

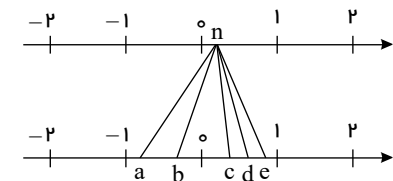


۱ اگر a عددی مثبت باشد، کدام عبارت درست است؟

- ۱ اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.
 ۲ اگر $\sqrt[3]{a} = a$ ، آن گاه a دو مقدار مختلف می تواند باشد.
 ۳ اگر $\sqrt[3]{a} < a$ ، آن گاه هر عدد دلخواه مثبتی می تواند باشد.
 ۴ اگر $\sqrt[3]{a} > a$ ، آن گاه a قطعاً عددی بین صفر و ۱ است.

قلم چی - ۱۳۹۹

۲ در شکل زیر نقطه n از محور بالا به ریشه های دوم، سوم و چهارم خود وصل شده است. ریشه سوم عدد n کدام است؟



- ۱ a
 ۲ b
 ۳ c
 ۴ d

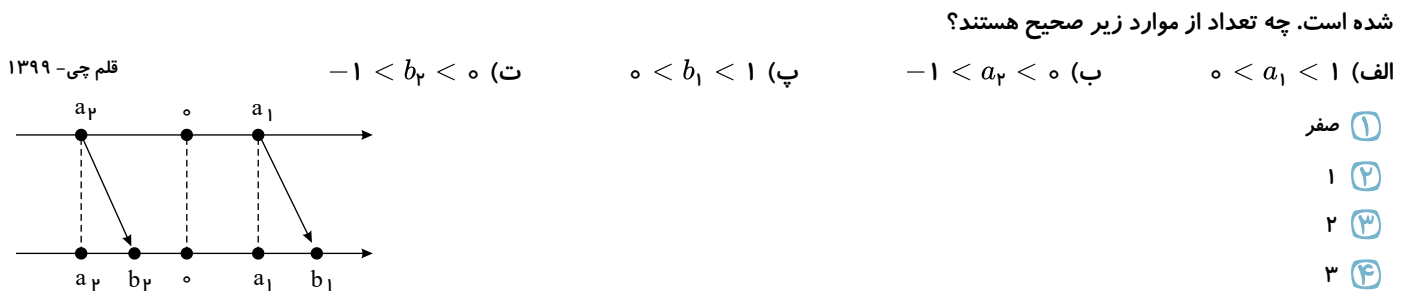
قلم چی - ۱۳۹۹

۳ اگر $a^2 > a^3$ و $b^3 > b^5$ باشند، چه تعداد از موارد زیر همواره صحیح است؟

- الف) $a^2 < 1$ (الف) $a^2 < 1$ (ب) $b^4 < b^2$ (ج) $ab < 1$ (د) $a + b < 1$
 ۱ صفر
 ۲ یک
 ۳ دو
 ۴ سه

قلم چی - ۱۳۹۹

۴ در شکل زیر، هریک از نقاط مشخص شده روی محور بالا به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن است، متصل شده است. چه تعداد از موارد زیر صحیح هستند؟



قلم چی - ۱۳۹۹

۵ کدام گزینه ریشه چهارم عدد ۲۵۶ است؟

- ۱ ریشه پنجم عدد ۵۱۲
 ۲ یکی از ریشه های دوم عدد ۳۶
 ۳ ریشه سوم عدد ۶۴-
 ۴ ریشه سوم عدد ۸

قلم چی - ۱۳۹۹



۶ کدام گزینه در خصوص ریشه سوم اعداد درست نیست؟

- ① ریشه سوم هر عدد بین صفر و یک، از خود آن عدد بزرگتر است.
 ② ریشه سوم هر عدد بین صفر و یک، از خود آن عدد کوچکتر است.
 ③ ریشه سوم هر عدد بزرگتر از یک، از خود آن عدد بزرگتر است.
 ④ ریشه سوم هر عدد کوچکتر از منفی یک، از خود آن عدد بزرگتر است.

قلم چی - ۱۳۹۹

- ② ریشه سوم هر عدد بین صفر و منفی یک، از خود آن عدد کوچکتر است.
 ④ ریشه سوم هر عدد کوچکتر از منفی یک، از خود آن عدد بزرگتر است.

۷ کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ① $0 < a < 1 \Rightarrow a^5 > a^3$ ② $-1 < a < 0 \Rightarrow a^6 > a^2$ ③ $a < -1$ و $a > 1 \Rightarrow a^5 > a^4$ ④ $a < -1 \Rightarrow a^6 > a^4$

قلم چی - ۱۳۹۹

۸ عدد $3 - 3\sqrt{3}$ بین دو عدد صحیح متوالی a و b قرار دارد. بین دو عدد a^2 و b^2 ، چند عدد صحیح وجود دارد؟

- ① ۵ ② ۶ ③ ۷ ④ ۴

قلم چی - ۱۳۹۹

۹ کدام یک از نامساوی‌های زیر صحیح نیست؟

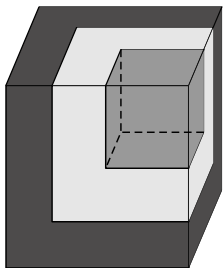
- ① $(-0,5)^2 < (0,5)^3$ ② $(-2)^5 < (-2)^3$ ③ $(0,5)^4 < (-0,5)^2$ ④ $2^3 < (-2)^4$

قلم چی - ۱۳۹۹

۱۰ سه مکعب تو در تو مانند شکل مقابل واقع شده‌اند، به طوری که حجم مکعب بیرونی (بزرگ) برابر ۶۴ و حجم داخلی‌ترین مکعب (کوچک‌ترین)

۲۷ است. کدام گزینه طول ضلع مکعب میانی نمی‌تواند باشد؟

قلم چی - ۱۳۹۹



- ① $\sqrt{10}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $1 + \sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{2}$

پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$\sqrt[3]{a} < a, a > 0 \Rightarrow a > 1$$

$$\sqrt[3]{a} = a, a > 0 \Rightarrow a = 1 \text{ یک مقدار دارد.}$$

$$\sqrt[3]{a} > a, a > 0 \Rightarrow 0 < a < 1 \text{ بنا بر این گزینه «۴» صحیح است.}$$

تعداد ریشه‌های مرتبه زوج هر عدد مثبت دوتا است که قرینه یکدیگرند، اما تعداد ریشه‌های مرتبه فرد تنها یکی است. اگر عدد n بین صفر و یک باشد، خواهیم داشت:

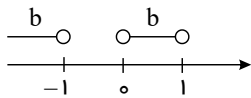
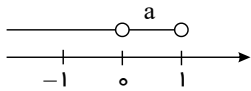
$$\sqrt[4]{n} > \sqrt[3]{n} > \sqrt[2]{n} > n \Rightarrow \begin{cases} \text{ریشه سوم: } d \\ \text{ریشه‌های دوم: } b, c \\ \text{ریشه‌های چهارم: } a, e \end{cases}$$

ابتدا a را بررسی می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

اگر $a < 0$ باشد $a^2 > 0$ و $a^3 < 0$ خواهد بود و $a^2 > a^3$ می‌شود.

اگر $0 < a < 1$ باشد نیز $a^2 > a^3$ می‌شود.

پس $a < 1$ و غیر صفر است.



b را بررسی می‌کنیم: $b^3 > b^5$

می‌دانیم اگر $0 < b < 1$ یا $b < -1$ باشد $b^3 > b^5$ خواهد شد.

حال موارد داده شده را بررسی می‌کنیم:

(الف) $a^2 < 1$: اگر $a < -1$ باشد $a^2 > 1$ می‌شود. پس این مورد همواره درست نیست.

(ب) $b^2 < b^4$: اگر $b < -1$ باشد $b^4 > b^2$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

(ج) $ab < 1$: اگر $a < -1$ و $b < -1$ باشد $ab > 1$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

(د) $a + b < 1$: اگر $a = 0.9$ و $b = 0.9$ باشد، $a + b > 1$ می‌شود. این مورد نیز همواره درست نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴
 است در نتیجه $a_1 < -1$ است و به همین ترتیب $0 < b_1 < -1$ است. در نتیجه فقط موارد «الف» و «پ» صحیح هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵
 ریشه‌های چهارم ۲۵۶ برابر هستند با:

$$\pm \sqrt[4]{256} = \pm \sqrt[4]{4^4} = \pm 4$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$\text{گزینه ۱: } \sqrt[5]{512} = \sqrt[5]{2^9} \neq \pm 4$$

$$\text{گزینه ۲: } \sqrt[3]{36} = \sqrt[3]{6^2} = \pm 6 \neq \pm 4$$

$$\text{گزینه ۳: } \sqrt[3]{-64} = \sqrt[3]{(-4)^3} = -4$$

$$\text{گزینه ۴: } \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2^3} = 2 \neq \pm 4$$

$$\xrightarrow{8 > 1} \sqrt[3]{8} = 2, 2 < 8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶
 مثال نقض برای گزینه «۳»:

پس ریشه سوم هر عدد بزرگ‌تر از یک، از خود آن عدد کوچک‌تر است.



ندارست است. $a = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^5 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$: گزینه ۱،

ندارست است. $a = \frac{-1}{2} \rightarrow \left(-\frac{1}{2}\right)^6 > \left(-\frac{1}{2}\right)^2$: گزینه ۲،

ندارست است. $a = -2 \rightarrow (-2)^5 > (-2)^4$: گزینه ۳،

گزینه ۴: $a < -1 \Rightarrow a^6 > a^4$

$$3\sqrt{3} \approx 3 \times 1,7 = 5,1 \Rightarrow 3 - 5,1 = -2,1$$

$$-3 < -2,1 < -2 \Rightarrow a = -3, b = -2 \Rightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-0,5)^2 = 0,25 \\ (0,5)^3 = 0,125 \end{cases} \Rightarrow (-0,5)^2 > (0,5)^3$$

دقت شود که رابطه $a^5 > a^4$ فقط برای $a > 1$ برقرار است.

می‌دانیم $\sqrt{3} \approx 1,7$ است پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸

این عدد بین دو عدد صحیح متوالی ۳ و ۲ قرار دارد. پس:

که بین دو عدد صحیح ۹ و ۴، چهار عدد صحیح وجود دارد.

بررسی گزینه (۱): ۱ ۲ ۳ ۴ ۹

پس گزینه ۱ صحیح نیست.

طول ضلع مکعب بیرونی برابر $\sqrt[3]{64} = 4$ و طول ضلع مکعب داخلی نیز برابر $\sqrt[3]{27} = 3$ است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰

پس طول ضلع مکعب میانی باید عددی بین ۳ و ۴ باشد که فقط گزینه ۴، یعنی $2\sqrt{2}$ در این بازه نیست.

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴

۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴

۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴

۱۰	۱	۲	۳	۴
----	---	---	---	---