



۱ با توجه به شکل روبه‌رو، مقادیر a و b کدام دو عدد می‌تواند باشد؟

- ۱ $b = \frac{1}{2}$ و $a = -\frac{1}{2}$
 ۲ $b = \frac{3}{2}$ و $a = -\frac{1}{2}$
 ۳ $b = -\frac{3}{2}$ و $a = \frac{1}{2}$
 ۴ $b = -\frac{1}{2}$ و $a = -\frac{3}{2}$

۲ ریشه ششم مثبت $8^{2(x+1)}$ با ریشه دوم مثبت $(\frac{1}{2})^{2x}$ برابر است. مقدار x کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$
 ۲ $-\frac{1}{2}$
 ۳ ۲
 ۴ -2

۳ حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0,000032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = ?$$

- ۱ $+0,005$
 ۲ $-0,005$
 ۳ $-0,002$
 ۴ $+0,002$

۴ اگر ریشه پنجم عدد x برابر $\frac{3}{2}$ و ریشه سوم عدد y برابر $\frac{2}{3}$ باشد، حاصل ضرب ریشه چهارم مثبت عدد y در ریشه دوم مثبت عدد x کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{2} \sqrt[4]{\frac{3}{2}}$
 ۲ $\frac{3}{2} \sqrt{\frac{3}{2}}$
 ۳ $\frac{3}{2} \sqrt[4]{\frac{27}{8}}$
 ۴ $\frac{9}{4} \sqrt{\frac{3}{2}}$

۵ اگر $0 < a < 1$ باشد، آنگاه حاصل عبارت $A = |a - \sqrt[3]{a}| + |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}|$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt[3]{a}$
 ۲ $\sqrt{a} - a$
 ۳ $a - \sqrt{a}$
 ۴ $2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$

۶ اگر اعداد -2 و a ریشه‌های چهارم عدد b باشند، حاصل $a^3 - b$ کدام است؟

- ۱ ۸
 ۲ -8
 ۳ ۲۴
 ۴ -24



۷) برای عدد طبیعی n و اعداد حقیقی a و b چند تا از تساوی‌های زیر همواره درست است؟

الف) $\sqrt[n]{a+b} = \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}$ (به شرط $b > 0$ و $a > 0$)

ب) $(\sqrt[n]{a})^n = a$ (به شرط با معنا بودن $\sqrt[n]{a}$)

پ) $\sqrt[n]{a^r} = \sqrt[n]{a}$ (به شرط زوج بودن n)

ت) $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ (به شرط فرد بودن n)

۴ ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۸) ریشه هفتم عبارت $\sqrt[6]{4} - \sqrt[3]{250}$ کدام است؟

۴ $\sqrt[3]{2}$ ۴

$\sqrt[3]{2}$ ۳

$\sqrt[3]{2}$ ۲

$\sqrt[3]{2}$ ۱

۹) اگر $\frac{1}{p}$ و m ریشه‌های n ام عدد $\frac{1}{256}$ باشند، حاصل mn کدام است؟

-۴٫۵ ۴

۴٫۵ ۳

۴ ۲

-۴ ۱

۱۰) چه تعداد از روابط زیر درست است؟

ب- اگر $a < -1$ ، آن‌گاه $a^{20} > a^8$ است.

الف- اگر $0 < a < 1$ ، آن‌گاه $a^y > a^x$ است.

د- اگر $a < -1$ ، آن‌گاه $\sqrt[3]{a} > \sqrt[4]{a}$ است.

ج- اگر $a < -1$ ، آن‌گاه $a^{21} > a^y$ است.

صفر ۴

۳ ۳

۲ ۲

۱ ۱

۱۱) اگر k یک عدد صحیح و $k < \sqrt[5]{300} < k+1$ باشد، مقدار k کدام است؟

۵ ۴

۴ ۳

۳ ۲

۲ ۱



پاسخنامه تشریحی

بنابراین a باید عددی بین صفر و ۱ یا کوچکتر از ۱- باشد. (گزینه ۳، یا ۴)

1 2 3 4

بنابراین b باید عددی بزرگتر از ۱ یا بین ۱- و صفر باشد. (گزینه ۲، و ۴)

1 2 3 4 2

$$\begin{cases} \sqrt[6]{8^{2(x+1)}} = \sqrt[6]{2^{6(x+1)}} = 2^{x+1} \\ \sqrt[2]{\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}} = \left(\frac{1}{2}\right)^x = 2^{-x} \end{cases} \Rightarrow 2^{-x} = 2^{x+1}$$

$$\Rightarrow -x = x + 1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

داریم: 1 2 3 4 3

$$\frac{\sqrt[5]{\frac{1}{100000}} \times \sqrt[5]{-0,00032}}{\sqrt[4]{(-4)^4}} = \frac{\sqrt[5]{(0,1)^5} \times \sqrt[5]{(-0,2)^5}}{|-4|} = \frac{0,1 \times (-0,2)}{4} = -0,005$$

1 2 3 4 4

$$\sqrt[5]{x} = \frac{2}{3} \Rightarrow x = \frac{2^5}{3^5}, \sqrt[3]{y} = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2^3}{3^3}$$

$$\sqrt[4]{y} \times \sqrt{x} = \sqrt[4]{\frac{2^3}{3^3}} \times \sqrt{\frac{2^5}{3^5}} = \frac{2^{\frac{3}{4}}}{3^{\frac{3}{4}}} \times \frac{2^{\frac{5}{2}}}{3^{\frac{5}{2}}} = \frac{2^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}}{3^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}}$$

$$\frac{\frac{2^{\frac{5}{4} + \frac{5}{2}}}{3^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}}}{\frac{2^{\frac{5}{4} + \frac{5}{2}}}{3^{\frac{3}{4} + \frac{5}{2}}}} = \frac{2^{\frac{13}{4}}}{3^{\frac{13}{4}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{13}{4}} = \frac{2^{\frac{13}{4}}}{3^{\frac{13}{4}}}$$

چون a عددی بین صفر و یک است، پس: 1 2 3 4 5

$$a < \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

پس:

$$\begin{cases} a - \sqrt[3]{a} < 0 \Rightarrow |a - \sqrt[3]{a}| = -(a - \sqrt[3]{a}) \\ \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} > 0 \Rightarrow |-\sqrt{a} + \sqrt[3]{a}| = \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} \end{cases}$$

در نتیجه:

$$A = -a + \sqrt[3]{a} + \sqrt[3]{a} - \sqrt{a} = 2\sqrt[3]{a} - \sqrt{a} - a$$

1 2 3 4 6

$$b = (-2)^4 = 16 \Rightarrow 16 : \text{ریشه‌های چهارم} = 2, -2 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - b = 4 - 16 = -12$$

الف) به ازای $a = 4, b = 9, n = 2$ داریم: 1 2 3 4 7

$$\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$$

بنابراین تساوی الف، نادرست است.

ب) به شرط بامعنا بودن $\sqrt[n]{a}$ تساوی همواره درست است.

پ) اگر a منفی باشد و n زوج باشد، عبارت $\sqrt[n]{a^n}$ بامعناست ولی \sqrt{a} تعریف نشده است پس تساوی همواره درست نیست.

ت) به شرط فرد بودن n تساوی همواره درست است.

ابتدا رادیکال‌ها را ساده می‌کنیم: 1 2 3 4 8

$$\sqrt[2]{250} - \sqrt[6]{4} = \sqrt[2]{2 \times 5^3} - \sqrt[6]{2^2} = 5\sqrt[2]{2} - \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[2]{2} - \sqrt[3]{2} = 2^2 \times \sqrt[2]{2} = \sqrt[2]{2^6} \times 2 = \sqrt[2]{2^8}$$

حال باید ریشه هفتم بگیریم:



$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{2^y}} = \sqrt[12]{2^y}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

$$\sqrt[4]{\frac{1}{256}} = \sqrt[4]{\frac{1}{2^8}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{256} \text{ ریشه } ۸ \text{ ام عدد } \frac{1}{256} \text{ است.}$$

۱/۲۵۶ دو ریشه هفتم دارد که $\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$ هستند، بنابراین:

$$\Rightarrow n = ۸, m = -\frac{1}{2} \Rightarrow mn = -\frac{1}{2} \times ۸ = -۴$$

۱۰ بررسی موارد:

$$-1 < a < 0 \rightarrow \underbrace{a^y}_{\text{منفی}} < \underbrace{a^z}_{\text{مثبت}}$$

مورد الف: نادرست است.

مورد ب: درست است زیرا با افزایش توان، عبارت بزرگ تر می شود؛ چون هر دو طرف توان زوج دارند.

$$a < -1 \rightarrow \underbrace{a^{20}}_{+} > \underbrace{a^8}_{+}$$

مورد ج: نادرست است زیرا با افزایش توان عدد کوچک تر می شود. (دقت کنید توان فرد است.)

$$a < -1 \rightarrow \underbrace{a^{21}}_{-} < \underbrace{a^7}_{-}$$

مورد د: درست است زیرا اگر $a < -1$ هر چه فرجه بزرگ تر شود (فرجه باید عددی فرد باشد)، حاصل رادیکال بزرگ تر می شود.

$$a < -1 \rightarrow \sqrt[2]{\sqrt{a}} > \sqrt[3]{a}$$

۱۱ باید دو عدد صحیح متوالی پیدا کنیم که وقتی به توان ۵ می رسند کوچک تر و بزرگ تر از ۳۰۰ باشند.

$$۳^5 = ۲۴۳, ۴^5 = ۱۰۲۴$$

چون $۱۰۲۴ < ۳۰۰ < ۲۴۳ < ۴$ پس $۳ < \sqrt[5]{۳۰۰} < ۴$ و در نتیجه $k = ۳$ می باشد.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴