



مهدی شاکریان

نام آزمون: دهم فصل ۴ درس ۱

تلفن سبقت: ۰۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi\_jazb

## حل معادله درجه دوم به روش تجزیه

۱ در مسابقات یک لیگ فوتبال ۴۵ بازی انجام شده است. اگر هر تیم با دیگر تیم‌های لیگ، تنها یک بازی انجام داده باشد، تعداد تیم‌ها کدام است؟

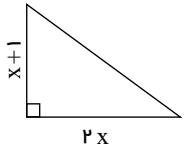
- ۷ (۱)      ۸ (۲)      ۹ (۳)      ۱۰ (۴)

۲ عبارت  $\frac{\sqrt{x}}{x^2+x-6}$  به ازای چند مقدار حقیقی از  $x$  تعریف نشده است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳ اگر در شکل مقابل مساحت مثلث ۶ باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۲ (۲)      ۶ (۴)      ۱ (۳)



۴ حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی از ۴ برابر عدد بزرگ‌تر شش واحد بیش‌تر است. مجموع آن دو عدد کدام است؟

- ۵ (۱)      ۹ (۲)      ۷ (۳)      ۱۱ (۴)

۵ اگر مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی ۶۱ باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

- ۱۱ فقط (۱)      فقط -۱۱ (۲)      ۱۱ یا -۱۱ (۳)      ۱۳ یا -۱۳ (۴)

۶ اگر  $\cot x = 2 - a$  و  $\sin x = \frac{1}{\sqrt{a+1}}$  و انتهای کمان  $x$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- صفر (۱)      ۴ (۲)      ۱ (۳)      ۵ (۴)

۷ مجموع جواب‌های معادله  $3k(3k-1) = 2-6k$  کدام است؟

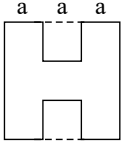
- ۱ (۱)      -۱ (۲)      ۲ (۳)      -۲ (۴)



۸) قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله  $x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{1}{8} = 0$  کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{3}{4}$       ③  $\frac{5}{8}$       ④  $\frac{1}{4}$

۹) در مربع زیر، دو مربع کوچک‌تر به ضلع  $a$ ، مطابق شکل به فاصله‌ی برابر از بالا و پایین مربع بزرگ‌تر طوری جدا می‌کنیم که محیط شکل باقی‌مانده، ۲ برابر مساحت آن باشد، طول ضلع مربع جدا شده کدام است؟



- ①  $\frac{7}{16}$       ②  $\frac{16}{7}$       ③  $\frac{7}{8}$       ④  $\frac{8}{7}$

۱۰) اگر یکی از ریشه‌های معادله  $(a-1)x^2 - (a+3)x + 4 = 0$  برابر ۲ باشد، ریشه‌ی دیگر آن کدام است؟

- ①  $\frac{1}{2}$       ② ۱      ③ -۱      ④  $-\frac{3}{2}$

۱۱) اختلاف سنی دو برادر با یکدیگر ۸ سال است و ۵ سال دیگر حاصل ضرب سن آن‌ها ۴۶۸ می‌شود. چند سال بعد از زمان فعلی، مجموع سن آن‌ها ۱۰۰ می‌شود؟

- ① ۳۱      ② ۳۲      ③ ۳۳      ④ ۳۴

۱۲) چند مربع وجود دارد که اندازه‌ی مساحت آن ۵ واحد از اندازه‌ی محیط آن بیش‌تر باشد؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ صفر

### حل معادله درجه دوم به کمک ریشه‌گیری

۱۳) اگر  $(x^2 - y^2 + 11)^{12} + (x^2 - 5)^{20} = 0$  باشد، مقدار  $y$  کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ①  $\sqrt{5}$       ② -۶      ③ -۴      ④  $\sqrt{6}$

۱۴) اگر مجموع مربعات سه عدد متوالی مضرب ۳ برابر ۴۵ باشد، قدرمطلق مجموع این سه عدد کدام است؟

- ① ۱۸      ② ۹      ③ ۲۷      ④ ۶



### حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل

۱۵) در حل معادله  $6x^2 + 13x - 5 = 0$  به روش مربع کامل، از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

$\frac{169}{144}$  (۴)

$\frac{144}{169}$  (۳)

$\frac{289}{144}$  (۲)

$\frac{144}{289}$  (۱)

۱۶) اگر معادله  $2x^2 + 5x = 3$  را به صورت  $(x + a)^2 = b$  بنویسیم، حاصل  $a + b$  کدام است؟

$\frac{33}{8}$  (۴)

$\frac{35}{8}$  (۳)

$\frac{69}{16}$  (۲)

$\frac{65}{16}$  (۱)

### حل معادله درجه دوم به روش فرمول کلی

۱۷) حاصل  $\sqrt{5\sqrt{2} + 7} - \sqrt{5\sqrt{2} - 7}$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸) به ازای کدام مجموعه مقادیر  $k$  معادله  $-x^2 - x + 2k = 0$  ریشه حقیقی ندارد اما معادله  $(k + 2)x^2 - 3x + 1$  دو ریشه حقیقی متمایز دارد؟

$(-\frac{1}{8}, \frac{1}{4})$  (۴)

$(-\infty, -\frac{1}{8})$  (۳)

$(-\infty, \frac{1}{4})$  (۲)

$(\frac{1}{8}, +\infty)$  (۱)

۱۹) اگر یکی از جواب‌های معادله درجه دوم  $(m - 1)x^2 - 7x + 2m = 0$  برابر ۲ باشد، جواب دیگر آن کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{7}{2}$  (۳)

$\frac{3}{2}$  (۲)

$-\frac{3}{2}$  (۱)

۲۰) اگر معادله درجه دوم  $x(2x - 5) = a$  ریشه مضاعف داشته باشد، حاصل جمع مقدار  $a$  با ریشه مضاعف معادله کدام است؟

$-\frac{25}{8}$  (۴)

$\frac{15}{8}$  (۳)

$-\frac{15}{8}$  (۲)

$\frac{5}{4}$  (۱)

۲۱) در معادله  $\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{2} = 0$ ، قدرمطلق تفاضل جواب‌ها کدام است؟

$\frac{11}{2}$  (۴)

$\frac{9}{2}$  (۳)

$\frac{7}{2}$  (۲)

$\frac{5}{2}$  (۱)



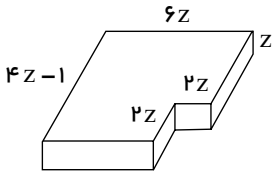
۲۲) اگر معادله درجه دوم  $ax^2 - 8ax - 32a - 8 = 0$  ریشه مضاعف داشته باشد،  $a$  کدام است؟

- ①  $-\frac{1}{6}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{3}$

۲۳) اگر قدرمطلق اختلاف ریشه‌های  $4x^2 - 4x - 3 = 0$  برابر  $m$  باشد، حاصل ضرب ریشه‌های  $mx^2 - 5x + m + 1$  کدام است؟

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ ۲      ④ ۱

۲۴) شکل زیر، مکعب مستطیلی که بخشی از آن بریده شده است. اگر حجم باقیمانده برابر با  $36z$  باشد، مقدار  $z$  کدام است؟



- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{7}{2}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{5}{2}$

۲۵) اگر جواب‌های معادله درجه دوم  $(m-1)x^2 + \sqrt{mx} + m^2 + 2m - 3 = 0$  معکوس یکدیگر باشند، مقدار  $m$  کدام است؟

- ① -۲      ② ۱      ③ ۱ یا -۲      ④ مقداری برای  $m$  وجود ندارد.

۲۶) اگر اختلاف بین جواب‌های معادله  $6x^2 + 6x - 36 = 0$ ، نصف مجموع جواب‌های معادله  $-2x^2 + bx + 1 = 0$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟

- ① ۲۰      ② ۲۵      ③ ۱۰      ④ ۱۵

۲۷) اگر معادله درجه دوم  $2x(x+2) = -k$  ریشه حقیقی نداشته باشد، کم‌ترین مقدار صحیح  $k$  کدام است؟

- ① ۴      ② ۳      ③ ۲      ④ ۱

۲۸) به ازای کدام مقدار  $k$ ، معادله  $k^2x^2 - (k-1)x + \frac{1}{4} = 0$  جواب مضاعف دارد؟

- ①  $-\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ ۲      ④ -۲

۲۹) می‌خواهیم بر روی یک میز ناهارخوری یک سفره را طوری قرار دهیم که میزان آویزان شدن سفره از هر چهارطرف برابر باشد، اگر ابعاد میز ناهارخوری  $3 \times 1$  و مساحت سفره  $15m^2$  باشد، سفره از هر طرف چند متر آویزان شده است؟

- ① ۱      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④ ۲

۳۰) اگر معادله  $ax^2 - 20x + 25 = 0$  دارای ریشه مضاعف باشد، آن ریشه کدام است؟

- ① ۴      ② -۴      ③  $\frac{5}{2}$       ④  $-\frac{5}{2}$

## پاسخنامه تشریحی

نکته: تعداد بازی‌ها از رابطه  $\frac{n(n-1)}{2}$  به دست می‌آید که همان تعداد تیم‌ها است.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

پس داریم:

$$\frac{n(n-1)}{2} = 45 \Rightarrow n(n-1) = 90 \Rightarrow n^2 - n - 90 = 0$$

$$\Rightarrow (n-10)(n+9) = 0 \xrightarrow{n \geq 1} n = 10$$

یک عبارت گویا به ازای مقدارهایی از متغیر که مخرج آن صفر می‌شود، تعریف نمی‌گردد. مخرج کسر عبارت است از  $\frac{x}{x^2 + x - 6}$  که به صورت  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

است و به ازای  $x = 0$  این کسر صفر می‌شود هم‌چنین به ازای  $x = 2$  و  $x = -3$  مخرج آن صفر می‌شود، پس عبارت گویا به ازای  $x = 0, 2, -3$  تعریف نمی‌شود.

می‌دانیم مساحت مثلث قائم‌الزاویه نصف حاصل ضرب دو ضلع زاویه قائمه است.  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$S = \frac{2x(x+1)}{2} = 6 \Rightarrow x(x+1) = 6$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$x+1$ : عدد طبیعی دوم،  $x$ : عدد طبیعی اول

با توجه به سوال داریم:

$$x(x+1) = 4(x+1) + 6$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 4x + 4 + 6 \Rightarrow x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 5 \Rightarrow x+1 = 6 \xrightarrow{\text{مجموع دو عدد متوالی}} 5+6 = 11 \\ x = -2 \in \mathbb{N} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

اگر اعداد صحیح متوالی را  $x$  و  $x+1$  در نظر بگیریم، داریم:  ۱  ۲  ۳  ۴  ۵

$$x^2 + (x+1)^2 = 61 \Rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 = 61$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 60 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x+6)(x-5) = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ یا } x = 5$$

چون اعداد صحیح مدنظر است، پس هر دو جواب قابل قبول است.

$$\begin{cases} x = 5 \\ x+1 = 5+1 = 6 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x = -6 \\ x+1 = -6+1 = -5 \end{cases}$$

پس مجموع دو عدد ۱۱ یا -۱۱ می‌شود.

۱  ۲  ۳  ۴  ۵  ۶

$$1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \Rightarrow 1 + (2-a)^2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{\sqrt{a+1}}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 1 + 4 - 4a + a^2 = a + 1 \Rightarrow a^2 - 5a + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (a-1)(a-4) = 0$$



$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 4 \end{cases} \text{ غ ق ق } \xrightarrow{\text{زیرا } \cot x > 0} \cot x = 2 - a > 0 \Rightarrow a < 2$$

توجه کند که انتهای کمان  $x$  در ناحیه اول دایره مثلثاتی قرار دارد و در این ناحیه نسبت‌های مثلثاتی مثبت هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

$$6k - 2 = 9k^2 - 3k \Rightarrow 9k^2 - 9k + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (3k - 1)(3k - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k_1 = \frac{1}{3} \\ k_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها: } k_1 + k_2 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1$$

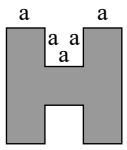
معادله را تجزیه می‌کنیم؛ داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = -\frac{1}{3} \text{ و } x_2 = -\frac{1}{3}$$

قدرمطلق تفاضل‌ها برابر است با:

$$\Rightarrow |x_1 - x_2| = \left| -\frac{1}{3} - \left(-\frac{1}{3}\right) \right| = 0$$

مساحت قسمت باقی‌مانده برابر است با: مربع کوچکتر  $2S$  - مربع بزرگ  $S$  ۱ ۲ ۳ ۴ ۹



$$\Rightarrow S_{\text{باقی‌مانده}} = (3a)^2 - 2(a)^2 = 9a^2 - 2a^2 = 7a^2 \quad (1)$$

$$\text{محیط باقی‌مانده} = 2(a + a + a + a + a + 3a) = 16a \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\xrightarrow{\text{مساحت} = 2 \times \text{محیط}} 16a = 2(7a^2) \Rightarrow 8a = 7a^2 \Rightarrow 7a^2 - 8a = 0$$

$$\Rightarrow a(7a - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \text{ غ ق ق} \\ a = \frac{8}{7} \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

ریشه معادله در خود معادله صدق می‌کند، پس:

$$(a - 1)^4 - 2a - 6 + 4 = 0 \Rightarrow 2a - 6 = 0 \Rightarrow a = 3$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0 \Rightarrow 2(x - 2)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$\text{۵ سال دیگر} \xrightarrow{x} x + 5 \text{ : سن فعلی برادر اول}$$

$$\text{۵ سال دیگر} \xrightarrow{x - 8} x - 8 + 5 = x - 3 \text{ : سن فعلی برادر دوم}$$

$$\text{حاصل ضرب سن دو برادر} : (x + 5)(x - 3) = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 468 \Rightarrow x^2 + 2x - 483 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 23)(x - 21) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 21 \\ x = -23 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

پس سن فعلی دو برادر ۲۱ و ۱۳ می‌باشد.  $n$  سال بعد سن آن‌ها  $n + 21$  و  $n + 13$  می‌شود. داریم:

$$(13 + n) + (21 + n) = 100 \Rightarrow 2n + 34 = 100 \Rightarrow 2n = 66 \Rightarrow n = 33$$

ضلع مربع را با  $x$  نشان می‌دهیم، پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$\begin{cases} \text{مساحت واحد} = x^2 \\ \text{مساحت ۵ واحد} = 5x^2 \\ \text{مساحت مربع} = 4x \\ \text{از محیط بیشتر است} \end{cases} \xrightarrow{x^2 = 4x + 5} x^2 = 4x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$$

عبارت  $x^2 - 4x - 5$  را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 4x - 5 = (x - 5)(x + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5 \\ x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

$x = -1$  قابل قبول نیست، چون طول ضلع مربع نمی‌تواند منفی باشد. پس فقط  $x = 5$  قابل قبول است؛ یعنی فقط یک مربع وجود دارد.

عبارت‌های  $(x^2 - 5)^2$  و  $(x^2 - y^2 + 11)^2$  چون به توان‌های زوج رسیده‌اند، پس حاصل آن‌ها عددی مثبت یا صفر است. اما چون جمع آن‌ها صفر شده ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳



است پس هر عبارت باید صفر باشد.

$$\Rightarrow (x^2 - 5)^2 = 0 \xrightarrow{\text{ریشه ۲ام}} x^2 - 5 = 0 \Rightarrow x^2 = 5$$

$x^2 = 5$  را در عبارت دیگر قرار داده تا  $y$  به دست آید.

$$(x^2 - y^2 + 11)^2 = 0 \xrightarrow{x^2=5} (5 - y^2 + 11)^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5 - y^2 + 11 = 0 \Rightarrow -y^2 + 16 = 0 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = \pm\sqrt{16}$$

$y = \pm 4$ ، پس گزینه ۳ می تواند درست باشد.

سه عدد متوالی مضرب ۳ را به صورت  $3x - 3$ ،  $3x$ ،  $3x + 3$  در نظر می گیریم. داریم:

$$\text{بنابر سؤال: } (3x - 3)^2 + (3x)^2 + (3x + 3)^2 = 45$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 18x + 9 + 9x^2 + 9x^2 + 18x + 9 = 45$$

$$\Rightarrow 27x^2 + 18 = 45 \Rightarrow 27x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$$

در نتیجه دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

$$x = 1 \xrightarrow{\text{دع ۳}} 0, 3, 6 \Rightarrow |0 + 3 + 6| = 9$$

$$x = -1 \xrightarrow{\text{دع ۳}} -6, -3, 0 \Rightarrow |-6 - 3 + 0| = 9$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

$$6x^2 + 13x = 5 \xrightarrow{\div 6} x^2 + \frac{13}{6}x = \frac{5}{6}$$

اکنون مربع نصف ضریب  $x$  را به دو طرف تساوی اضافه می کنیم، لذا داریم:

$$x^2 + \frac{13}{6}x + \frac{169}{144} = \frac{169}{144} + \frac{5}{6} \Rightarrow (x + \frac{13}{12})^2 = \frac{289}{144}$$

پس برای حل این معادله لازم است که از  $\frac{289}{144}$  جذر بگیریم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$2x^2 + 5x = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow (x + \frac{5}{4})^2 = \frac{3}{4} + \frac{25}{16} = \frac{49}{16} \Rightarrow a = \frac{5}{4}, b = \frac{49}{16}$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{20}{16} + \frac{49}{16} = \frac{69}{16}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\begin{cases} A = \sqrt[3]{5\sqrt{2} + 7} \\ B = \sqrt[3]{5\sqrt{2} - 7} \end{cases} \Rightarrow A - B = C \xrightarrow{\text{به توان ۳}} (A - B)^3 = C^3$$

$$\Rightarrow A^3 - B^3 - 3AB(A - B) = C^3$$

$$\Rightarrow (5\sqrt{2} + 7) - (5\sqrt{2} - 7) - 3(5\sqrt{2} + 7)(5\sqrt{2} - 7)(C) = C^3$$

$$\Rightarrow 14 - 3(1)(C) = C^3 \Rightarrow C^3 + 3C = 14 \quad (*)$$

پیدا کردن مقدار  $C$  از معادله (\*) به دو روش زیر ممکن است:

$$C = 2: \text{ آزمایش گزینه ها در معادله}$$

$$\text{حل معادله به روش تجزیه: } C^3 + 3C - 14 = 0 \Rightarrow C^3 + 3C - 8 - 6 = 0 \Rightarrow C^3 - 8 + 3C - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (C - 2)(C^2 + 2C + 4) + 3(C - 2) = 0 \Rightarrow (C - 2)(C^2 + 2C + 4 + 3) = 0$$



$$\Rightarrow (C-2)(C^2+2C+7)=0 \Rightarrow \begin{cases} C=2 \\ C^2+2C+7=0 \end{cases} \xrightarrow{\Delta < 0} \text{جواب حقیقی ندارد.}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$\Delta_1 = b^2 - 4ac = 1 + 8k < 0 \Rightarrow k < -\frac{1}{8} \Rightarrow k \in (-\infty, -\frac{1}{8}) \quad (1)$$

$$\Delta_2 = 9 - 4(k+2) \times 1 = 9 - 8 - 4k = 1 - 4k > 0$$

$$\Rightarrow k < \frac{1}{4} \Rightarrow k \in (-\infty, \frac{1}{4}) \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} (-\infty, \frac{1}{4}) \cap (-\infty, -\frac{1}{8}) = (-\infty, -\frac{1}{8})$$

مقدار  $x=2$  در معادله صدق می‌کند، پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$(m-1) \times 2^2 - 7 \times 2 + 2m = 0 \Rightarrow 4m - 4 - 14 + 2m = 0 \Rightarrow 6m = 18 \Rightarrow m = 3$$

معادله به صورت  $2x^2 - 7x + 6 = 0$  درمی‌آید که ریشه‌های آن برابرند با:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{+7 \pm \sqrt{49 - 48}}{4} = \frac{7 \pm 1}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

اگر معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید  $\Delta = 0$  باشد: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$2x^2 - 5x - a = 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 25 - 4(2)(-a) = 0 \Rightarrow 8a = -25 \Rightarrow a = -\frac{25}{8}$$

$$\text{ریشه مضاعف: } x_{1,2} = \frac{-b}{2a} = \frac{5}{4}$$

در نتیجه:

$$\text{حاصل جمع مقدار } a \text{ با ریشه مضاعف} = \frac{5}{4} - \frac{25}{8} = \frac{10 - 25}{8} = -\frac{15}{8}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\frac{t^2}{9} - \frac{t}{6} - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow 2t^2 - 3t - 9 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2(-9) = 81$$

$$t_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow |t_1 - t_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{81}}{2} = \frac{9}{2}$$

چون معادله درجه دوم ریشه مضاعف دارد، پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0$$

$$(-8a)^2 - 4(a)(-32a - 8) = 0 \Rightarrow 64a^2 + 128a^2 + 32a = 0$$

$$\Rightarrow 192a^2 + 32a = 0 \Rightarrow 32a(6a + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 6a + 1 = 0 \\ 32a = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6} \\ a = 0 \end{cases} \text{ غ ق ق}$$

داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$4x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (2x-3)(2x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{3}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{قدر مطلق اختلاف ریشه‌ها} = \left| \frac{3}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right| = 2$$

$$\Rightarrow mx^2 - 5x + m + 1 = 0 \xrightarrow{m=2} 2x^2 - 5x + 3 = 0$$

قدر مطلق اختلاف ریشه‌های معادله برابر ۲ است.





$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 25 - 24 = 1$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{5 \pm 1}{4} \Rightarrow x_1 = 1 \text{ و } x_2 = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 \times x_2 = \frac{3}{4}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$\text{حجم مکعب مستطیل کامل} = \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = (6z)(4z - 1)z$$

$$\text{حجم قسمت بریده شده} = (2z)(2z)(z) = 4z^3$$

$$\Rightarrow \text{حجم شکل مانده} = (6z)(4z - 1)z - 4z^3 = 36z$$

$$\xrightarrow{+z} 24z^2 - 6z - 4z^3 = 36$$

$$\Rightarrow 20z^2 - 6z - 36 = 0 \xrightarrow{\div 2} 10z^2 - 3z - 18 = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3 \pm \sqrt{729}}{20} = \frac{3 \pm 27}{20} \Rightarrow \begin{cases} z = \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \\ \text{غ ق ق } z = -\frac{24}{20} = -\frac{6}{5} \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \stackrel{a=10, b=-3, c=-18}{=} (-3)^2 - 4(10)(-18) = 729$$

۲۵ ۱ ۲ ۳ ۴ برای آن که ریشه‌ها معکوس یکدیگر باشند، باید ضرب دو ریشه برابر یک شود، داریم:

$$x_1 \times x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \times \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{+b^2 - b^2 + 4ac}{4a^2} = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{m^2 + 2m - 3}{m - 1} = 1 \Rightarrow m^2 + 2m - 3 = m - 1 \Rightarrow m^2 + m - 2 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(1)(-2) = 9, m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \text{ غ ق ق} \\ m = -2 \end{cases}$$

$m = 1$  قابل قبول نیست، چون اگر  $m = 1$  شود  $m - 1 = 0$  می‌شود و معادله درجه ۲ به معادله درجه ۱ تبدیل خواهد شد و یک ریشه دارد.

$m = -2$  نیز غیر قابل قبول است چون زیر رادیکال منفی می‌شود. پس به ازای هیچ مقدار  $m$  ریشه‌ها معکوس یکدیگر نمی‌شوند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

$$6x^2 + 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow (x + 3)(x - 2) = 0$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 5 \quad (1)$$

جواب‌های معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  با فرض  $\Delta = b^2 - 4ac > 0$  برابر با  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$  هستند که مجموع آن‌ها برابر است با:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = -\frac{b}{a}$$

برای معادله درجه دوم  $-2x^2 + bx + 10 = 0$  داریم:

$$\text{مجموع ریشه‌ها} = \frac{-b}{a} = \frac{-b}{-2} = \frac{b}{2} \quad (2)$$

از طرفی بنابر رابطه (۱) و (۲) و فرض سؤال داریم:

$$\frac{b}{2} = \frac{b}{2} \Rightarrow \frac{b}{2} = 10 \Rightarrow b = 20$$

با جای‌گذاری  $b = 20$  در معادله  $-2x^2 + bx + 10 = 0$  معادله به صورت  $-2x^2 + 20x + 10 = 0$  درمی‌آید که دلای آن مثبت است و فرض ما درست بوده است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

$$2x(x + 2) = -k \Rightarrow 2x^2 + 4x + k = 0$$



ریشه حقیقی ندارد.  $\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (4)^2 - 4(2)(k) < 0$

$$\Rightarrow 16 - 8k < 0 \Rightarrow 8k > 16 \Rightarrow k > 2$$

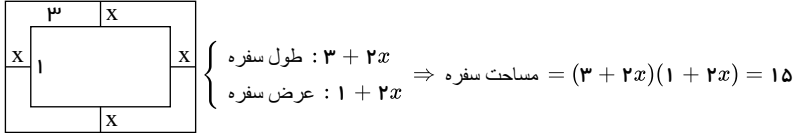
$$\xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} \min(k) = 3$$

برای آن که معادله جواب مضاعف داشته باشد، باید دلتای آن صفر باشد: (1) (2) (3) (4) (28)

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \xrightarrow{a=k^2, b=-(k-1), c=\frac{1}{4}} (k-1)^2 - k^2 = 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 2k + 1 - k^2 = 0 \Rightarrow 2k = 1 \Rightarrow k = \frac{1}{2}$$

(1) (2) (3) (4) (29)



$$\Rightarrow 3 + 6x + 2x + 4x^2 = 15 \Rightarrow 4x^2 + 8x - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{a+b+c=0} x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a} = -3 \text{ غ ق ق}$$

پس  $x = 1$  است.

برای آن که معادله درجه دوم ریشه مضاعف داشته باشد، باید  $\Delta$  معادله صفر باشد، یعنی: (1) (2) (3) (4) (30)

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-20)^2 - 4(a)25 = 0 \Rightarrow 400 - 100a = 0 \Rightarrow a = 4$$

در این حالت پاسخ معادله  $x = -\frac{b}{2a}$  است یعنی:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-20}{2 \times 4} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$$

# پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴