

نام آزمون: تمرین کتاب دهم فصل ۳

تلفن پنج رقمی: ۰۵۱-۳۸۱۱۷

تلگرام: riazi_jazb



مهدی شاکریان

۱) برای هر عدد رادیکالی زیر، اگر حاصل آن یک عدد صحیح است، جواب آن را بنویسید و در غیر این صورت دو عدد صحیح متوالی بنویسید که عدد رادیکالی مورد نظر بین آن‌ها باشد.

تمرین های کتاب - ۵۱

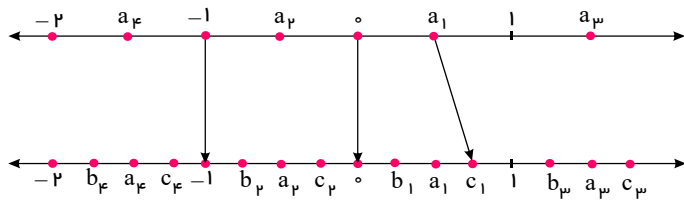
$$\begin{array}{ccc} \sqrt{16} & \sqrt{20} & \sqrt[4]{400} \\ \sqrt{75} & \sqrt[3]{-8} & \sqrt[5]{400} \\ \sqrt[3]{-90} & \sqrt[3]{250} & \sqrt[5]{1} \\ -\sqrt[4]{20} & & \end{array}$$

۲) مقدار تقریبی هر کدام از اعداد رادیکالی زیر را با یک رقم اعشار مشخص کنید (می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید).

تمرین های کتاب - ۵۲ $\sqrt{10}$ $\sqrt[3]{7,25}$ $\sqrt[5]{16}$ $\sqrt[5]{64}$

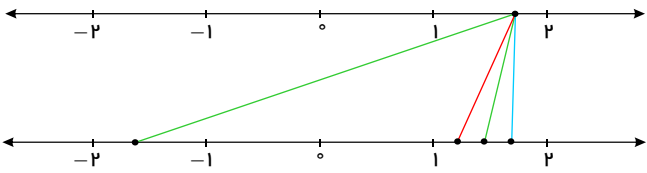
۳) مانند نمونه در شکل زیر، هر یک از نقاط مشخص شده روی محور بالا را به یکی از نقاط مشخص شده روی محور پایین که متناظر با ریشه سوم آن عدد است، وصل کنید (یک مثال عددی از هر مورد ارائه کنید).

تمرین های کتاب - ۵۲

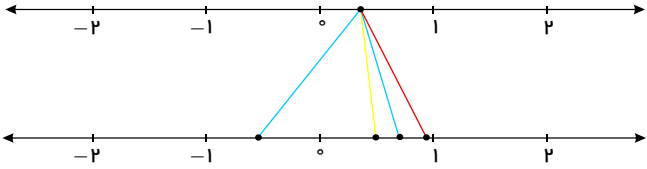


۴ در هر یک از شکل‌های زیر، نقطه‌ای از محور بالا به ریشه‌های سوم، چهارم و پنجم خود وصل شده است. مشخص کنید هر رنگ مربوط به کدام ریشه است.

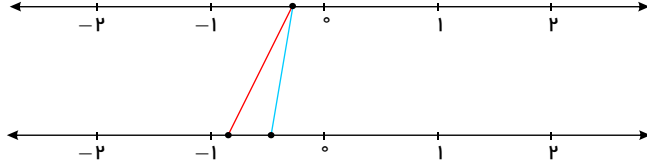
تمرین‌های کتاب - ۵۲ (الف)



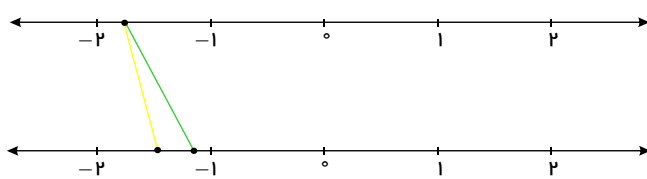
(ب)



(پ)



(ت)



تمرین‌های کتاب - ۵۷

$$(\sqrt[3]{0.5})^2 \square (\sqrt[2]{0.5})^3$$

$$\sqrt{0.5} \square \sqrt[3]{0.5}$$

$$4^2 \square 4^3$$

$$\sqrt{4} \square \sqrt[3]{4}$$

۵ (الف) یکی از علامت‌های $>$ یا $<$ یا $=$ را در \square قرار دهید.

(ب) وقتی $0 < a < 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در \square قرار دهید.

$$a^2 \square a^3$$

$$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

(پ) وقتی $a > 1$ است، یکی از علامت‌های مقایسه را در \square قرار دهید.

$$a^2 \square a^3$$

$$\sqrt{a} \square \sqrt[3]{a}$$

تمرین‌های کتاب - ۵۷

۶ (الف) یکی از علامت‌های $<$ ، $=$ یا $>$ را در مربع قرار دهید.

$$(-0.5)^2 \square (-0.5)^3$$

$$(-2)^2 \square (-2)^3$$

$$(-0.5)^3 \square (-0.5)^5$$

$$(-2)^3 \square (-2)^5$$

$$(0.5)^4 \square (-0.5)^2$$

$$(-2)^4 \square (-2)^2$$



هریک از توان‌های کسری زیر را به صورت رادیکال نوشته و در صورت امکان حاصل آن‌ها را به دست آورید. (۷)

تمرین های کتاب - ۶۱ $16^{\frac{1}{2}}$

$5^{\frac{1}{2}}$

$4^{\frac{2}{7}}$

$3^{\frac{1}{3}} \times 3^{\frac{2}{3}}$

$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{3}}$

$4^{\frac{2}{3}}$

$32^{-\frac{1}{5}}$

$32^{\frac{2}{5}}$

$125^{-\frac{2}{3}}$

می‌دانیم: (۸)

تمرین های کتاب - ۶۱ $\sqrt[6]{a^2} = a^{\frac{2}{6}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ $\sqrt[12]{a^4} = (a^4)^{\frac{1}{12}} = a^{\frac{4}{12}} = a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$

آیا تساوی $\sqrt[kn]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}$ همواره برقرار است ($a > 0$)؟ n, m, k طبیعی‌اند نتیجه بگیرید که هر سه عدد $\sqrt[6]{2^3}$ و $\sqrt[4]{2^2}$ ، $\sqrt{2}$ برابرند.

هریک از عبارت‌های زیر را تا حد ممکن (به عبارت‌های گویا) تجزیه کنید. (۹)

تمرین های کتاب - ۶۷

الف) $x^4 - y^4$ ب) $x^6 - y^6$ پ) $8a^3 + 27$ ت) $a^3b^6 - 8$

مخرج کسرهای زیر را گویا کنید. (۱۰)

تمرین های کتاب - ۶۷

الف) $\frac{3}{3 + \sqrt{7}}$ ب) $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ پ) $\frac{1}{\sqrt[3]{x} - 2}$ ت) $\frac{6}{2\sqrt[3]{2} - 1}$

پاسخنامه تشریحی

۱

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt[4]{256} < \sqrt[4]{400} < \sqrt[4]{625} \Rightarrow 4 < \sqrt[4]{400} < 5$$

$$-\sqrt[3]{36} < -\sqrt[3]{35} < -\sqrt[3]{25} = -6 < -\sqrt[3]{35} < -5$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{75} < \sqrt{81} \Rightarrow 8 < \sqrt{75} < 9$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\sqrt[5]{243} < \sqrt[5]{400} < \sqrt[5]{1024} \Rightarrow 2 < \sqrt[5]{400} < 3$$

$$\sqrt[3]{-125} < \sqrt[3]{-90} < \sqrt[3]{-64} \Rightarrow -5 < \sqrt[3]{-90} < -4$$

$$\sqrt[3]{216} < \sqrt[3]{250} < \sqrt[3]{343} \Rightarrow 6 < \sqrt[3]{250} < 7 \text{ و } \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt[5]{1} = 1$$

$$-\sqrt[4]{243} - \sqrt[4]{20} - \sqrt[4]{16} \Rightarrow -5 < -\sqrt[4]{400} < -4$$

۲

$$\sqrt{10} \approx 3,2$$

$$\sqrt[5]{16} \approx 1,7$$

$$\sqrt[3]{25} \approx 2,9$$

$$\sqrt[5]{64} \approx 2,3$$

$$\sqrt[3]{7,25} \approx 1,9$$

$$\sqrt[4]{90} \approx 3,1$$

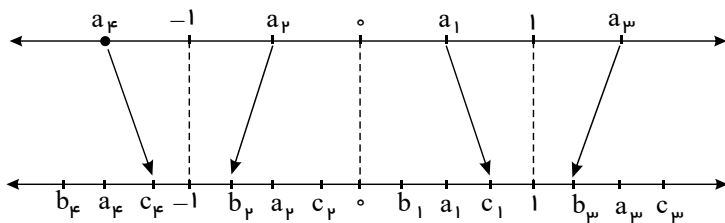
۳

a_3 : هر چه از اعداد بزرگتر از یک، ریشه بزرگتری بگیریم، کوچکتر می‌شوند: مثال: $\sqrt[3]{a} < a$

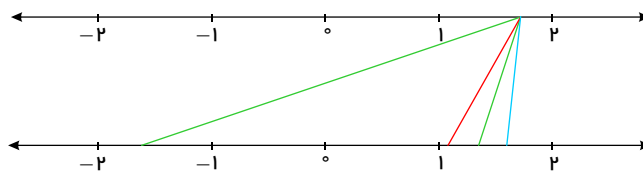
a_1 : هر چه از اعداد بین صفر و یک، ریشه بزرگتری بگیریم، بزرگتر می‌شوند: مثال: $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2} > \frac{1}{8}$

a_4 : هر چه از اعداد بین صفر و منفی یک، ریشه بزرگتری بگیریم، کوچکتر می‌شوند: مثال: $\sqrt[3]{\frac{-1}{8}} = \frac{-1}{2} < \frac{-1}{8}$

a_4 : اعداد کوچکتر از منفی یک، هر چه ریشه بزرگتری بگیریم، بزرگتر می‌شوند: مثال: $\sqrt[3]{-8} = -2 < -8$



۴ الف: اعداد بزرگتر از یک هر چه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم، کوچکتر می‌شوند.

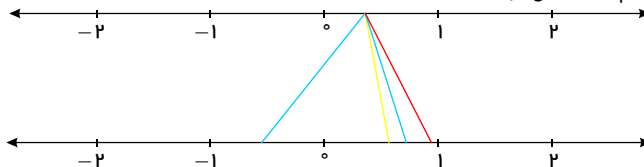


ریشه سوم: آبی

ریشه چهارم مثبت و منفی: سبز

ریشه پنجم: قرمز

ب: اعداد بین صفر و یک هر چه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم، بزرگتر می‌شوند.



ریشه پنجم: قرمز

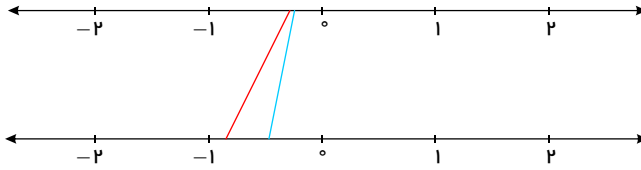
ریشه‌های چهارم مثبت و منفی: آبی

ریشه سوم: زرد



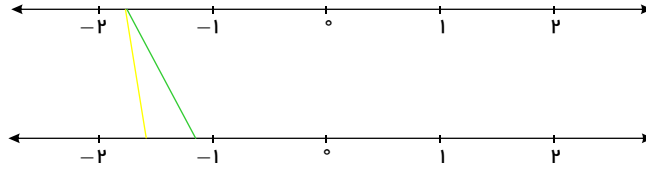
ب: اعداد بین صفر و منفی یک هرچه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم کوچک تر می شوند.

ریشه سوم: آبی
ریشه پنجم: قرمز



ت: اعداد کوچک تر از منفی یک هرچه ریشه بزرگتری از آنها بگیریم بزرگتر می شوند.

ریشه سوم: زرد
ریشه پنجم: سبز



الف ۵

$$\begin{aligned} (0,5)^2 &> (0,5)^3 & \sqrt{0,5} &< \sqrt[3]{0,5} \\ 4^2 &< 4^3 & \sqrt{4} &> \sqrt[3]{4} \end{aligned}$$

ب

$$a^2 > a^3 \quad \sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$$

پ

$$a^2 < a^3 \quad \sqrt{a} > \sqrt[3]{a}$$

۶

$$\begin{aligned} (-0,5)^2 &> (-0,5)^3 & (-2)^2 &> (-2)^3 \\ (-0,5)^3 &< (-0,5)^2 & (-2)^3 &> (-2)^2 \\ (0,5)^4 &< (-0,5)^2 & (-2)^4 &> (-2)^2 \end{aligned}$$

۷

$$16^{\frac{1}{2}} = \sqrt{16} = 4 \quad 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \quad 4^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{4^2}$$

$$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{2}{2}} = 3^{\frac{1}{2} + \frac{2}{2}} = 3^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{3^3} = 3$$

$$(4^{\frac{1}{2}})^{\frac{2}{2}} = 4^{\frac{1}{2} \times \frac{2}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{4}$$

$$4^{\frac{2}{2}} = \sqrt[2]{4^2}$$

$$32^{-\frac{1}{5}} = \frac{1}{32^{\frac{1}{5}}} = \frac{1}{\sqrt[5]{32}} = \frac{1}{2}$$

$$32^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{32^2} = \sqrt[5]{(2^5)^2} = 2^2 = 4$$

$$125^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{125^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(125)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(\delta^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(\delta^2)^3}} = \frac{1}{\delta^2}$$

۸

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{2} &= 2^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[4]{2^2} &= 2^{\frac{2}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} \\ \sqrt[6]{2^3} &= 2^{\frac{3}{6}} = 2^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sqrt[2]{2^1} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2 \times 2]{2^{1 \times 2}} = \sqrt[2 \times 2]{2^{1 \times 2}} \Rightarrow \sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \times m]{a^{km}}$$

الف $x^2 - y^2 = (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = (x - y)(x + y)(x^2 + y^2)$

ب $x^6 - y^6 = (x^3 - y^3)(x^3 + y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)(x + y)(x^2 - xy + y^2)$

۹

پ) $8a^3 + 27 = (2a)^3 + 3^3 = (2a + 3)(4a^2 - 6a + 9)$

ت) $a^3b^6 - 8 = (ab^2)^3 - 2^3 = (ab^2 - 2)(a^2b^4 + 2ab^2 + 4)$

الف) $\frac{3}{3 + \sqrt{7}} \times \frac{3 - \sqrt{7}}{3 - \sqrt{7}} = \frac{3(3 - \sqrt{7})}{9 - 7} = \frac{3}{2}(3 - \sqrt{7})$

ب) $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

پ) $\frac{1}{\sqrt{x} - 2} \times \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4} = \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{(\sqrt{x})^3 - 2^3} = \frac{\sqrt{x^2} + 2\sqrt{x} + 4}{x - 8}$

ت) $\frac{6}{2\sqrt[3]{2} - 1} \times \frac{(2\sqrt[3]{2})^2 + 2\sqrt[3]{2} + 1}{(2\sqrt[3]{2})^2 + 2\sqrt[3]{2} + 1} = \frac{6(4\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2} + 1)}{(2\sqrt[3]{2})^3 - 1}$

$= \frac{6(4\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2})}{16 - 1} = \frac{6(4\sqrt[3]{4} + 2\sqrt[3]{2})}{15}$