

فیلم حل و تحلیل ریاضی دوازدهم
آزمون ۲۶ اردیبهشت قلم چی

استاد مهدی شاکریان

۸۲، ۸۵، ۸۶، ۹۱، ۹۲، ۹۳، ۹۴، ۹۶، ۹۷، ۱۰۰

سوالات نکته دار



✱

۸۲- اگر $f(x)$ یک تابع درجه سوم باشد، تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع $g(x) = |f(x)|$ کدام گزینه نمی تواند باشد؟

- ~~یک (۲)~~
- ~~سه (۴)~~
- ~~صفر (۱)~~
- دو (۳)

نکته: $|x^0|$ مشتق ندارد \Rightarrow ۰

$y = |x^3|$ $x=0$ مشتق دارد \Rightarrow ۱

$y = |(n-1)^2(n-2)|$ $\begin{cases} n=1 \text{ مشتق دارد} \\ n=2 \text{ مشتق ندارد} \end{cases} \Rightarrow$ ۱

$y = |(n-1)(n-2)(n-3)|$ $\begin{cases} n=1 \text{ مشتق ندارد} \\ n=2 \text{ مشتق ندارد} \\ n=3 \text{ مشتق ندارد} \end{cases} \Rightarrow$ ۳



$$[-1, 4] = -2$$

۲- متن
۸۳- اگر $f(x) = x^2 |x| |x|$ باشد، مقدار $f'(-\sqrt{2})$ کدام است؟

$$-4\sqrt{2} \quad (2)$$

$$-2\sqrt{2} \quad (1)$$

$$12 \quad (4) \checkmark$$

$$6 \quad (3)$$

قدر معلوم است — تعیین علامت
جزایع — تعیین علامت

$$-\sqrt{2} = -1,4 \rightarrow y = x^2 (-x)(-2) = 2x^3$$

$$y' = 6x^2 \quad \underline{x = -\sqrt{2}} \quad y(2) = 12$$



۸۴- مقدار مشتق تابع $f(x) = \sqrt[3]{x} \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \right)$ در $x=1$ برابر کدام گزینه است؟

(۲) -۱

(۱) ✓

(۴) $-\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{3}$

عامل صفر

$(x^2 - 1)$

$$y'(1) = \frac{\sqrt[3]{1} (2 \cdot 1)}{(1^2 + 1)} = \frac{1 \times 2}{2} = 1$$

عامل صفر

ساده سازی

فرصت

متن ضمیمه، نقش





۸۵- اگر $f(x)$ یک تابع درجه دوم باشد به طوری که مقدار عبارت $(\frac{f}{f'})'$ یک عدد ثابت شود، تعداد محل برخورد $f(x)$ با محور x ها

$$y = mx + h \rightarrow y' = m$$



کدام است؟

(۱) یک یا دو

(۲) صفر یا یک

(۳) یک

(۴) دو

$$\frac{f}{f'} = \left(\frac{ax^2 + bx + c}{2ax + b} \right)' = (mx + h)' = m \text{ (عدد ثابت)}$$

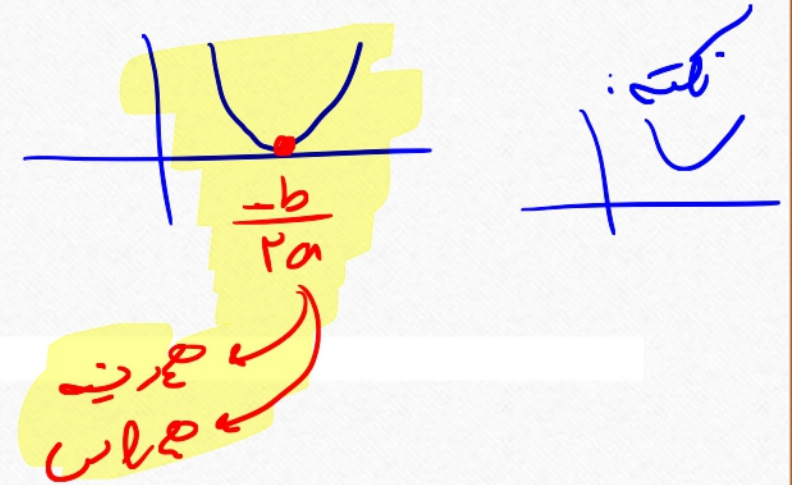
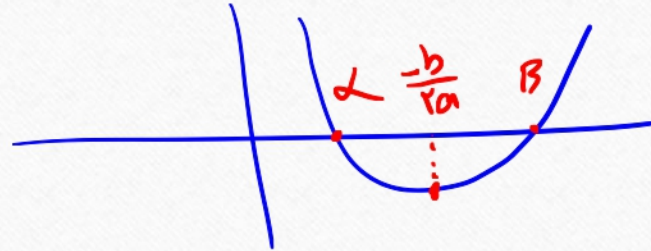
نکته: شرط ساد شدن اینک رتبه مخبر باریت صورت یکی باشد.

صورت یک رتبه مفاد دارد \Rightarrow مع رتبه مخبر \Rightarrow مع رتبه صورت

$$2ax + b = 0 \quad x = -\frac{b}{2a}$$



$$y = ax^2 + bx + c$$



$$f = (n-1)^2$$

$$f' = 2(n-1)$$

$$\frac{f}{f'} = \frac{(n-1)^2}{2(n-1)} = \frac{n-1}{2}$$

درجه یک

مثال فرجه:

$$\left(\frac{f}{f'}\right)' = \frac{1}{2}$$

عدد ثابت



$$\frac{1}{x} \rightarrow \frac{-1}{x^2}$$

۸۶- اگر برای تابع f داشته باشیم $\Delta f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = x + 2$ ، آن گاه مقدار $f''(1)$ کدام است؟

$$f(u) \rightarrow u' f'(u)$$

$$-3x^{-2}$$

$$-\frac{5}{8} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{8} \quad (1) \checkmark$$

$$\frac{5}{8} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$f'(1) = \frac{1}{7}$$

$$\Delta f'(x) + \frac{-3}{x^2} f'\left(\frac{1}{x}\right) = 1 \xrightarrow{x=1} \Delta f'(1) - 3f'(1) = 2f'(1) = 1$$

$$\Delta f''(x) + 6x^{-3} f'\left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{-1}{x^2}\right) f''\left(\frac{1}{x}\right) \left(\frac{-3}{x}\right) = 0$$

$$\Delta f''(1) + 6f'(1) + 3f''(1) = 0$$

$$\wedge f'(1) + 3 = 0$$

$$f''(1) = -\frac{3}{8}$$





۸۷- خط مماس بر منحنی تابع $xy = k$ (عدد ثابت است) در نقطه‌ای به طول $x = a$ محور x ها را در چه طولی قطع می‌کند؟

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = \frac{k}{x}$$

$(a \neq 0)$

$$\frac{3}{2}a \quad (2)$$

$ka \quad (1)$

$$\frac{5}{2}ka \quad (4)$$

$2a \quad (3) \quad \checkmark$

$$y' - \frac{k}{a} = \frac{-k}{a^2}(x - a)$$

$$m = y' = \frac{-k}{x^2} \xrightarrow{x=a} \frac{-k}{a^2}$$

$y = 0$
طرف از مبدا

$$\frac{-k}{a} = \frac{-k}{a^2}(x - a)$$

$$\frac{x - a}{a} = 1$$

$$x - a = a$$

$$x = 2a$$



۸۸- اگر $f(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ و خط $y = 3x + 5$ بر نمودار تابع g در نقطه $x = 2$ مماس باشد، آن گاه $f'(2)$ کدام است؟

۱۱ ~~$y(2) = g(2)$~~

۱۲ ~~$y'(2) = g'(2)$~~

۲۲، ۲۳، ۲۴ مماس

۱ (۲)

۱ (۱)

-۲ (۴)

۲ (۳)

$$f'(x) = \frac{g'(x) x^2 - 2x g(x)}{x^4} \xrightarrow{x=2} f'(2) = \frac{2^2 g'(2) - 4g(2)}{16} = \frac{-32}{16} = -2$$



۸۹- در لحظه $t=0$ سوراخی در ظرفی پر از مایع ایجاد می‌شود. اگر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف پس از t ثانیه از رابطه

$v(t) = 60 \cdot \left(1 - \frac{t}{50}\right)^2$ به دست آید ($0 \leq t \leq 50$)، آهنگ متوسط تغییر حجم مایع باقی‌مانده در ظرف از ابتدا تا تخلیه کامل چه قدر است؟

-۱/۵ (۲)

-۱ (۱)

-۱/۸ (۴)

-۱/۲ (۳) ✓

$t=50$
ظرف تخلیه کامل
 $V=0$

$t=0$

$$\frac{v(50) - v(0)}{50 - 0} = \frac{0 - 60}{50} = -\frac{60}{50} = -\frac{60 \div 10}{50 \div 10} = -1.2$$



۹۸- اگر f و g توابعی مشتق پذیر روی \mathbb{R} باشند به طوری که $f(x^2 - 3x) = g\left(\frac{2x}{x^2 + 1}\right)$ و $g'(1) = 3$ ، آن گاه حاصل $f'(-2)$ کدام است؟

$$f(u) \rightarrow u' f'(u)$$

از طرفین صفت بگیر
در طرفین یک $x = 1$ بزاری.

$$\frac{1}{3} \cdot 2$$

$$-1 \cdot 1$$

صفر ✓

$$\frac{2}{3}$$

$$(2x - 3) f'(x^2 - 3x) = \frac{2(x^2 + 1) - (2x)(2x)}{(x^2 + 1)^2} g'\left(\frac{2x}{x^2 + 1}\right)$$

$$* \quad x = 1 \rightarrow (-1) f'(-2) = \frac{(2 - 2)}{16} g'(1)$$

$$- f'(-2) = 0$$

$$\boxed{f'(-2) = 0}$$

