ x^2 + 4x + 3 \leq 0 \end{cases}$

۵۳) با توجه به جدول زیر که مربوط به تعیین علامت عبارت $P = \frac{ax + c}{2x^2 - ax - 4}$ است، حاصل $c + k$ کدام است؟ قلم چی-۱۳۹۹

- ① 5 ② -3 ③ -5 ④ 3
- | | | |
|-----|-----|-----|
| x | k | a |
| P | $-$ | $+$ |
| | $+$ | $+$ |
| | $-$ | $-$ |



قلم چی - ۱۳۹۹

۵۴) مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x^2 - 2x - 5}{x - 3} < 2x$ کدام است؟

- ① $(\frac{1}{2}, 2)$ ② $(\frac{5}{3}, 3)$ ③ $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ ④ $(-\infty, \frac{5}{3}) \cup (3, +\infty)$

۵۵) مجموعه همه مقادیر x که به ازای آن عبارت $\frac{(x^2 - 6x + 9)\sqrt{x+5}}{x^2 - x - 6}$ منفی می باشد برابر با مجموعه جواب کدام نامعادله زیر است؟

قلم چی - ۱۳۹۹

- ① $|x| < \frac{3}{2}$ ② $|x| > \frac{3}{2}$ ③ $|x - \frac{1}{2}| > \frac{5}{2}$ ④ $|x - \frac{1}{2}| < \frac{5}{2}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$A \leq 4 \Rightarrow \left| \frac{2x-1}{3} - 3 \right| \leq 4 \Rightarrow \left| \frac{2x-10}{3} \right| \leq 4$$

$$\Rightarrow |2x-10| \leq 12 \Rightarrow -12 \leq 2x-10 \leq 12 \Rightarrow -2 \leq 2x \leq 22 \xrightarrow{\div 2} -1 \leq x \leq 11$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

طبق جواب (1, b) جدول به شکل زیر است.

$$ax^2 - 6x + b < 0$$

x	1	b
$ax^2 - 6x + b$	+	-
	o	o
	+	+

$a > 0$

$$\begin{cases} x=1 \\ x=b \end{cases} \text{ ریشه‌های عبارت‌اند. داریم:}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{x=1} a - 6 + b = 0 \Rightarrow a + b = 6 \\ \xrightarrow{x=b} ab^2 - 6b + b = 0 \Rightarrow ab^2 - 5b = 0 \\ \Rightarrow b(ab - 5) = 0 \rightarrow \begin{cases} b = 0 \text{ غ ق ق } (b > 1) \\ ab = 5 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + b = 6 \\ ab = 5 \end{cases} \Rightarrow (a+b)ab = a^2b + b^2a = 6 \times 5 = 30$$

 شرط آن که عبارت درجه دوم $A = -x^2 + 2x - m + 1$ همواره منفی باشد آن است که $\Delta < 0$ و ضریب x^2 یعنی a نیز منفی باشد. پس:

$$\begin{cases} a = -1 < 0 \\ \Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2)^2 - 4(-1)(-m+1) < 0 \Rightarrow 4 - 4m + 4 < 0 \Rightarrow 4m > 8 \Rightarrow m > 2 \end{cases}$$

در نامعادله داده شده داریم:

$$\begin{cases} 3x + 1 < 1 - x \Rightarrow 4x < 0 \Rightarrow x < 0 \\ 1 - x < x + 5 \Rightarrow -4 < 2x \Rightarrow -2 < x \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} -2 < x < 0 \Rightarrow x \in (-2, 0) = (a, b) \Rightarrow a = -2, b = 0$$

از طرفی:

$$|3x + a| < b + 1 \xrightarrow{a=-2, b=0} |3x - 2| < 1 \Rightarrow -1 < 3x - 2 < 1 \xrightarrow{+2} 1 < 3x < 3 \xrightarrow{\div 3} \frac{1}{3} < x < 1$$

برای آن که نمودار سهمی داده شده پایین نمودار خط داده شده باشد باید:

$$mx^2 + 5x + 3 < x + 2 \Rightarrow mx^2 + 4x + 1 < 0 \quad (*)$$

 می‌دانیم برای اینکه عبارت درجه دوم $ax^2 + bx + c$ همواره مقدار منفی داشته باشد باید $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد.

 نامعادله (*) به ازای هر x منفی است؛ داریم:

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4(m)(1) < 0 \Rightarrow 16 - 4m < 0 \Rightarrow 16 < 4m \Rightarrow 4 < m \quad (1) \\ m < 0 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1) \cap (2)} \emptyset$$

 به توجه به جدول تعیین علامت، عبارت A ، یک عبارت درجه دوم همواره نامنفی است، پس ریشه مضاعف -2 دارد.

$$\begin{cases} y = (x+2)^2 = x^2 + 4x + 4 \\ y = x^2 + ax + b \end{cases} \Rightarrow a = 4, b = 4$$

$$\Rightarrow ab = 4 \times 4 = 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

همواره نامنفی است کسر داده شده را تعیین علامت می‌کنیم (برای تعیین علامت، ریشه‌های صورت و مخرج را به دست می‌آوریم).

$$x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=2 \end{cases}$$

$$3x^2 - 2x + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4(3)(2) = -20 < 0$$

 $\Delta < 0$ و $a > 0$ ، پس عبارت $3x^2 - 2x + 2$ همواره مثبت است.

$$(1-x^2) = 0 \Rightarrow (1-x)(1+x) = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$



x	$-\infty$	-1	1	2	$+\infty$
$ 2x-4 $	+	+	+	○	+
$3x^2-2x+2$	+	+	+	+	+
$(1-x^2)$	-	○	○	-	-
x^2-3x+2	+	+	○	-	○
f(x)	-	+	+	○	-

ت.ن ت.ن

$\rightarrow (-1, 2) - \{1\}$

$\Rightarrow (b - a) = 2 - (-1) = 3$

زمانی که $2 - x = -1$ شود مقدار عبارت $P(x)$ صفر می‌شود: (1) (2) (3) (4) (8)

$x = 3 : P(3) = 0 \Rightarrow (3a + 9)(13) = 0 \Rightarrow a = -3$

ابتدا چون می‌خواهیم فاصله جسم از زمین بیشتر از ۳۵ متر باشد، داریم: (1) (2) (3) (4) (9)

$h > 35 \Rightarrow -\Delta t^2 + 20t + 20 > 35 \Rightarrow -\Delta t^2 + 20t - 15 > 0 \Rightarrow t^2 - 4t + 3 < 0 \Rightarrow (t - 1)(t - 3) < 0$

t	1	3
h	+	-

$\Rightarrow 1 < t < 3$

حال می‌بایست دقت کنیم جسم از نقطه رأس سهمی به بعد در حال برگشت به سطح زمین است، پس زمان مربوط به نقطه رأس را می‌یابیم.

رأس سهمی: $t_s = \frac{-b}{2a} = \frac{-20}{2 \times (-\Delta)} = \frac{-20}{-10} = 2$

پس زمانی که فاصله توپ از سطح زمین بیشتر از ۳۵ و توپ در مسیر بازگشت است.

$2 < t < 3 \Rightarrow t \in (2, 3)$

نامعادله اصلی را به صورت دو نامعادله می‌نویسیم و سپس بین جواب‌ها اشتراک می‌گیریم. (1) (2) (3) (4) (10)

(1) $\frac{3x-1}{2x+1} > 1 \Rightarrow \frac{3x-1}{2x+1} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{3x-1-(2x+1)}{2x+1} > 0 \Rightarrow \frac{x-2}{2x+1} > 0$

برای بدست آوردن جواب جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	2	$+\infty$
$x-2$	-	-	○	+
$2x+1$	-	○	+	+
$\frac{x-2}{2x+1}$	+	-	○	+

ت.ن

باتوجه به جدول تعیین علامت داریم:

(1) جواب: $x > 2$ یا $x < -\frac{1}{2}$

(2) $\frac{3x-1}{2x+1} < 2 \Rightarrow \frac{3x-1-2(2x+1)}{2x+1} < 0 \Rightarrow \frac{-x-3}{2x+1} < 0 \Rightarrow \frac{x+3}{2x+1}$

برای بدست آوردن جواب جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

x	$-\infty$	3	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$x+3$	-	○	+	+
$2x+1$	-	-	○	+
$\frac{x+3}{2x+1}$	+	○	-	○

ت.ن

باتوجه به جدول تعیین علامت جواب (2) برابر است با:

(2) جواب: $x < -3$ یا $x > -\frac{1}{2}$

جواب نهایی برابر است با:

اشتراک (1)، (2) $\rightarrow x < -3$ یا $x > 2$

پس اعداد $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ یعنی ۶ عدد صحیح در این نامعادله صدق نمی‌کند.



$$\Delta = b^2 - 4ac = (m-2)^2 - 4(-2)(-2) < 0 \Rightarrow (m-2)^2 - 16 < 0 \Rightarrow (m-2)^2 < 16$$

$$\Rightarrow |m-2| < 4 \Rightarrow -4 < m-2 < 4 \xrightarrow{(+2)} -2 < m < 6 \Rightarrow m \text{ برای } m = -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

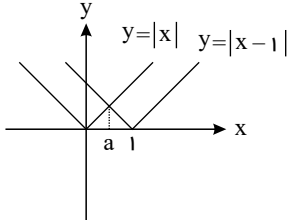
پس به ازای ۷ مقدار صحیح برای m ، نامساوی موردنظر همواره برقرار است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

نمودار $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$ بالاتر از نمودار $y = |x|$ قرار دارد، یعنی:

$$\sqrt{x^2 - 2x + 1} > |x| \Rightarrow \sqrt{(x-1)^2} > |x| \Rightarrow |x-1| > |x|$$

برای به دست آوردن جواب نامعادله از روش رسم نمودار کمک می‌گیریم:



از روی شکل کاملاً مشخص است که نمودار $y = |x-1|$ در بازه $(-\infty, a)$ ، بالاتر از نمودار $y = |x|$ قرار دارد. برای یافتن مقدار a باید دو شاخه متقاطع مربوط از دو نمودار را مساوی هم قرار دهیم.

$$\begin{cases} y = |x| \Rightarrow y = x \\ y = |x-1| \Rightarrow y = -x+1 \end{cases} \Rightarrow x = -x+1 \Rightarrow 2x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$x \leq 3 \text{ یا } x \geq 6 \xrightarrow{\text{از طرفین}} x - 4,5 \leq 3 - 4,5 \text{ یا } x - 4,5 \geq 6 - 4,5 \Rightarrow x - 4,5 \leq -1,5 \text{ یا } x - 4,5 \geq 1,5 \Rightarrow |x - 4,5| \geq 1,5$$

$$\begin{cases} a = 4,5 \\ 2b = 1,5 \Rightarrow b = 0,75 \end{cases} \Rightarrow a + b = 4,5 + 0,75 = 5,25$$

در جدول تعیین علامت عبارت درجه اول، علامت عبارت در سمت راست ریشه، موافق با علامت ضریب x ، یعنی a است که طبق صورت سؤال منفی است، پس a باید منفی باشد.

عبارت $P(x)$ به ازای $x = 3$ برابر با صفر است، پس:

$$P(3) = 0 \Rightarrow 3a + a^2 - 4 = 0 \Rightarrow (a+4)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = -4 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

چون a ضریب x^2 در عبارت درجه دوم داده شده، منفی است، اگر $\Delta < 0$ باشد، عبارت همواره موافق علامت a یعنی منفی خواهد شد، به بیان دیگر باید:

$$\begin{cases} a < 0 \text{ (} a = -1 \text{ برقرار است.)} \\ \Delta < 0 \end{cases}$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow m^2 - 4(-1)(-4) < 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 16 < 0 \Rightarrow m^2 < 16 \Rightarrow |m| < 4 \Rightarrow -4 < m < 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$y_1 = -x^2 + 2x - 8 : \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 32 < 0, a < 0 \Rightarrow y_1 \text{ همواره منفی است.}$$

$$y_2 = x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3)$$

با تعیین علامت عبارت موردنظر داریم:

$$\Rightarrow \text{بازه مورد نظر} = (-3, 5)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$3 > \left| \frac{2x-13}{5} \right| \xrightarrow{\times 5} |2x-13| < 15 \Rightarrow -15 < 2x-13 < 15$$

$$\xrightarrow{+13} -2 < 2x < 28 \xrightarrow{\div 2} -1 < x < 14$$

بنابراین جواب نامعادله به صورت $(-1, 14)$ و در نتیجه $b - a = 15$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹



$$\frac{3}{2}a - ab = 6,5 \xrightarrow{ab=-2} \frac{3}{2}a + 2 = 6,5 \Rightarrow \frac{3}{2}a = 4,5 = \frac{9}{2}$$

$$\Rightarrow a = \frac{9}{2} \times \frac{2}{3} = 3 \Rightarrow b = -\frac{2}{3}$$

در نتیجه مجموعه جواب‌های نامعادله $|x - b| < a$ به صورت زیر است:

$$|x - b| < a \Rightarrow \left|x + \frac{2}{3}\right| < 3 \Rightarrow -3 < x + \frac{2}{3} < 3$$

$$\Rightarrow -3 - \frac{2}{3} < x < 3 - \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{-11}{3} < x < \frac{7}{3}$$

چون در دو طرف $x = -2$ تغییر علامت وجود دارد، پس $x = -2$ ریشه ساده عبارت P است و باید عبارت $ax^2 + 3x + b$ را صفر کند. همچنین چون در

دو طرف $x = c$ تغییر علامتی وجود ندارد پس ریشه مضاعف عبارت P است و باید ریشه عبارت $ax^2 + 3x + b$ با ریشه عبارت $2x - 1$ یعنی $x = \frac{1}{2}$ یکسان باشد. پس $x = \frac{1}{2}$ نیز باید

عبارت $ax^2 + 3x + b$ را صفر کند.

$$2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} = c$$

$$ax^2 + 3x + b = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \xrightarrow{x=-2} 4a + b = 6 \\ \xrightarrow{x=\frac{1}{2}} \frac{1}{4}a + b = -\frac{3}{2} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{از حل دستگاه}} \begin{cases} a = 2 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow abc = (2)(-2)\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

باتوجه به جدول تعیین علامت، عبارت درجه ۲ یک ریشه مضاعف دارد و ضریب x^2 منفی است. لذا $x = -\frac{1}{2}$ ریشه تکراری و طول رأس عبارت (سهمی) می‌باشد.

$$\text{رأس سهمی: } x = -\frac{b'}{2a'} = \frac{-2a}{2a+4} = -\frac{1}{2} \Rightarrow 4a = 2a + 4 \Rightarrow a = 2 \quad (1)$$

$$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2 \quad (2)$$

جواب اصلی اشتراک جواب‌های (۱) و (۲) است. داریم:

$$(1) \cap (2) = \emptyset$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

$$P(x) = \frac{1}{x^2 + 2x - 15} = \frac{1}{(x+5)(x-3)}$$

باتوجه به گزینه‌ها در بازه $(-5, 3)$ علامت $P(x)$ تغییر نمی‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

باید $3x^2 + mx + 1$ همواره بزرگتر از $2x^2 + x - 2$ باشد. یعنی:

$$3x^2 + mx + 1 > 2x^2 + x - 2 \Rightarrow 3x^2 - 2x^2 + mx - x + 1 + 2 > 0 \Rightarrow x^2 + (m-1)x + 3 > 0$$

پس $x^2 + (m-1)x + 3$ باید همواره مثبت باشد؛ پس برای این منظور باید Δ آن منفی و ضریب x^2 مثبت باشد. ضریب x^2 برابر یک و مثبت است. پس فقط کافی است $\Delta < 0$ باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (m-1)^2 - 4(1)(3) = m^2 - 2m + 1 - 12 = m^2 - 2m - 11 < 0$$

برای حل نامعادله $\Delta < 0$ عبارت درجه ۲ بر حسب m را تعیین علامت می‌کنیم. ابتدا ریشه آن را به دست می‌آوریم. پس ابتدا Δ را به دست آوریم:

$$m^2 - 2m - 11 = 0$$

جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(-11) = 48 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{2 + \sqrt{48}}{2} = \frac{2 + 4\sqrt{3}}{2} = 1 + 2\sqrt{3} \\ m_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = m_2 = \frac{2 - \sqrt{48}}{2} = \frac{2 - 4\sqrt{3}}{2} = 1 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow$$

باتوجه به جدول جواب برابر است با:

$$\Rightarrow \text{جواب: } 1 - 2\sqrt{3} < m < 1 + 2\sqrt{3}$$



$$-۳ \leq \frac{۲x-1}{۳} < 1 \xrightarrow{\times ۳} -۹ \leq ۲x-1 < ۳ \xrightarrow{+1} -۸ \leq ۲x < ۴ \xrightarrow{\div ۲} -۴ \leq x < ۲ \Rightarrow A = [-۴, ۲)$$

$$x^2 + x - ۶ \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-۲)(x+۳) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = -۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow B = [-۳, ۲]$$

باتوجه به نمودار روبه‌رو $A \cap B$ را بدست می‌آوریم:

$$\Rightarrow A \cap B = [-۳, ۲)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵ از جدول تعیین علامت $P(x)$ معلوم می‌شود که صورت کسر $\frac{ax+1}{۲x+1}$ فاقد ریشه است. یعنی:

$$P(x) = \frac{ax+1}{۲x+1} - ۳ = \frac{(a-۶)x-۲}{۲x+1}$$

برای این که $(a-۶)x-۲$ ریشه نداشته باشد، باید $a-۶ = 0$ باشد. پس $a = ۶$ است. خودبه‌خود b نیز ریشهٔ مخرج $P(x)$ است. یعنی $b = -\frac{1}{۲}$ پس $ab = -۳$.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶ می‌دانیم: در سهمی به معادلهٔ $y = ax^2 + bx + c$ رأس سهمی برابر است با:

$$\text{عرض رأس سهمی} = \frac{-b}{۲a}, \quad \text{طول رأس سهمی} = -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{(b^2 - ۴ac)}{۴a}$$

طول رأس سهمی $y = ۲x^2 - mx + ۲$ برابر با $x_1 = \frac{m}{۴}$ و طول رأس سهمی $y = ۳x^2 - mx + ۳$ نیز برابر با $x_2 = \frac{m}{۶}$ است. پس هر دو سهمی دارای طول رأس هم‌علامت هستند. بنابراین کافی است عرض رأس دو سهمی هم‌علامت باشد. داریم:

$$y = ۲x^2 - mx + ۲ \Rightarrow \text{عرض رأس سهمی} : y_1 = -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{m^2 - 1۶}{۸}$$

$$y = ۳x^2 - mx + ۳ \Rightarrow \text{عرض رأس سهمی} : y_2 = -\frac{\Delta}{۴a} = -\frac{m^2 - ۳۶}{۱۲}$$

برای این که y_1 و y_2 هم‌علامت باشند، باید داشته باشیم:
یعنی:

$$P(m) = \frac{(m^2 - 1۶)(m^2 - ۳۶)}{۸ \times ۱۲} > 0$$

یعنی $m \in (-\infty, -۶) \cup (-۴, ۴) \cup (۶, +\infty)$
بنابراین m مقادیر صحیح ۶، ۵، ۴، -۴، -۵، -۶ را نمی‌توان اختیار کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷ از آنجایی که ریشهٔ مخرج در جدول تعریف نشده می‌باشد، پس ریشهٔ مخرج ۵ می‌باشد.

$$۳x - c = 0 \Rightarrow ۳x = c \Rightarrow ۳ \times (۵) = c \Rightarrow c = ۱۵$$

از طرفی $x^2 - a^2$ دارای دو ریشهٔ قرینه می‌باشد، پس:

$$x^2 - a^2 = 0 \Rightarrow x^2 = a^2 \Rightarrow x = \pm a$$

در نتیجه به جدول و دو ریشهٔ قرینه $a = \pm ۳$ می‌باشد و ریشهٔ باقی‌مانده در صورت کسر $x = -۲$ است، پس:

$$x + b = 0 \Rightarrow x = -b = -۲ \Rightarrow b = ۲$$

در نتیجه با محاسبات بالا داریم:

$$a^2b - c = (۹) \times (۲) - ۱۵ = ۱۸ - ۱۵ = ۳$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$\frac{x^2 - ۳x - ۴}{x^2 - ۵x - ۶} - ۳ \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - ۳x - ۴ - ۳x^2 + ۱۵x + ۱۸}{x^2 - ۵x - ۶} \geq 0 \Rightarrow \frac{-۲x^2 + ۱۲x + ۱۴}{x^2 - ۵x - ۶} \geq 0 \Rightarrow \frac{-۲(x^2 - ۶x - ۷)}{x^2 - ۵x - ۶} \geq 0$$

جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

$$\Rightarrow \begin{cases} -۲(x^2 - ۶x - ۷) = 0 \rightarrow -۲(x-۷)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = ۷ \end{cases} \\ x^2 - ۵x - ۶ = 0 \rightarrow (x-۶)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = ۶ \end{cases} \end{cases}$$

بیشینه $a - b$ به ازای $b = ۷$ و $a = ۶$ به دست می‌آید که در نتیجه $b - a = ۷ - ۶ = ۱$ است.



۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

شرط این که چند جمله‌ای درجه دوم $ax^2 + bx + c$ به ازای x مثبت باشد آن است که:

$$\begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b^2 - 4ac < 0 \\ a > 0 \end{cases} \xrightarrow[b=m+1]{a=m-1, c=2} \begin{cases} (m+1)^2 - 4(m-1)(2) < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 - 8m + 8 < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m^2 - 6m + 9 < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (m-3)^2 < 0 \\ m-1 > 0 \end{cases}$$

نامعادله $(m-3)^2 < 0$ جواب ندارد، سپس هیچ مقداری برای m به دست نمی‌آید.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$||x+2| - 2| < 1 \Rightarrow -1 < |x+2| - 2 < 1 \Rightarrow 1 < |x+2| < 3$$

$$I) 1 < |x+2| \Rightarrow \begin{cases} x+2 > 1 \Rightarrow x > -1 \\ x+2 < -1 \Rightarrow x < -3 \end{cases} \quad (I)$$

$$II) |x+2| < 3 \Rightarrow \{-3 < x+2 < 3 \Rightarrow -5 < x < 1\} \quad (II)$$

اشتراک روابط بالا را در نمودار زیر می‌بینید؛ داریم:

$$\xrightarrow{(I) \cap (II)} (-5, -3) \cup (-1, 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

چون حاصل قدرمطلق مقدار نامنفی است پس: $x \geq 0$ ؛ بنابراین:

$$\Rightarrow \left| \frac{x+6}{3x+1} \right| = \frac{x+6}{3x+1} \Rightarrow \frac{x+6}{3x+1} \leq x \Rightarrow 3x^2 + x \geq x+6 \Rightarrow 3x^2 \geq 6 \Rightarrow x^2 \geq 2 \Rightarrow \begin{cases} x \geq +\sqrt{2} & x \geq 0 \\ x \leq -\sqrt{2} \end{cases} \rightarrow x \geq \sqrt{2}$$

اعداد ۱ و صفر در این نامعادله صدق نمی‌کنند.

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا توجه کنید که $x^f - 1 = (x^f - 1)(x^f + 1)$ است که در آن $x^f + 1$ همواره مثبت است و در تعیین علامت تأثیری ندارد. عبارت

$$Q(x) = \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{A}$$

را تعیین علامت می‌کنیم دقت کنید که A فقط به ازای $x \geq -3$ تعریف می‌شود.

مجموعه جواب نامعادله به صورت $[1, 4) \cup [-1, 0) \cup (-3, -2]$ است. که اعداد صحیح آن مجموعه $\{-2, -1, 1, 2, 3\}$ است. مجموع اعضای این مجموعه برابر با ۳ است.

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ برای این که سهمی، زیر محور x باشد باید $\Delta < 0$ و $a < 0$ باشد؛ یعنی:

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (2m)^2 - 4(m+2)(1) < 0$$

$$\Rightarrow 4m^2 - 4(m+2) < 0 \Rightarrow 4(m^2 - m - 2) < 0 \Rightarrow m^2 - m - 2 < 0$$

$$m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m = 2 \text{ یا } m = -1$$

$$\xrightarrow{\text{جواب نامعادله}} m^2 - m - 2 < 0 \Rightarrow -1 < m < 2 \quad \left. \begin{array}{l} \text{اشتراک} \\ \text{دو جواب} \end{array} \right\} \rightarrow \emptyset$$

از آن‌جا که اشتراک جواب‌های به دست آمده تهی است، به ازای هیچ مقدار صحیح m ، سهمی داده شده زیر محور x را قرار نمی‌گیرد.

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ برای این که حاصل ضرب $(1 - |x|)(1 + x)$ مثبت باشد، یا هر دو عبارت باید مثبت باشند یا هر دو عبارت باید منفی باشند.

$$\left\{ \begin{array}{l} 1+x > 0 \Rightarrow x > -1 \\ 1-|x| > 0 \Rightarrow 1 > |x| \Rightarrow -1 < x < 1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک دو جواب}} (-1, 1) \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1+x < 0 \Rightarrow x < -1 \\ 1-|x| < 0 \Rightarrow 1 < |x| \Rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اشتراک دو جواب}} x < -1 \quad (2)$$

جواب اصلی اجتماع جواب‌های (۱) و (۲) است.

$$(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

$$|mx+n| > 11 \Rightarrow \begin{cases} mx+n > 11 \Rightarrow mx > 11-n \xrightarrow{m>0} x > \frac{11-n}{m} \quad (1) \\ mx+n < -11 \Rightarrow mx < -11-n \xrightarrow{m>0} x < \frac{-11-n}{m} \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{(1), (2)} x \in \mathbb{R} - \left[\frac{-11-n}{m}, \frac{11-n}{m} \right]$$



از مقایسه با $[-5, 6] - \mathbb{R}$ داریم:

$$\begin{cases} \frac{-11-n}{m} = -5 \Rightarrow 5m - n = 11 \\ \frac{11-n}{m} = 6 \Rightarrow 6m + n = 11 \end{cases} \Rightarrow 11m = 22 \Rightarrow m = 2, n = -1 \Rightarrow m - n = 3$$

با توجه به سؤال داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶**

$$2x^2 - ax + b < ax + 4b \Rightarrow 2x^2 - 2ax - 3b < 0$$

جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

$x = 3$ و $x = 1$ ریشه‌های عبارت $2x^2 - 2ax - 3b$ هستند، لذا:

$$\begin{aligned} x=1 &\rightarrow 2 - 2a - 3b = 0 \Rightarrow 2a + 3b = 2 \\ x=3 &\rightarrow 18 - 6a - 3b = 0 \Rightarrow 2a + b = 6 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \end{cases}$$

در نتیجه معادله سهمی برابر است با:

$$\Rightarrow \text{سهمی: } y = 2x^2 - 4x - 2$$

$$\Rightarrow \text{محور تقارن: } x = -\frac{b}{2a} = \frac{4}{4} = 1$$

هریک از عبارتهای صورت و مخرج را مساوی صفر قرار می‌دهیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷**

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 4 = 0 \Rightarrow (x-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ یا } x = 1 \\ x = 0 \\ x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2 \end{cases}$$

سپس جدول تعیین علامت را می‌کشیم:

باتوجه به جدول تعیین علامت، $P(x)$ ، تنها به‌ازای عدد طبیعی یک‌رقمی $x = 3$ منفی خواهد شد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\begin{aligned} (-\infty, a), ax - 4 < 0 &\xrightarrow{\text{ریشه نامعادله است } x=a} a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \Rightarrow 2x - 4 < 0 \Rightarrow x < 2 \text{ ق ق} \\ a = -2 \Rightarrow -2x - 4 < 0 \Rightarrow x > -2 \text{ غ ق} \end{cases} \\ \Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2} &\xrightarrow{a=2} 4x^2 + 4x + 1 \leq 0 \end{aligned}$$

جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

باتوجه به جدول بالا جواب برابر است با:

$$\text{جواب: } \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

برای بدست آوردن مقدار x باید جدول تعیین علامت را رسم کنیم؛ داریم:

$$\begin{aligned} \text{همواره برقرار است: } x^2 - x + 1 > 0 &\xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4 < 0, a = 1 > 0} \\ \text{صورت کسر: } x^2 - x + 1 = 0 & \\ \text{مخرج کسر: } x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2) & \end{aligned}$$

جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

مطابق جدول تعیین علامت فوق، در بازه $[-1, 4]$ ، $P(x)$ دوبار ($x = 2$ و $x = 0$) تغییر علامت می‌دهد.

در بازه $[-4, 3]$ ، $P(x)$ سه بار و در دو بازه $[1, 10]$ ، $[-6, -1]$ ، $P(x)$ یک بار تغییر علامت می‌دهد.

در x های مثبت، x و $2x + 1$ مثبت‌اند و فقط عبارت $B = \frac{2-x}{(x-3)(x-1)}$ را بررسی می‌کنیم. جدول تعیین علامت زیر، برای $x > 0$ است. عبارت **۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰**

برای x های بزرگ ($x > 3$) منفی است. و در هر یک از ریشه‌های صورت و مخرج کسر تغییر علامت می‌دهد.

جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

پس بازه $(a, +\infty)$ که در آن A منفی است، $(3, +\infty)$ می‌تواند باشد و داریم:

$$\min(a) = 3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

$$((1-m)x^2 - 2x - 1 - m)(x^2 - 2x + 3) < 0$$

برای عبارت درجه دوم $x^2 - 2x + 3$ داریم:



$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(3) = -8 < 0$$

چون $\Delta < 0$ و ضریب x^2 مثبت است، پس همواره $x^2 - 2x + 3 > 0$ است.

$$\Rightarrow (1-m)x^2 - 2x - 1 - m < 0$$

برای این که عبارت درجه دوم فوق همواره منفی باشد باید، $\Delta < 0$ و ضریب x^2 منفی باشد.

$$1 - m < 0 \Rightarrow m > 1 \quad (1)$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-2)^2 + 4(1-m)(1+m) < 0 \Rightarrow 4 + 4 - 4m^2 < 0 \Rightarrow 8 - 4m^2 < 0 \Rightarrow 4(2 - m^2) < 0$$

$$\Rightarrow 2 - m^2 = 0 \Rightarrow m^2 = 2 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$$

جدول تعیین علامت به صورت زیر است:

$$\Rightarrow m \in (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty) \quad (2)$$

در نتیجه جواب نهایی برابر است با:

اشتراک (1)، (2) $\rightarrow m > \sqrt{2}$

باتوجه به جواب نامعادله، عبارت درجه اول می باشد، پس $a = -2$ و $x = 2$ ریشه عبارت است. داریم: (1) (2) (3) (4) (42)

$$x=2 \rightarrow (b+3)(2) + 4b = 0 \Rightarrow b = -1$$

$$ax + b \leq 0 \xrightarrow[b=-1]{a=-2} -2x - 1 \leq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2}$$

(1) (2) (3) (4) (43)

$$|x-2| - 1 \geq 0 \Rightarrow |x-2| \geq 1$$

$$\Rightarrow x-2 \geq 1 \text{ یا } x-2 \leq -1 \Rightarrow x \geq 3 \text{ یا } x \leq 1$$

$$\Rightarrow x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

برای آن که عبارت درجه دوم $y = a'x^2 + b'x + c'$ همواره منفی باشد، باید دو شرط $a' < 0$ و $\Delta < 0$ برقرار باشند. در عبارت $y = -x^2 + kx - 1$ (1) (2) (3) (4) (44)

شرط $a' < 0$ برقرار است، پس کافی است:

$$\Delta = b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow k^2 - 4(-1)(-1) < 0 \Rightarrow k^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < k < 2 \Rightarrow k \in (-2, 2)$$

پس بزرگترین مقدار صحیح k برابر با 1 است.

(1) (2) (3) (4) (45)

بنابر فرض سوال: $x^2 - 4x + 2 > mx - 2 \Rightarrow x^2 - 4x - mx + 2 + 2 > 0$

$$x^2 - (4+m)x + 4 > 0 \xrightarrow[\text{برقرار باشد}]{\text{همواره باید}} \begin{cases} \Delta < 0 \\ a > 0 \end{cases} \rightarrow \text{برقرار است.}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (4+m)^2 - 4(1)(4) < 0 \Rightarrow (4+m)^2 < 16$$

$$\Rightarrow m^2 + 8m + 16 < 16$$

$$m^2 + 8m < 0 \Rightarrow m(m+8) < 0$$

$$\Rightarrow -8 < m < 0$$

(1) (2) (3) (4) (46)

$$P(x) = \frac{(x^2 - 3x)(2 - x)}{x^2 - 8x + 7} = \frac{x(x-3)(2-x)}{(x-1)(x-7)}$$

x	0	1	2	3	7		
$x^2 - 3x$	+	0	-	-	0	+	+
$2 - x$	+	+	+	0	-	-	-
$x^2 - 8x + 7$	+	+	0	-	-	-	0
P(x)	+	0	-	+	0	-	+

تعریف نشده

توجه کنید که عبارت $P(x)$ در $x = 7$ تعریف نشده است، پس گزینه (1) نادرست است.

در بین گزینه‌ها تنها بازه $[-3, -1]$ قابل قبول است.

(1) (2) (3) (4) (47)



عبارت $P(x) = x^2 - 10x - 24 > 0$ را تعیین علامت می‌کنیم:

$$x^2 - 10x - 24 > 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 2) > 0$$

x	-2	12
$x^2 - 10x - 24$	+	-

بنابراین چون زمان نمی‌تواند منفی باشد، $x > 12$ جواب قابل قبول است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۸

$$P(x) = \frac{x(x^2 - 12x + 36)}{x^2 + x - 6} = \frac{x(x - 6)^2}{(x + 3)(x - 2)}$$

ریشه‌های صورت و مخرج هستند. جدول تعیین علامت زیر را در نظر بگیرید:

x	$-\infty$	-3	0	2	6	$+\infty$
x	-	-	0	+	+	+
$(x - 6)^2$	+	+	+	+	0	+
$(x + 3)(x - 2)$	+	0	-	-	0	+
P(x)	-	+	0	-	+	+

ت.ن ت.ن

طبق خواسته سؤال $(a, b) = (-3, 0)$ است، پس:

$$a = -3, b = 0 \Rightarrow a + b = -3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

قرار گرفتن نمودار در بالای محور x ها یعنی عبارت، همواره بزرگ‌تر از صفر است:

$$-3mx^2 + 2mx + 1 > 0$$

m	-3	0
$3m^2 + 12m$	+	0

$$\begin{cases} \Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = (2m)^2 - 4(-3m)(1) < 0 \Rightarrow 4m^2 + 12m < 0 \\ a > 0 \Rightarrow -3m > 0 \Rightarrow m < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 4m^2 + 12m < 0 \Rightarrow 4m(m + 3) < 0 \Rightarrow -3 < m < 0$$

حال بین $m < 0$ و $-3 < m < 0$ اشتراک می‌گیریم که این اشتراک $-3 < m < 0$ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

با توجه به مجموعه جواب داده شده، ریشه‌های معادله درجه دوم مخرج -5 و 2 می‌باشد، جدول زیر را در نظر بگیرید؛ بنابراین:

x	-5	-3	2
$2x + 6$	-	-	+
$x^2 + ax + b$	+	-	-
$\frac{2x + 6}{x^2 + ax + b}$	-	+	-

در نتیجه داریم:

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x + 5)(x - 2) = x^2 + 3x - 10 \Rightarrow a = 3, b = -10 \Rightarrow ab = -30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$\left| \frac{|x| - 1}{2} \right| < 3 \Rightarrow -3 < \frac{|x| - 1}{2} < 3 \Rightarrow -6 < |x| - 1 < 6 \Rightarrow \underbrace{-5 < |x| < 7}_{\text{همواره برقرار}} \Rightarrow |x| < 7 \Rightarrow -7 < x < 7$$

۱۳ عدد صحیح $\Rightarrow \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \pm 5, \pm 6\}$ اعداد صحیح متعلق به مجموعه جواب

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$|x - 2| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x - 2 \leq 1 \Rightarrow 1 \leq x \leq 3$$

$$x^2 + 4x + 3 \leq 0 \Rightarrow (x + 1)(x + 3) \leq 0$$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|cccc} x & -\infty & -3 & -1 & +\infty \\ \hline & + & - & - & + \end{array} \Rightarrow x \in [-3, -1]$$

$$\text{اجتماع: } [-3, 3] - (-1, 1) \quad \begin{array}{c} \bullet \text{---} \bullet \quad \bullet \text{---} \bullet \\ \hline -3 \quad -1 \quad 1 \quad 3 \end{array}$$

کسر داده شده در ریشه‌های مخرج یعنی $x = a$ و $x = k$ تعریف نشده است. از آنجایی که عبارت P در $x = a$ تغییر علامت نداده است، پس ریشه $x = a$ صورت کسر نیز می‌باشد. همچنین علامت ضریب x در صورت کسر (یعنی a) باید مثبت باشد.

$$x = a \xrightarrow{\text{در صورت}} a^2 + c = 0$$

$$x = a \xrightarrow{\text{در مخرج}} 2a^2 - a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a > 0} a = 2$$

$$a^2 + c = 0 \xrightarrow{a=2} 4 + c = 0 \Rightarrow c = -4$$

$$a = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در مخرج}} 2x^2 - 2x - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 = k \\ x = 2 \end{cases}$$

$$c + k = -1 - 4 = -5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\frac{2x^2 - 2x - 5}{x - 3} - 2x < 0 \Rightarrow \frac{2x^2 - 2x - 5 - 2x^2 + 6x}{x - 3} < 0 \Rightarrow \frac{4x - 5}{x - 3} < 0$$

x	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	3	$+\infty$
$x - 3$	-	-	0	+
$4x - 5$	-	0	+	+
$\frac{4x - 5}{x - 3}$	+	-	+	+

ت ن

$$\Rightarrow x \in \left(\frac{5}{4}, 3\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

$$\frac{(x - 3)^2 \sqrt{x + 5}}{(x - 3)(x + 2)} \xrightarrow{\text{ریشه‌های صورت و مخرج}} x = 3, x = -5, x = -2$$

به $\sqrt{x + 5} \geq 0$ توجه کنید، اولاً زیرا رادیکال نمی‌تواند منفی باشد، پس $x \geq -5$ ، ثانیاً حاصل رادیکال با فرجه زوج، منفی نمی‌شود. پس $\sqrt{x + 5} \geq 0$ جدول تعیین علامت را رسم می‌کنیم:

	-5	-2	3	
$x - 3$	-	-	0	+
$\sqrt{x + 5}$	0	+	+	+
$x + 2$	-	0	+	+
$\frac{(x - 3)\sqrt{x + 5}}{x + 2}$	0	+	-	+

ت ن

توجه: $x = 3$ هم ریشه صورت است و هم مخرج

با توجه به جدول تعیین علامت، حاصل عبارت در فاصله $-2 < x < 3$ منفی است. برای پاسخ می‌نویسیم:

$$-2 < x < 3 \Rightarrow -2 - \frac{1}{2} < x - \frac{1}{2} < 3 - \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{5}{2} < x - \frac{1}{2} < \frac{5}{2} \Rightarrow \left|x - \frac{1}{2}\right| < \frac{5}{2}$$

پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴

۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴

۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴

۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴