



مهدی شاکریان

نام آزمون: دهم فصل ۳ درس ۳

تلفن: ۰۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb

قلم چی - ۱۳۹۹

۱ اگر $2^a = \sqrt[4]{3}$ و $\sqrt[3]{\sqrt{b}} = \sqrt[6]{2\sqrt[4]{4}}$ باشد، حاصل عبارت $A = \frac{(2^{a+1})^b}{b^a}$ کدام است؟

۴ $\frac{19}{3}$

۳ $\frac{48}{\sqrt{3}}$

۲ $\frac{19}{\sqrt{3}}$

۱ $\frac{2\sqrt{3}}{9}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ اگر $(0.25)^{4-x} = 16$ باشد، حاصل $\sqrt[9]{\frac{4}{3}}x$ کدام است؟

۴ $\sqrt[3]{2}$

۳ $\sqrt[2]{4}$

۲ $2\sqrt[9]{\frac{1}{3}}$

۱ $\sqrt[9]{\frac{8}{3}}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۳ اگر عدد A برابر ریشه پنجم عدد $9\sqrt[3]{81}$ و عدد B برابر ریشه هفتم عدد $16\sqrt[3]{4}$ باشد، آن گاه حاصل $(AB)^3$ کدام است؟

۴ ۳۶

۳ ۲۱۶

۲ ۴۸

۱ ۶

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ اگر $2^{m+5} \times 2^{n+2} = 6^{m+1}$ باشد، حاصل $m+n$ کدام است؟ $(m, n \in \mathbb{Z})$

۴ ۲

۳ ۳

۲ ۴

۱ ۵

قلم چی - ۱۳۹۹

۵ کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱ اگر a و b دو عدد طبیعی غیر ۱ باشند و $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$ باشند، آن گاه $a > b$ است. ۲ اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند و $a^2 > b^3$ باشد، آن گاه $a > b$ است.

۳ اگر $0 < a < b$ باشد، آن گاه $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$ است. ۴ اگر a و b دو عدد طبیعی باشند و $a^b > b^a$ باشد، آن گاه $a < b$ است.

قلم چی - ۱۳۹۹

۶ حاصل عبارت $M = \frac{2^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{1}{4}} + 8^{\frac{1}{6}} + 16^{\frac{1}{8}}}{3^{\frac{1}{2}} + 9^{\frac{1}{6}} + 27^{\frac{1}{9}} + 81^{\frac{1}{12}}}$ کدام است؟

۴ $\sqrt[6]{\frac{8}{9}}$

۳ $\sqrt[6]{(\frac{2}{3})^5}$

۲ $\sqrt[6]{\frac{2}{3}}$

۱ $\frac{2}{3}$

قلم چی - ۱۳۹۹

۷ کدام گزینه بزرگ‌ترین عدد را نسبت به بقیه گزینه‌ها نشان می‌دهد؟

۴ $\sqrt[10]{9\sqrt{\frac{1}{3}}}$

۳ $\sqrt[5]{3\sqrt[4]{3}}$

۲ $\sqrt[3]{3\sqrt{3}}$

۱ $(\sqrt{3})^{\frac{2}{5}}$



قلم چی - ۱۳۹۹

۸ اگر $\sqrt[n]{x^m} \times \sqrt[n]{x} = \sqrt[n]{x^m}$ باشد، حاصل عبارت تعریف شده $\sqrt[2m]{ab} \times \sqrt[3]{\frac{a^2}{b}}$ همواره کدام است؟ ($x \geq 0$)

- ab ① $\frac{a}{b}$ ② b ③ a ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۹ اگر عدد مثبت A را به توان $\frac{1+2n}{n}$ برسانیم و سپس ۳۲ برابر کنیم، حاصل آن برابر با ریشه n ام A می شود. عدد A کدام است؟

- $2\sqrt{2}$ ① $6\sqrt{2}$ ② $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{8\sqrt{2}}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ اگر $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(\left(\left(4 \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{4}} \right)^x$ باشد، حاصل $\sqrt[5]{4(x+1)^3}$ کدام است؟

- $\sqrt{2}$ ① ۲ ② $\sqrt[5]{4}$ ③ $\sqrt[5]{108}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۱ عبارت $\sqrt[15]{6^{\frac{1}{5}}}$ با کدام یک از گزینه های زیر برابر است؟

- $\sqrt[5]{\sqrt[3]{36}}$ ① $\sqrt[5]{\sqrt[3]{6}}$ ② $\sqrt[5]{\sqrt[3]{6^{\frac{1}{3}}}}$ ③ $\sqrt[5]{\sqrt[3]{36^{\frac{1}{3}}}}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۲ اگر در نامساوی $\sqrt[3]{49} < b < \sqrt[3]{49}$ ، $a < b$ و دو عدد صحیح متوالی باشند، حاصل $\sqrt{b^a}$ کدام است؟

- ۸ ① $2\sqrt{2}$ ② ۹ ③ $3\sqrt{3}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۳ حاصل عبارت تعریف شده $\frac{\sqrt{x^3\sqrt{x}}}{\sqrt[3]{x\sqrt{x}}}$ همواره کدام است؟

- ۱ ① \sqrt{x} ② $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ③ $\sqrt{x^5}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۴ اگر $a^x = \sqrt{b}$ و $b^y = \sqrt{a}$ باشد، حاصل xy کدام است؟

- ۱ ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۵ اگر عدد A ریشه هفتم عدد $-8\sqrt[3]{32}$ و عدد B ریشه سوم عدد $\left(\frac{1}{p}\right)^{-2}$ باشد، حاصل $(-A \times B)^{-\frac{2}{3}}$ کدام است؟

- ۱ ① $0,75$ ② $0,5$ ③ $0,25$ ④

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۶ اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام عدد از سایرین بزرگ تر است؟

- a ① a^2 ② $a\sqrt{a}$ ③ \sqrt{a} ④



قلم چی- ۱۳۹۹

۱۷) اگر $\sqrt{\sqrt[5]{a}\sqrt{a}} = a^{2t-\frac{12}{20}}$ و $16^{1-\frac{1}{x}} = 2^{4t}$ باشد، مقدار x کدام است؟

- ① $\frac{3}{4}$ ② ۲ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۸) عدد $A = \left(\frac{2}{4^5}\right)\left(\frac{1}{128}\right)^{-7}\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ را به صورت 2^n نوشته‌ایم. مقدار n کدام است؟

- ① ۴۱ ② ۴۳ ③ ۴۵ ④ ۴۷

قلم چی- ۱۳۹۹

۱۹) اگر $A = \sqrt[2]{\sqrt{3}-1}$ و $B = \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}}$ باشند، حاصل $A \times B$ کدام است؟

- ① $\sqrt[2]{4}$ ② $\sqrt[6]{2}$ ③ $\sqrt[2]{2}$ ④ ۱

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۰) حاصل عبارت $\frac{(16^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}}}{\sqrt{\sqrt{64^{\frac{1}{5}}}}}$ کدام است؟

- ① $\sqrt[2]{2}$ ② $\sqrt[2]{4}$ ③ $\sqrt[2]{4}$ ④ $\sqrt[5]{2}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۱) مقدار x در تساوی $\frac{\sqrt[4]{3}\sqrt[3]{9}\sqrt{27}}{\sqrt{\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}}}} = 3^x$ کدام است؟

- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{13}{24}$ ④ $\frac{11}{24}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۲) حاصل ساده‌شده $(\sqrt{3}+1)^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{2(2-\sqrt{3})})$ عبارت کدام است؟

- ① $2^{\frac{1}{3}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ $2^{\frac{1}{6}}$ ④ $2^{\frac{2}{3}}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۳) اگر $0 < a < 1$ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- ① $a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}} < a$ ② $a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}} < a$ ③ $a < a^{\frac{2}{4}} < a^{\frac{2}{3}}$ ④ $a < a^{\frac{2}{3}} < a^{\frac{2}{4}}$

قلم چی- ۱۳۹۹

۲۴) عبارت $\sqrt[8]{6^{15}}$ با کدام یک از گزینه‌های زیر برابر است؟

- ① $\sqrt[4]{\sqrt[5]{6^{36}}}$ ② $\sqrt[4]{\sqrt[6]{6^{10}}}$ ③ $\sqrt[6]{\sqrt[5]{\sqrt[4]{6^{\frac{1}{2}}}}}$ ④ $\sqrt[12]{\sqrt[10]{\sqrt[3]{36}}}$



پاسخنامه تشریحی

طبق صورت سؤال داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\sqrt[3]{\sqrt{b}} = \sqrt[6]{2\sqrt{4}} \Rightarrow \sqrt[6]{b} = \sqrt[6]{4} \Rightarrow b = 4$$

$$A = \frac{(2^{a+1})^b}{b^a} = \frac{(2^a)^b \times 2^b}{b^a} \xrightarrow{2^a = \sqrt[4]{3}} A = \frac{(\sqrt[4]{3})^4 \times 2^4}{b^a} \quad (1)$$

حالا b^a را محاسبه می‌کنیم.

$$b^a = 4^a = 2^{2a} = (2^a)^2 = (\sqrt[4]{3})^2 = \sqrt{3} \xrightarrow{(1)} A = \frac{(\sqrt[4]{3})^4 \times 16}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times 16}{\sqrt{3}} = \frac{48}{\sqrt{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$(0,25)^{4-x} = 16 \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\right)^{4-x} = 4^2 \Rightarrow (4^{-1})^{4-x} = 4^2 \Rightarrow 4^{x-4} = 4^2$$

$$\Rightarrow x - 4 = 2 \Rightarrow x = 6$$

$$\sqrt[3]{\frac{4}{3}} \times 6 = \sqrt[3]{8} = 2 = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt[3]{81}} = \sqrt[5]{9 \times 3^4} = \sqrt[5]{3^2 \times 3^4} = \sqrt[5]{3^6} = 3^{\frac{6}{5}} = 3^{\frac{2}{5}}$$

$$B = \sqrt[3]{16\sqrt[4]{4}} = \sqrt[3]{2^4 \times 2^{\frac{2}{2}}} = \sqrt[3]{2^5} = 2^{\frac{5}{3}}$$

$$\Rightarrow (A \times B)^{\frac{2}{3}} = \left(2^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{2}{3}} = (6^{\frac{2}{5}})^{\frac{2}{3}} = 6^{\frac{4}{15}} = 36$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\sqrt[3]{3^{m+5}} \times \sqrt[3]{2^{n+2}} = 6^{m+1} \Rightarrow \sqrt[3]{3^{m+5} \times 2^{n+2}} = 6^{m+1}$$

$$\Rightarrow (3^{m+5} \times 2^{n+2})^{\frac{1}{3}} = 6^{m+1}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۳}} 3^{m+5} \times 2^{n+2} = 6^{3m+3} = 2^{3m+3} \times 3^{3m+3}$$

$$\begin{cases} m + 5 = 3m + 3 \Rightarrow 2m = 2 \Rightarrow m = 1 \\ n + 2 = 3m + 3 \xrightarrow{m=1} n + 2 = 6 \Rightarrow n = 4 \end{cases} \Rightarrow m + n = 5$$

گزینه ۱: نادرست است. مثلاً $\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4}$ است در حالی که $3 > 4$. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$\sqrt[3]{3} > \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \xrightarrow{\text{به توان ۶ برسانیم}} 3^2 > 2^3 \Rightarrow 9 > 8$$

گزینه ۲: نادرست است. مثلاً اگر $a = \sqrt{\frac{1}{20}}$ و $b = \sqrt[3]{\frac{1}{21}}$ در این صورت $b^3 > a^2$ است اما $a > b$ نیست؛ زیرا:

$$\sqrt{\frac{1}{20}} < \sqrt[3]{\frac{1}{21}} \Leftrightarrow 21^2 < 20^3$$

گزینه ۳: درست است. زیرا از $a < b$ داریم $\sqrt{a} < \sqrt{b}$. بنابراین:

$$\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{\sqrt{b}}$$

گزینه ۴: نادرست است. اگر $a = 5$ و $b = 2$ ، آن‌گاه $5^2 < 2^5$ ولی $a > b$.

$$16 = 2^4, 8 = 2^3, 4 = 2^2$$

$$16^{\frac{1}{8}} = (2^4)^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \quad \text{و} \quad 8^{\frac{1}{6}} = (2^3)^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}$$

بنابراین:

$$81 = 3^4, 27 = 3^3, 9 = 3^2$$

$$\Rightarrow 81^{\frac{1}{12}} = (3^4)^{\frac{1}{12}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3} \quad \text{و} \quad 27^{\frac{1}{9}} = (3^3)^{\frac{1}{9}} = 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$$

همچنین:

 توان مشترک در صورت و مخرج کسر، $\frac{1}{6}$ است، پس صورت و مخرج کسر را به صورت عبارتی با توان $\frac{1}{6}$ می نویسیم:

$$\Rightarrow M = \frac{4^{\frac{1}{6}}(8^{\frac{1}{6}})}{4^{\frac{1}{6}}(9^{\frac{1}{6}})} = \left(\frac{8}{9}\right)^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{8}{9}}$$

۷

$$a > 1 \Rightarrow \dots > a^3 > a^2 > a > \sqrt{a} > \sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a} > \dots > 1$$

نکته:

بررسی گزینه‌ها:

$$\left. \begin{array}{l} \text{گزینه ۱: } (\sqrt{3})^{\frac{2}{5}} = (3^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3} \\ \text{گزینه ۲: } \sqrt[3]{3\sqrt{3}} = \sqrt[3]{3 \times 3^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{3^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[2]{\sqrt{3^3}} = \sqrt{3} \\ \text{گزینه ۳: } \sqrt[5]{3\sqrt[4]{3}} = \sqrt[5]{3 \times 3^{\frac{1}{4}}} = \sqrt[5]{3^{\frac{5}{4}}} = \sqrt[4]{\sqrt[5]{3^5}} = \sqrt[4]{3} \\ \text{گزینه ۴: } \sqrt[15]{9\sqrt[8]{\frac{1}{3}}} = \sqrt[15]{9 \times 3^{-\frac{1}{8}}} = \sqrt[15]{3^{\frac{14}{8}}} = \sqrt[15]{3^{\frac{7}{4}}} = \sqrt[4]{\sqrt[15]{3^{15}}} = \sqrt[4]{3} \end{array} \right\} \Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[4]{3} > \sqrt[5]{3} > \sqrt[3]{3}$$

۸

$$\sqrt[n]{x} \times \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}} \times x^{\frac{1}{n}} = x^{\frac{2}{n}} = x^{\frac{5}{6n}} = \sqrt[n]{x^m} = x^{\frac{m}{n}} \Rightarrow \frac{m}{n} = \frac{5}{6n} \Rightarrow m = \frac{5}{6}$$

$$(\sqrt[5]{ab})^{2m} \times \sqrt[3]{\frac{a^r}{b}} = (ab)^{r \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{3}} \times (a^r b^{-1})^{\frac{1}{3}} = (ab)^{\frac{1}{3}} \times (a^r b^{-1})^{\frac{1}{3}} = (a^3)^{\frac{1}{3}} = a$$

۹ با توجه به فرض سؤال داریم:

$$32 \times A^{\frac{1+2n}{n}} = \sqrt[n]{A} \Rightarrow 32 \times A^{\frac{1}{n} + 2} = A^{\frac{1}{n}}$$

$$\Rightarrow 32 \times A^{\frac{1}{n}} \times A^2 = A^{\frac{1}{n}} \Rightarrow A^2 = \frac{1}{32}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \xrightarrow{A > 0} A = \frac{1}{\sqrt[4]{2}}$$

۱۰

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \left(\left((2)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \left((2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\left((2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} \right)^{\frac{1}{3}} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2^{\frac{1}{6}}} = 2^{\frac{2}{12}} \Rightarrow \frac{2x}{12} = \frac{1}{6} \Rightarrow x = 1$$



در نتیجه:

$$\Rightarrow \sqrt[5]{4(x+1)^2} \xrightarrow{x=1} \sqrt[5]{2^2 \times 2^2} = 2$$

1 2 3 4 11

$$\sqrt[6]{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{2}{6^3}} = \sqrt[6]{\frac{1}{6^3} \times \frac{1}{6}} = \sqrt[6]{\frac{1}{6^4}} = \sqrt[6]{\frac{1}{6^2 \times 6^2}} = \sqrt[6]{\frac{1}{36 \times 36}}$$

1 2 3 4 12

$$\sqrt[3]{27} < \sqrt[3]{49} < \sqrt[3]{64} \Rightarrow 3 < \sqrt[3]{49} < 4 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \sqrt{b^a} = \sqrt{4^3} = \sqrt{64} = 8$$

ابتدا توجه کنید که تساوی‌های زیر برقرار هستند (رادیکال‌ها تعریف شده هستند). 1 2 3 4 13

$$1) m\sqrt[n]{x} = m\sqrt[n]{x}$$

$$2) a\sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a^m b}$$

پس می‌توان گفت:

$$\frac{\sqrt{x^3 x}}{\sqrt[3]{x^3 x}} = \frac{\sqrt{\sqrt{x^3} \times x}}{\sqrt[3]{x^3 \times x}} = \frac{\sqrt{x^4}}{\sqrt[3]{x^4}} = \sqrt[6]{\frac{x^4}{x^4}} = \sqrt[6]{1} = 1$$

1 2 3 4 14

$$a^x = \sqrt{b} \Rightarrow a^x = b^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$b^y = \sqrt{a} \Rightarrow b^y = a^{\frac{1}{2}} \xrightarrow{\text{طرفین این رابطه به توان ۲}} b^{2y} = a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} (b^{2y})^x = b^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow b^{2xy} = b^{\frac{1}{2}x} \Rightarrow 2xy = \frac{1}{2}x \Rightarrow xy = \frac{1}{4}$$

ابتدا پایه‌های دو عدد A و B را یکسان می‌کنیم. 1 2 3 4 15

$$A = \sqrt[5]{-8\sqrt[3]{32}} = -\sqrt[5]{2^3 \times 2^{\frac{5}{3}}} = -\sqrt[5]{2^{\frac{14}{3}}} = -2^{\frac{14}{15}} \quad (1)$$

$$B = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}} = \sqrt[3]{(2^{-1})^{-2}} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}} \quad (2)$$

در نتیجه از عبارت (1) و (2) داریم:

$$\Rightarrow (-A \times B)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{14}{15}} \times 2^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(2^{\frac{18}{15}}\right)^{\frac{1}{2}} = 2^{-2} = \frac{1}{4} = 0.25$$

روش اول: می‌دانیم اگر $0 < a < 1$ باشد، هر چه قدر به توان بزرگ‌تری برسد، مقدارش کوچک‌تر خواهد شد. پس از آنجایی که $a\sqrt{a} = a^{\frac{5}{2}}$ 1 2 3 4 16

$\frac{1}{\sqrt{a}} = a^{\frac{1}{2}}$ است، داریم:

$$\xrightarrow{0 < a < 1} a^{\frac{1}{2}} < a^{\frac{3}{2}} < a < a^{\frac{1}{2}} \Rightarrow a^{\frac{1}{2}} < a\sqrt{a} < a < \sqrt{a}$$

روش دوم: با جای‌گذاری $a = \frac{1}{4}$ در گزینه‌ها داریم:

$$a = \frac{1}{4} \quad \text{گزینه ۱: } a = \frac{1}{4}$$

$$a^2 = \frac{1}{16} \quad \text{گزینه ۲: } a^2 = \frac{1}{16}$$

$$a\sqrt{a} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \quad \text{گزینه ۳: } a\sqrt{a} = \frac{1}{8}$$

$$\sqrt{a} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \quad \text{گزینه ۴: } \sqrt{a} = \frac{1}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$\sqrt[5]{\sqrt{a}\sqrt{a}} = \sqrt{a^{\frac{1}{5}} \times a^{\frac{1}{5}}} = \sqrt{a^{\frac{1}{5} + \frac{1}{5}}} = \sqrt{a^{\frac{2}{5}}} = a^{\frac{2}{10}} = a^{\frac{1}{5}}$$

$$a^{\frac{1}{5}} = a^{\frac{2t-13}{10}} \Rightarrow \frac{1}{5} = \frac{2t-13}{10} \Rightarrow 2 = 2t-13 \Rightarrow 15 = 2t \Rightarrow t = \frac{15}{2}$$

$$2^{4t} = 2^{4 \times \frac{15}{2}} = 2^{60}$$

$$16^{\frac{1}{x}} = 2^6 \Rightarrow 2^{4-\frac{4}{x}} = 2^6 \Rightarrow 4 - \frac{4}{x} = 6 \Rightarrow \frac{4}{x} = -2 \Rightarrow x = -2$$

در نتیجه:

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸

$$A = \left(\frac{2}{2^{10}}\right) \left(\frac{1}{2^7}\right)^{-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = (2^{-9})(2^{-7})^{-2}(2^{-1})^{-3}$$

$$= (2^{-9})(2^{14})(2^3) = 2^{28} = 2^n \Rightarrow n = 28$$

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} = \sqrt[6]{(\sqrt{3}-1)^2}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt[6]{3-2\sqrt{3}+1} = \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}}$$

$$A \cdot B = \sqrt[6]{4-2\sqrt{3}} \times \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(4-2\sqrt{3})(4+2\sqrt{3})}$$

$$= \sqrt[6]{16-12} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[3]{2}$$

$$B = \sqrt[6]{4+2\sqrt{3}} = \sqrt[6]{(1+\sqrt{3})^2} = \sqrt[3]{1+\sqrt{3}}$$

$$A \cdot B = \sqrt[3]{1+\sqrt{3}} \times \sqrt[3]{\sqrt{3}-1} = \sqrt[3]{3-1} = \sqrt[3]{2}$$

راه اول: ابتدا فرجه‌ها را یکی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

راه دوم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\frac{(16^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{5}}}{\sqrt{\sqrt{64^{\frac{1}{5}}}}} = \frac{(2^4)^{\frac{1}{5}} \times \frac{2}{5}}{\sqrt{\sqrt{(2^6)^{\frac{1}{5}}}}} = \frac{(2^{\frac{4}{5}})^{\frac{1}{5}}}{\sqrt{(2^{\frac{6}{5}})^{\frac{1}{2}}}} = \frac{2^{\frac{4}{25}}}{(2^{\frac{6}{5}})^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\frac{4}{25}}}{2^{\frac{3}{5}}} = 2^{\frac{4}{25} - \frac{15}{25}} = 2^{-\frac{11}{25}} = \sqrt[25]{2^{-11}}$$

صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\text{صورت کسر} = \sqrt[4]{3^3 \sqrt[3]{9} \sqrt[2]{27}} = \sqrt[4]{3^3 \sqrt[3]{3^2} \times 3^{\frac{3}{2}}} = \sqrt[4]{3^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{3^2}} = \sqrt[4]{3^{\frac{3}{2}} \sqrt[3]{3^{\frac{4}{3}}}} = \sqrt[4]{3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{4}{3}}} = (3^{\frac{13}{6}})^{\frac{1}{4}} = 3^{\frac{13}{24}} \quad (1)$$

$$\text{مخرج کسر} = \sqrt{\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}} = \sqrt{\frac{3^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}}} = \sqrt{3^{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}} = \sqrt{3^{\frac{1}{6}}} = 3^{\frac{1}{12}} \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (۱) و (۲) داریم:

$$\Rightarrow \frac{\sqrt[4]{3^3 \sqrt[3]{9} \sqrt[2]{27}}}{\sqrt{\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{3}}}} = \frac{3^{\frac{13}{24}}}{3^{\frac{1}{12}}} = 3^{\frac{13}{24} - \frac{2}{24}} = 3^{\frac{11}{24}} = 3^x \Rightarrow x = \frac{11}{24}$$



۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\begin{aligned}
 (\sqrt{3} + 1)^{\frac{2}{3}} (\sqrt[3]{2(2 - \sqrt{3})}) &= \sqrt[3]{(\sqrt{3} + 1)^2 (\sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}})} = \sqrt[3]{(3 + 1 + 2\sqrt{3}) \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}}} = \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3}) \sqrt[3]{4 - 2\sqrt{3}}} \\
 &= \sqrt[3]{(4 + 2\sqrt{3})(4 - 2\sqrt{3})} = \sqrt[3]{16 - 12} = \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}
 \end{aligned}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

چون عدد a بین صفر و یک است، هر چه به توان بزرگ‌تری برسد، مقدارش کوچک‌تر می‌شود. پس:

$$1 > \frac{3}{4} > \frac{2}{3} \xrightarrow{0 < a < 1} a^1 < a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{2}{3}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$$\sqrt[8]{\frac{1}{6^{15}}} = \sqrt[8]{\frac{2}{6^{30}}} = \sqrt[8]{(6^2)^{\frac{1}{6}} \times \frac{1}{5}} = \sqrt[8]{\frac{5 \sqrt[6]{6}}{\sqrt[3]{36}}}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴

۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴

۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴