



قلم چی- ۱۳۹۹

۱) معکوس عدد $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 + \frac{8}{\sqrt{6} - \sqrt{2}}$ کدام است؟

$\frac{5 - 2\sqrt{2}}{17}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{2} + 5}{17}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2} - 5}{3}$ (۲)

$2\sqrt{2} + 5$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲) حاصل عبارت $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{24}$ ، کدام گزینه زیر است؟

$5 - 4\sqrt{6}$ (۴)

$-4\sqrt{6}$ (۳)

$2\sqrt{6}$ (۲)

۵ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۳) اگر $x^2 + x = 1$ باشد، حاصل عبارت $x^6 + 4x^3$ کدام است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۴) حاصل عبارت $3\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - 2\sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ کدام است؟

$1 + \sqrt{5}$ (۴)

$1 - \sqrt{5}$ (۳)

$\sqrt{5} - 1$ (۲)

$\sqrt{5} - 2$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۵) حاصل عبارت $\frac{1}{\sqrt[3]{5} - \sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{100} - \sqrt[3]{16}}{3(\sqrt[3]{10} - \sqrt[3]{4})}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt[3]{30}}{3}$ (۴)

$\frac{\sqrt[3]{25}}{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt[3]{10}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt[3]{20}}{3}$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۶) حال عبارت $A = \frac{\sqrt{\frac{2}{16}} \times \sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + 8}}}}{5\sqrt{8} + 3\sqrt{50} - \sqrt{18}}$ کدام است؟

$\frac{1}{22}$ (۴)

$\frac{\sqrt{2}}{44}$ (۳)

$22\sqrt{2}$ (۲)

۲۲ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۷) حاصل عبارت $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63} + 8}$ کدام است؟

$\sqrt{63} - 1$ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

$\frac{7}{8}$ (۱)



قلم چی- ۱۳۹۹

۸ اگر $\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = 3$ باشد، حاصل $\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}}$ کدام است؟

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ ۱

قلم چی- ۱۳۹۹

۹ اگر $x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} - 1$ باشد، حاصل $\sqrt{x^3 \times x^{-1}} \times \sqrt{3 - 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① $3 - 2\sqrt{2}$ ② $3 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 - \sqrt{2}$ ④ $3 + \sqrt{2}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۰ در تجزیه عبارت $x^y - 8x$ کدام عامل وجود دارد؟

- ① $x + \sqrt{2}$ ② $x + 2$ ③ $x^2 - 2x^2 + 4$ ④ $x - 2$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۱ حاصل عبارت $A = \sqrt{7 + 6\sqrt{10} - 4\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① $3\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{18} - 1$ ④ $\sqrt{18} + 1$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۲ اگر $a^3 + b^3 = 2$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{a^2 + a + 1}{b^2 + b + 1}$ همواره کدام است؟ ($a \neq 1$)

- ① $\frac{1-b}{1-a}$ ② $\frac{1-b}{a-1}$ ③ $\frac{1-a}{1-b}$ ④ $\frac{1-a}{b-1}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۳ با فرض $x = 2 + \sqrt{3}$ ، حاصل $x + \frac{1}{x}$ کدام است؟

- ① $2 - \sqrt{3}$ ② ۲ ③ ۴ ④ $4\sqrt{3}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۴ حال $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}$ کدام است؟

- ① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{10}$ ④ $\sqrt{\frac{5}{2}}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۵ اگر $(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}})^2 = 9$ و $A = \sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ باشد، حاصل A^2 کدام است؟

- ① $7 + 3A$ ② $3 + A^3$ ③ $+3 + 3A$ ④ $11 + 3A$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۶ اگر مخرج کسر $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}$ را گویا کنیم، حاصل کدام است؟

- ① $\frac{\sqrt{6}}{6}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$



۱۷) تجزیه کدام گزینه صحیح نیست؟

قلم چی- ۱۳۹۹

$x - 1 = (\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} + 1), x \geq 0$ (۲)
 $27x^3 - 1 = (3x - 1)(9x^2 + 1 + 6x)$ (۴)

$x^2 + 1 = (\sqrt{x^2} + 1)(x\sqrt{x^2} + 1 - \sqrt{x^2})$ (۱)
 $x + \sqrt{x} - 6 = (\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 2), x \geq 0$ (۳)

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۸) در تساوی عبارت A کدام است؟
 $\frac{6 + 3\sqrt{x} + A}{x - 1} = \frac{3}{x - 1} + \frac{2}{\sqrt{x} - 1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x} - 1}$

$\sqrt[4]{x^3} + 2\sqrt[4]{x}$ (۴) $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}$ (۳) $\sqrt[4]{x^3 + x}$ (۲) $\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۹) در تجزیه عبارت $x^6 - 16x^3y^3 + 64y^6$ کدام عبارت وجود ندارد؟

$(x + 2y)^2$ (۴) $x^2 + 2xy + 4y^2$ (۳) $(x - 2y)^2$ (۲) $x - 2y$ (۱)

۲۰) ساده شده عبارت زیر برابر با کدام یک از گزینه‌های زیر است؟

قلم چی- ۱۳۹۹ $(y - 2)(y + 2)(y^2 + 2y + 4)(y^2 - 2y + 4)$

$(y^2 - 4)(y^4 + 16)$ (۴) $(y^2 + 4)^2 - 4y^2$ (۳) $y^6 - 64$ (۲) $y^6 + 64$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۱) در تجزیه عبارت $y^5 + 2y^3 - 24y$ کدام عامل وجود ندارد؟

$y - 4$ (۴) $y + 2$ (۳) $y - 2$ (۲) $y^2 + 6$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۲) اگر $x + y = 3$ و $xy = -1$ باشد، حاصل $\sqrt{x^3 + y^3}$ کدام است؟

$2\sqrt{6}$ (۴) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{2}$ (۲) 6 (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۳) ساده شده عبارت تعریف شده $\frac{x^2 + 4x - 12}{x^2 - 5x + 6} \div \frac{x^2 + 5x - 6}{2x - 6}$ کدام است؟

$\frac{2}{x - 2}$ (۴) $\frac{1}{x - 1}$ (۳) $\frac{2}{x - 1}$ (۲) $\frac{1}{x - 2}$ (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۴) اگر $2a + b = 7$ و $4a^2 - b^2 = 91$ باشند، حاصل $a + b$ کدام است؟

5 (۴) 4 (۳) 3 (۲) 2 (۱)

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۵) اگر $\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4} = 6a$ باشد، حاصل $\sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 4}$ کدام است؟ ($a \neq 0$)

$\frac{1}{a}$ (۴) -1 (۳) 1 (۲) $-\frac{1}{a}$ (۱)



قلم چی - ۱۳۹۹

۲۶ حاصل عبارت $(3 + \sqrt{2})^3 + (3 - \sqrt{2})^3 - (2\sqrt{2})^3 \sqrt{8}$ کدام است؟

۴ -۲۶

۳ $64 - 58\sqrt{2}$

۲ ۲۶

۱ ۱۵۴

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۷ اگر $a + b = 3$ و $a^2 + b^2 = 13$ باشد، مقدار $a^3 + b^3$ کدام است؟

۴ ۳۳

۳ ۳۰

۲ ۱۵

۱ ۴۵

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۸ حاصل $\sqrt[3]{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \sqrt[6]{7 + 2\sqrt{10}}$ کدام است؟

۴ ۳

۳ $\sqrt[6]{3}$

۲ $\sqrt[3]{3}$

۱ $\sqrt{3}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲۹ در تجزیه عبارت $y^5 + 2y^3 - 24y$ کدام عامل وجود ندارد؟

۴ $y - 4$

۳ $y + 2$

۲ $y - 2$

۱ $y^2 + 6$

قلم چی - ۱۳۹۹

۳۰ حاصل ساده شده کسر $\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{a^3-1}$ کدام است؟ ($a \neq 1$)

۴ $-a$

۳ a

۲ -1

۱ ۱

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\frac{8}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{8(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2} = 2(\sqrt{6}+\sqrt{2}) \quad (1)$$

$$(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 3+2-2\sqrt{6} = 5-2\sqrt{6} \quad (2)$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{6}+2\sqrt{2}+5-2\sqrt{6} = 2\sqrt{2}+5$$

$$\Rightarrow \text{معکوس} = \frac{1}{2\sqrt{2}+5} \times \frac{2\sqrt{2}-5}{2\sqrt{2}-5} = \frac{2\sqrt{2}-5}{8-25} = \frac{5-2\sqrt{2}}{17}$$

در نتیجه از رابطه (۱) و (۲) داریم:

معکوس عبارت بالا برابر است با:

با استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2 - \sqrt{24} = 2+2\sqrt{6}+3-2\sqrt{6} = 5$$

عبارت $x^2 + x$ را به توان ۳ می‌رسانیم. طبق اتحاد مکعب دو جمله‌ای داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$x^2 + x = 1 \xrightarrow{\text{توان ۳}} x^6 + x^3 + 3(x^2)x(x^2+x) = 1$$

$$\Rightarrow x^6 + x^3 + 3x^3 = 1 \Rightarrow x^6 + 4x^3 = 1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{1-2\sqrt{5}+5} = \sqrt{(1-\sqrt{5})^2} = |1-\sqrt{5}| \stackrel{1-\sqrt{5}<0}{=} \sqrt{5}-1$$

$$\sqrt{9-4\sqrt{5}} = \sqrt{5-4\sqrt{5}+4} = \sqrt{(\sqrt{5}-2)^2} = |\sqrt{5}-2| \stackrel{\sqrt{5}-2>0}{=} \sqrt{5}-2$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow 3\sqrt{6-2\sqrt{5}} - 2\sqrt{9-4\sqrt{5}} = 3(\sqrt{5}-1) - 2(\sqrt{5}-2) = \sqrt{5}+1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\frac{1}{\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{100}-\sqrt[3]{16}}{3(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{5 \times 2} + \sqrt[3]{2^2}}{(\sqrt[3]{5}-\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{5^2} + \sqrt[3]{5 \times 2} + \sqrt[3]{2^2})} - \frac{\sqrt[3]{10^2} - \sqrt[3]{4^2}}{3(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}}{5-2} - \frac{(\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})}{3(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})}$$

$$= \frac{\sqrt[3]{25} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}}{3} - \frac{\sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{4}}{3} = \frac{\sqrt[3]{25}}{3}$$

هریک از رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

$$\sqrt{14 + \sqrt{1 + \sqrt{1+8}}} = \sqrt{14 + \sqrt{1+3}} = \sqrt{14+2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$$

$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$A = \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} \times 4}{10\sqrt{2} + 15\sqrt{2} - 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{22\sqrt{2}} = \frac{1}{22}$$

در نتیجه داریم:

مخرج هریک از کسرها را گویا می‌کنیم:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63} + 8} \\ &= \frac{1}{1 + \sqrt{2}} \times \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63} + 8} \times \frac{\sqrt{63} - 8}{\sqrt{63} - 8} \\ &= \frac{1 - \sqrt{2}}{1 - 2} + \frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{2 - 3} + \dots + \frac{\sqrt{63} - 8}{63 - 64} \\ &= -(1 - \sqrt{2}) - (\sqrt{2} - \sqrt{3}) - \dots - (\sqrt{63} - 8) \\ &= -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3} - \dots - \sqrt{63} + 8 = 8 - 1 = 7 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

$$\frac{1}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x-4}} \times \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}} = \frac{\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}}{x+2 - x+4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$x = \sqrt[3]{2\sqrt{2}} - 1 = \sqrt[3]{\sqrt{2^2} \times 2} - 1 = \sqrt{2} - 1$$

$$\sqrt{x^r \times x^{-1}} = \sqrt{x^r} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^r} = |\sqrt{2}-1|^{\frac{r-1}{2}} \sqrt{2}-1$$

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2-2\sqrt{2}+1} = \sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1|^{\frac{2-1}{2}} \sqrt{2}-1$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1) = (\sqrt{2}-1)^2 = 2-2\sqrt{2}+1 = 3-2\sqrt{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

$$(a \pm b)(a^r \mp ab + b^r) = (a^r \pm b^r)$$

نکته:

 ابتدا از x فاکتور می‌گیریم، سپس با استفاده از اتحاد تفاضل مکعبات دو جمله عبارت داخل پرانتز را تجزیه می‌کنیم:

$$x^r - 8x = x(x^r - 8) = x(x^r - 2)(x^r + 2x^r + 4) = x(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x^r + 2x^r + 4)$$

 ابتدا توجه کنید که $(\sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = (1 + \sqrt{2})^2$ است، به همین ترتیب رادیکالها را ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{\frac{7+6}{\sqrt{10-4}} \frac{3+2\sqrt{2}}{(1+\sqrt{2})^2}} = \sqrt{\frac{7+6}{\sqrt{10-4}} \frac{3+2\sqrt{2}}{(\sqrt{2}+1)^2}} = \sqrt{\frac{7+6}{\sqrt{6-4\sqrt{2}}} \frac{3+2\sqrt{2}}{(2-\sqrt{2})^2}} = \sqrt{\frac{19-6\sqrt{2}}{(3\sqrt{2}-1)^2}} \\ &= \sqrt{(3\sqrt{2}-1)^2} = |3\sqrt{2}-1| = 3\sqrt{2}-1 = \sqrt{18}-1 \end{aligned}$$



$$x^r \pm y^r = (x \pm y)(x^r \mp xy + y^r)$$

نکته:

ابتدا صورت و مخرج کسر داده شده را در $(a-1)(b-1)$ ضرب می‌کنیم، لذا داریم:

$$A = \frac{(a^r + a + 1)(a-1)(b-1)}{(b^r + b + 1)(b-1)(a-1)} = \frac{(a^r - 1)(b-1)}{(b^r - 1)(a-1)}$$

$$\xrightarrow{b^r = r - a^r} \frac{(a^r - 1)(b-1)}{(r - a^r - 1)(a-1)} = \frac{(a^r - 1)(b-1)}{-(a^r - 1)(a-1)} = -\frac{b-1}{a-1} = \frac{1-b}{a-1}$$

۱۳ اگر $x = 2 + \sqrt{3}$ باشد، آنگاه $x + \frac{1}{x}$ برابر می‌شود با: ۱ ۲ ۳ ۴

$$2 + \sqrt{3} + \frac{1}{2 + \sqrt{3}} \quad (1)$$

اگر مخرج کسر $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ را گویا کنیم، داریم:

$$\frac{1}{2 + \sqrt{3}} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 - \sqrt{3} \quad (2)$$

یعنی عبارت موردنظر با توجه به رابطه (۱) و (۲) برابر است با:

$$2 + \sqrt{3} + (2 - \sqrt{3}) = 4$$

مزدوج عبارت مخرج را در صورت و مخرج کسر ضرب می‌کنیم:

$$\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - (5 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}}{5 - (5 - \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \quad (2)$$

در نتیجه بنا بر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \xrightarrow{\text{گویا می‌کنیم}} \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$$

$$(a+b)^r = a^r + r a^{r-1} b + r a^{r-2} b^2 + \dots + b^r = a^r + b^r + r a b (a+b)$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} + r \sqrt{x} \times \frac{1}{\sqrt{x}} = 9 \Rightarrow x + \frac{1}{x} = 7$$

$$A^r = \left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^r = x + \frac{1}{x} + r \sqrt[3]{x} \times \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \underbrace{\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)}_A$$

$$\Rightarrow A^r = 7 + rA$$

$$\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2^2 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 2}} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} \times \frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}$$



$$= \frac{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})}{18 - 12} = \frac{6 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 6}{6} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

گزینه ۲، $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ یعنی با توجه به اتحاد مزدوج درست است و با توجه به اتحاد $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 + b^2 - ab)$ گزینه ۱، درست است و با توجه به اتحاد مزدوج یعنی $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)$ گزینه ۳، درست است و با توجه به اتحاد $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ یعنی با توجه به اتحاد جمله مشترک درست است و در صورت درست آن به شکل زیر است:

$$27x^3 - 1 = (3x - 1)(9x^2 + 3x + 1)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

ابتدا طرف دوم تساوی را با گویا کردن مخرج کسرها به یک کسر تبدیل می‌کنیم و سپس با مقایسه با طرف اول تساوی، عبارت A را به دست می‌آوریم.

$$\frac{2}{\sqrt{x} - 1} \times \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \frac{2\sqrt{x} + 2}{x - 1}$$

$$\frac{1}{\sqrt[4]{x} - 1} \times \frac{(\sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + 1)}{(\sqrt[4]{x} + 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 1}{(\sqrt[4]{x^3} - 1)(\sqrt{x} + 1)} = \frac{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 1}{x - 1} \Rightarrow$$

$$\text{عبارت} = \frac{3 + 2\sqrt{x} + 2 + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x} + \sqrt{x} + 1}{x - 1} = \frac{6 + 3\sqrt{x} + \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}}{x - 1} = \frac{6 + 3\sqrt{x} + A}{x - 1} \Rightarrow A = \sqrt[4]{x^3} + \sqrt[4]{x}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

$$x^6 - 16x^3y^3 + 64y^6 = (x^2 - 4y^2)^3 = [(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2)]^3 = (x - 2y)^3(x^2 + 2xy + 4y^2)^3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

نکته:

$$(y \pm a)(y^2 \mp ay + a^2) = y^3 \pm a^3$$

$$(y - 2)(y + 2)(y^2 + 2y + 4)(y^2 - 2y + 4) = (y - 2)(y^2 + 2y + 4)(y + 2)(y^2 - 2y + 4) = (y^3 - 8)(y^3 + 8) = y^6 - 64$$

ابتدا از y فاکتور گرفته و سپس از اتحاد یک جمله مشترک $((x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab)$ استفاده می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$y^5 + 2y^3 - 24y = y(y^4 + 2y^2 - 24)$$

$$= y((y^2)^2 + 2y^2 - 24) = y(y^2 + 6)(y^2 - 4) = y(y^2 + 6)(y - 2)(y + 2)$$

اتحاد مزدوج

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\text{می‌دانیم: } x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2) = (x + y)((x + y)^2 - 3xy)$$

$$\begin{matrix} x+y=3 \\ xy=-1 \end{matrix} \rightarrow x^3 + y^3 = (3)(9 + 3) = 36$$

$$\Rightarrow \sqrt{x^3 + y^3} = \sqrt{36} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\frac{(x - 2)(x + 6)}{(x - 3)(x - 2)} \times \frac{2(x - 3)}{(x + 6)(x - 1)} = \frac{2}{x - 1}$$

با استفاده از اتحاد مزدوج داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$4a^2 - b^2 = 91 \Rightarrow (2a + b)(2a - b) = 91$$

$$\begin{matrix} 2a+b=7 \\ 2a-b=13 \end{matrix} \rightarrow 2(2a - b) = 91 \Rightarrow 2a - b = \frac{91}{2} = 13$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a - b = 13 \\ 2a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 5, b = -3$$

$$\Rightarrow a + b = 5 + (-3) = 2$$

در نتیجه داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

$$(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4})(\sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 4}) = x + 2 - (x - 4)$$



$$\Rightarrow 6a(\sqrt{x+2} + \sqrt{x-4}) = 6 \Rightarrow \sqrt{x+2} + \sqrt{x-4} = \frac{1}{a}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

می‌دانیم: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$$(3 + \sqrt{2})^2 = 9 + 6\sqrt{2} + 2 = 11 + 6\sqrt{2} \quad (1)$$

$$(3 - \sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2} \quad (2)$$

$$\Rightarrow 54 + 36 + (2\sqrt{2})^2 \times 2\sqrt{2} = 90 - 12 \times 2\sqrt{2} = 90 - 24\sqrt{2} = 90 - 24 = 66$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) ساده عبارت سؤال برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷ به کمک اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2) \quad (1)$$

از طرفی $a + b = 3$ است. بنابراین داریم:

$$a + b = 3 \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۲}} (a+b)^2 = (3)^2$$

$$\Rightarrow \underbrace{a^2 + b^2}_{13} + 2ab = 9 \Rightarrow 2ab = -4 \xrightarrow{\div 2} ab = -2$$

در نتیجه:

$$\xrightarrow{(1)} \underbrace{(a+b)}_3 \underbrace{(a^2 + b^2)}_{13} - \underbrace{ab}_{-2} = 3(15) = 45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸ ابتدا باید فرجه‌ها را برابر کنیم، یعنی:

$$\sqrt[6]{(\sqrt{5} - \sqrt{2})^2} \times \sqrt[6]{7 + 2\sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{5 + 2 - 2\sqrt{10}} \times \sqrt[6]{7 + 2\sqrt{10}} \Rightarrow \sqrt[6]{(7 - 2\sqrt{10})(7 + 2\sqrt{10})}$$

$$\Rightarrow \sqrt[6]{(49 - 40)} = \sqrt[6]{9} = 3^{\frac{2}{6}} = \sqrt[3]{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹ ابتدا از y فاکتور گرفته و سپس از اتحاد یک جمله مشترک استفاده می‌کنیم:

$$y^5 + 2y^3 - 24y = y(y^4 + 2y^2 - 24) = y((y^2)^2 + 2y^2 - 24) = y(y^2 + 6)(y^2 - 4) = y(y^2 + 6)(y-2)(y+2)$$

اتحاد مزدوج

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$\frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{a^3-1} = \frac{a}{a-1} - \frac{1}{a^2+a+1} - \frac{2+a^2}{(a-1)(a^2+a+1)}$$

$$= \frac{(a^3+a^2+a) - (a-1) - (2+a^2)}{a^3-1} = \frac{a^3+a^2+a-a+1-2-a^2}{a^3-1} = \frac{a^3-1}{a^3-1} = 1$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴

۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴

۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴

۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴