

فیلم حل و تحلیل ریاضی دوازدهم
آزمون ۲۳ اسفند قلم چی

استاد مهدی شاکریان

کاری از آکادمی VIP سبقت برتر



۹۶- کمترین مقدار تابع با ضابطه $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$ در بازه $[1, 4]$ کدام است؟

-11 (۴)

-20 (۳)

-24 (۲)

-27 (۱)

بجای بازه

$f(BB)$

$f(انتهای)$

$f(ابتدای)$

کمترین / بیشترین / مطلق / برابر ←

$f(1) = 1 - 3 - 9 = -11$

مطلق max

$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0$

$x = 3$
BB

$f(4) = 4^3 - 3 \cdot 4^2 - 9 \cdot 4 = -20$

$f(3) = 27 - 27 - 27 = -27$

min مطلق

حیر = $[-27, -11]$



۹۷- اگر برد تابع $f(x) = x^3 - 6x^2 + m$ با دامنه $[-1, 2]$ برابر $[a, b]$ باشد، آنگاه حاصل $b - a$ کدام است؟

۸(۴) ۷(۳) ۱۶(۲✓) ۹(۱)

$$f(-1) = -1 - 6 + m = -7 + m$$

$$f(2) = 8 - 24 + m = -16 + m$$

$$f(BB) = f(\cdot) = 0 + m$$

$$R = \left[\underbrace{-16 + m}_a, \underbrace{0 + m}_b \right]$$

$$y' = 3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x - 4) = 0 \rightarrow x = 4$$

$$b - a = (0 + m) - (-16 + m) = 16$$



۹۹- بیشترین مساحت ممکن در بین مستطیل‌هایی که یک ضلع آن منطبق بر محور x ها و دورأس دیگر آن بر روی منحنی تابع

$y = 9 - x^2$ قرار دارد، کدام است؟

- ۱۸√۳ (۴)
- ۲۴√۳ (۳)
- ۱۲√۳ (۲) ✓
- ۶√۳ (۱)



~~$S = xy$~~



$S = 2xy$

$S = 2xy = 2x(9 - x^2) = 18x - 2x^3$

$S' = 18 - 4x^2 = 0 \implies x^2 = \frac{18}{4} = \frac{9}{2} \implies x = \pm\sqrt{\frac{9}{2}}$



$S(\sqrt{3}) =$

$2\sqrt{3}(9 - 3) = 12\sqrt{3}$

$S(-\sqrt{3}) =$

نقطه (حداقل) ← نقطه منفرجه ← $x = 0$



۱۰۰- اگر تابع $f(x) = ax^3 + \frac{b}{x}$ در نقطه $(1, 8)$ دارای اکسترمم نسبی باشد، مقدار b کدام است؟

۴ (۴)

۶ (۳) ✓

-۱ (۲)

۲ (۱)

$$f'(x) = 0$$

$$f(x) = B$$

(α, β) اکسترمم تابع

$$f(1) = 8 \rightarrow 8 = a + b$$

$$f'(1) = 0 \rightarrow 3ax^2 + b\left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0$$

$$\begin{cases} a + b = 8 \\ 3a - b = 0 \end{cases}$$

$$b = 4$$

$$a = 2$$



$f < 0$ و $f' < 0$

۳-۱ نمودار تابع $f(x) = x^3 - x^2$ در کدام یک از بازه‌های زیر نزولی بوده و مقدار f در آن منفی است؟

~~$(-\frac{5}{2}, -1)$ (۴)~~

~~$(-\frac{2}{5}, 0)$ (۳)~~

$(0, \frac{1}{5})$ (۲) ✓

~~$(\frac{2}{5}, 1)$ (۱)~~

$f = x^{\frac{2}{3}}(x-1)$

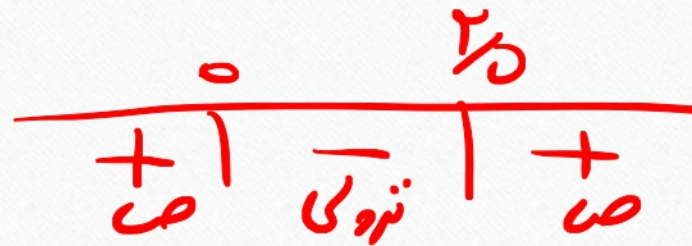
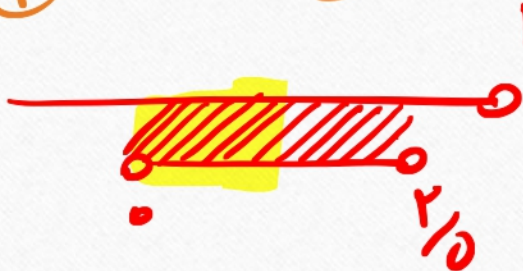
$f' = \frac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{1}{3}x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}x^{-\frac{1}{3}}(2x-1) = \frac{2x-1}{3x^{\frac{1}{3}}}$

$x = \frac{2}{5}$

$2x - 1 = 0$

$\sqrt[3]{x} = 0$

$x = 0$



۱۰۵- می‌خواهیم یک استوانه قائم بسازیم که حجم آن برابر 54π باشد. شعاع قاعده استوانه چه قدر باشد تا مساحت کل آن مینیمم شود؟

۴ (۴)

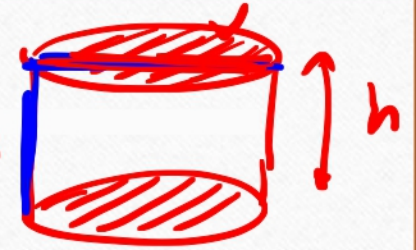
۳ (۳) ✓

۲ (۲)

۱ (۱)

$$V = \pi r^2 h = 54\pi \rightarrow h = \frac{54}{r^2}$$

$$* \text{مساحت} = 2\pi r^2 + 2\pi r h = 2\pi r^2 + 2\pi r \frac{54}{r^2} = 2\pi r^2 + \frac{108\pi}{r}$$



$$2\pi r + 108\pi \left(\frac{-1}{r^2}\right) = 0$$

$$\frac{2\pi r^3 - 108\pi}{r^2} = 0$$

$$2\pi (r^3 - 54) = 0$$

$$r = 3$$

$$r^3 = 54$$

$r = 3$

نت منفرد

max
min

بهینه



۱۰۸- تابع با ضابطه $f(x) = 3x^4 - 4x^3$ در نقطه دارای است.

(۲) $x = 0$ ، می‌تیم نسبی

(۱) $x = 1$ ، ماکزیم نسبی

(۴) $x = 1$ ، می‌تیم نسبی

(۳) $x = 0$ ، ماکزیم نسبی

$$y' = 12x^3 - 12x^2 = 12x^2(x-1) = 0$$

$\min \quad x = 1$

میان

ریشه مضاعف $x = 1$ است



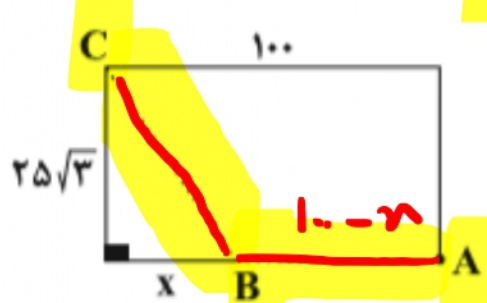
$y' = 0$

تساوی

min

۱۰۹- علی در موقعیت A قرار دارد. او می‌خواهد به مغازه‌ای که در ۱۰۰ متری غرب و $25\sqrt{3}$ متری شمال موقعیت فعلی او قرار دارد برود.

اگر مسیر AB را با سرعت $4 \frac{m}{s}$ و مسیر BC را با سرعت $2 \frac{m}{s}$ طی کند، آن‌گاه کم‌ترین زمان ممکن برای رسیدن به مغازه در



مسافت = زمان * سرعت

نقطه C کدام است؟

- (۱) ۲۵ ✗
- (۲) $\frac{75}{4}$
- (۳) $\frac{125}{4}$
- (۴) $\frac{175}{4}$ ✓

$$t = \frac{\text{مسافت}}{\text{سرعت}} = \frac{AB}{4} + \frac{BC}{2} = \frac{(100-x)}{4} + \frac{\sqrt{x^2 + (25\sqrt{3})^2}}{2}$$

$$y' = -\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1875}} = 0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1875}} = \frac{1}{2}$$

$$x = 25$$

$$t = \frac{175}{4}$$

