

فیلم حل و تحلیل ریاضی دوازدهم
آزمون ۲۳ اسفند قلم چی

استاد مهدی شاکریان

کاری از آکادمی VIP سبقت برتر



۹۱ - مجموع مشتق چپ و راست تابع $f(x) = |x - 2|$ در $x = 2$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۴ (۴)

۲ (۲)

۱ (۱) ✓

قدر ← علامت ±
جز ← علامت رند
بعد مشتق بگیر.

$$x^+ \quad y = (x - 2)(4)$$

$$y' = 1 \times 4 = 4$$

$$4 + (-3) = 1$$

$$x^- \quad y = (-x + 2)(3)$$

$$y' = -1 \times 3 = -3$$



۹۲- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 - 2x$ در نقطه مشتق پذیر و بحرانی آن کدام است؟

(۴) -۱

(۳) ۲

(۲) صفر

(۱) ۱

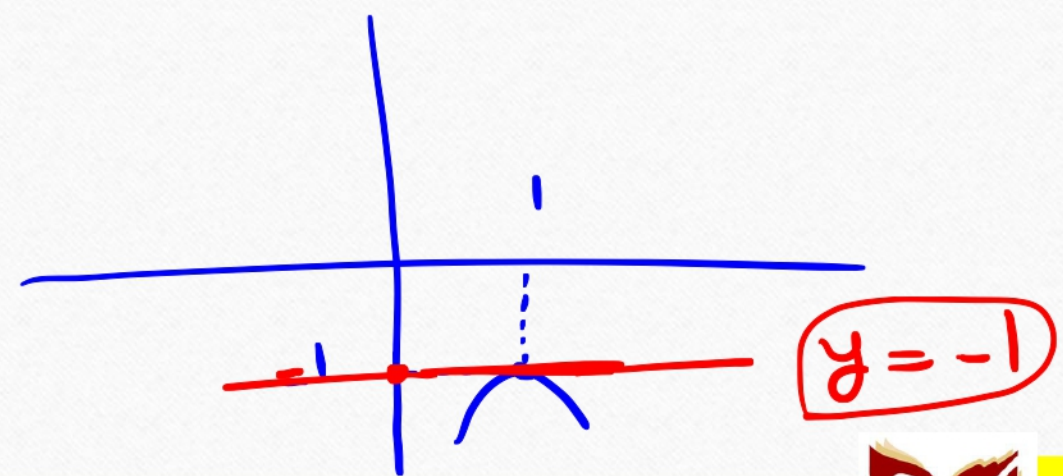
$$\begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 1 - 2 = -1 \\ m = y' = 0 \end{cases}$$

$$2x - 2 = 0 \rightarrow x = 1$$

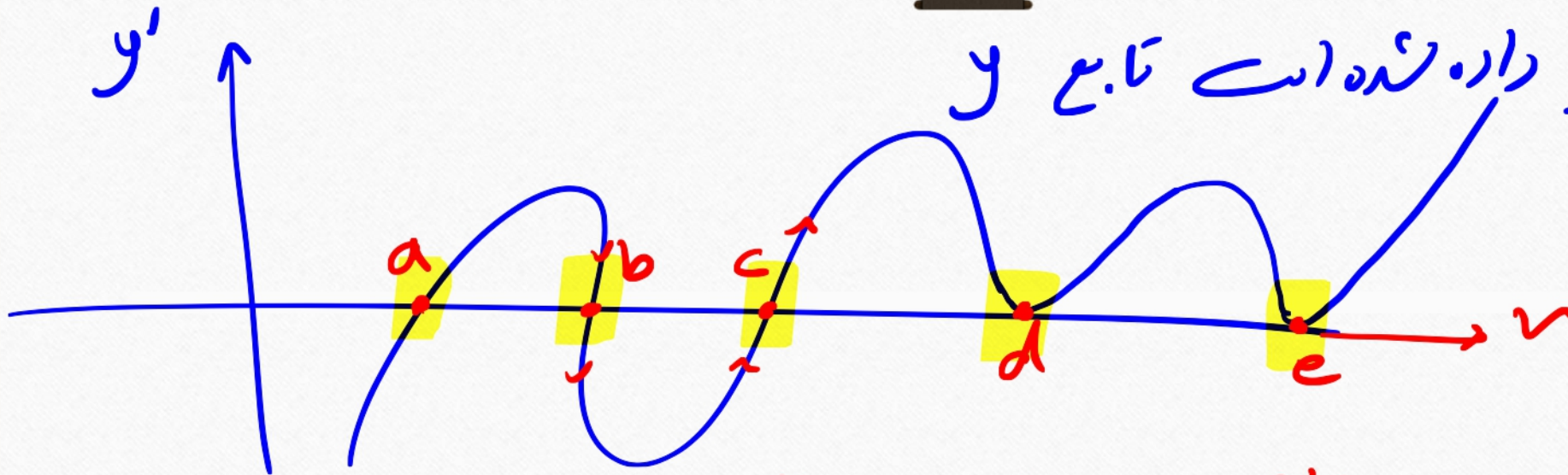
$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

$$y = y_0$$

$$y = -1$$



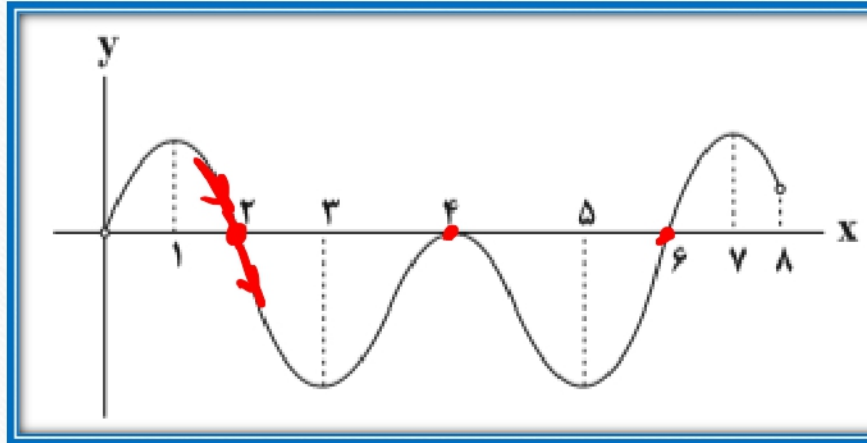
تت: نهدار' و داده نده است تابع y



باز باز باز باز باز
min x x

داده ۵ باز ۱ باز ۲ min است.

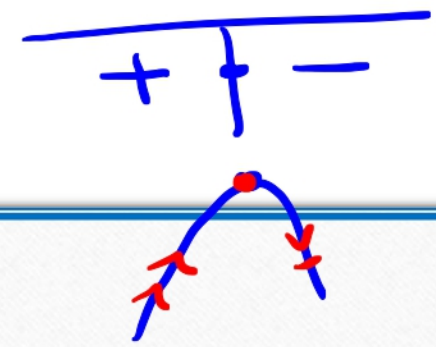




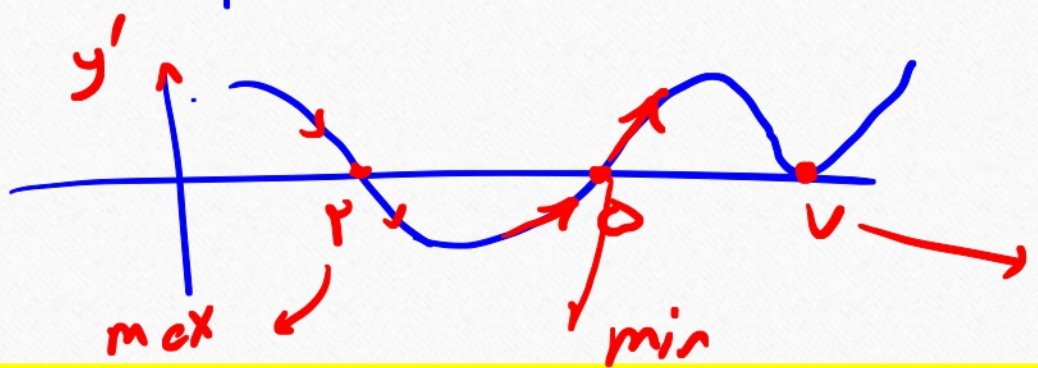
۹۳- نمودار مشتق تابع f به صورت زیر است. این تابع چند **Max** نسبی دارد؟

- ۱(۱) ✓
- ۲(۲)
- ۳(۳)
- ۴(۴)

max



نمود	$m=0$	صعود	y
زیر و بالا	قطع	بالا	y'



نکته: ریشه ها را بخندار! y' به صفت
جزئی min max نشانه

ریاضی دوازدهم استاد شاکریان



وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی!!!
www.SEBGHATEBARTAR.com



۹۴- اگر $f(0) = f'(0) = 1$ ، آن گاه معادله خط مماس بر منحنی $y = f(2x)$ در نقطه‌ای به طول صفر کدام است؟

$y = 2x + 1$ (۴) ✓
 $y = x + 2$ (۳)
 $y = 2x + 2$ (۲)
 $y = x + 1$ (۱)

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = f(0) = 1 \\ m = y' = 2 f'(2x) = 2 f'(0) = 2(1) = 2 \end{cases}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \qquad y - 1 = 2(x - 0)$$

$$f(u) \longrightarrow u' f'(u)$$

$$y = 2x + 1$$



۹۵- حجم آب درون ظرفی، طبق رابطه $v(t) = \frac{4t+14}{2t+4}$ تغییر می‌کند. در چه لحظه‌ای، آهنگ لحظه‌ای تغییر حجم با آهنگ

متوسط تغییر حجم در بازه $[1, 2]$ برابر است؟

$$2\sqrt{3} + 2 \quad (۴)$$

$$4\sqrt{3} + 4 \quad (۳)$$

$$2\sqrt{3} - 2 \quad (۲)$$

$$4\sqrt{3} - 4 \quad (۱)$$

$$\text{معدل} = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{\frac{22}{8} - 3}{1} = -\frac{1}{4}$$

$$\text{خطا} = y' = \frac{12 - 28}{(2t+4)^2} = \frac{-16}{(2t+4)^2} = -\frac{1}{2}$$

$$(2t+4)^2 = 28$$

$$2t+4 = \pm 2\sqrt{7}$$

$$t = \frac{\pm 2\sqrt{7} - 4}{2} = \pm\sqrt{7} - 2$$

$$\frac{ax+b}{cx+d} \rightarrow \frac{ad-bc}{0}$$

ریاضی دوازدهم استاد شاکریان



وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی!!!

www.SEBGHATEBARTAR.com



۹۸- اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x \geq 4 \\ \sqrt{2x+1} & x < 4 \end{cases}$ در $x=4$ مشتق پذیر باشد، آن گاه مقدار b کدام است؟

$\left\{ \begin{array}{l} \Delta \\ \Delta' \end{array} \right.$

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{7}{6} \quad (2) \quad \checkmark$$

$$\frac{2}{4} \quad (1)$$

$$\Delta = \Delta \xrightarrow{x=4} 12a + 4b = \sqrt{9}$$

$$\Delta' = \Delta' \xrightarrow{x=4} 2ax + b = \frac{1}{\sqrt{2x+1}}$$

$$2b = \frac{7}{3} \quad \boxed{b = \frac{7}{6}}$$

$$\boxed{12a + 4b = 3}$$

~~$$\boxed{8a + b = \frac{1}{3}}$$~~

$$-12a - 2b = -\frac{2}{3}$$



کدام است؟ $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h-1) - f'(-1)}{h}$ حاصل، $f(x) = \frac{x^2 - x^2}{(x-1)^2}$ اگر $1 \cdot 1 - 1 \cdot 1$

$-\frac{1}{4}$ (4) ✓ $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{8}$ (2) $\frac{1}{8}$ (1)

$= \frac{x^2(x-1)}{(x-1)^2}$
 $f = \frac{x^2}{x-1}$

$\frac{\Delta'}{\Delta'} = \frac{1 f''(h-1) - \dots}{1} = f''(-1)$

$f' = \frac{2x(x-1) - 1x^2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$ $f'' = \frac{(2x-2)(x-1)^2 - 2(x-1)(x^2-2x)}{(x-1)^4}$

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(h-1) - f'(-1)}{h} = \frac{\Delta'}{\Delta'} = \frac{f''(-1)}{1}$

$= \frac{(-2)(2) + 2(2)}{16} = \frac{-2}{16} = -\frac{1}{8}$



۱۰۲- اگر $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \frac{4}{27}$ باشد، در این صورت مشتق تابع $y = f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$ در $x = \frac{1}{27}$ چه قدر است؟

$\frac{1}{27}$ (۴) -4 (۳) ✓ $-\frac{4}{27}$ (۲) $\frac{1}{27}$ (۱)

$\frac{f'(x) - \dots}{1 - \dots} = f'(3) = \frac{4}{27}$

$f(u) \rightarrow u' f'(u)$
 $x^{-1/3} \rightarrow -\frac{1}{3} x^{-4/3}$

$y' = \left(-\frac{1}{3} x^{-4/3} \right) f'\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)$

$\left(\frac{-3}{3}\right) x^{-4/3} = 3 = 11$

$-\frac{1}{3} \times 11 \times \frac{4}{27} = -\frac{44}{27}$



$$f' = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ \text{ندارد} \end{cases}$$

$$x > 1$$

$$x < 1$$

$$x = 1$$

$$f' = \begin{cases} + \\ - \\ \text{صفر} \end{cases}$$

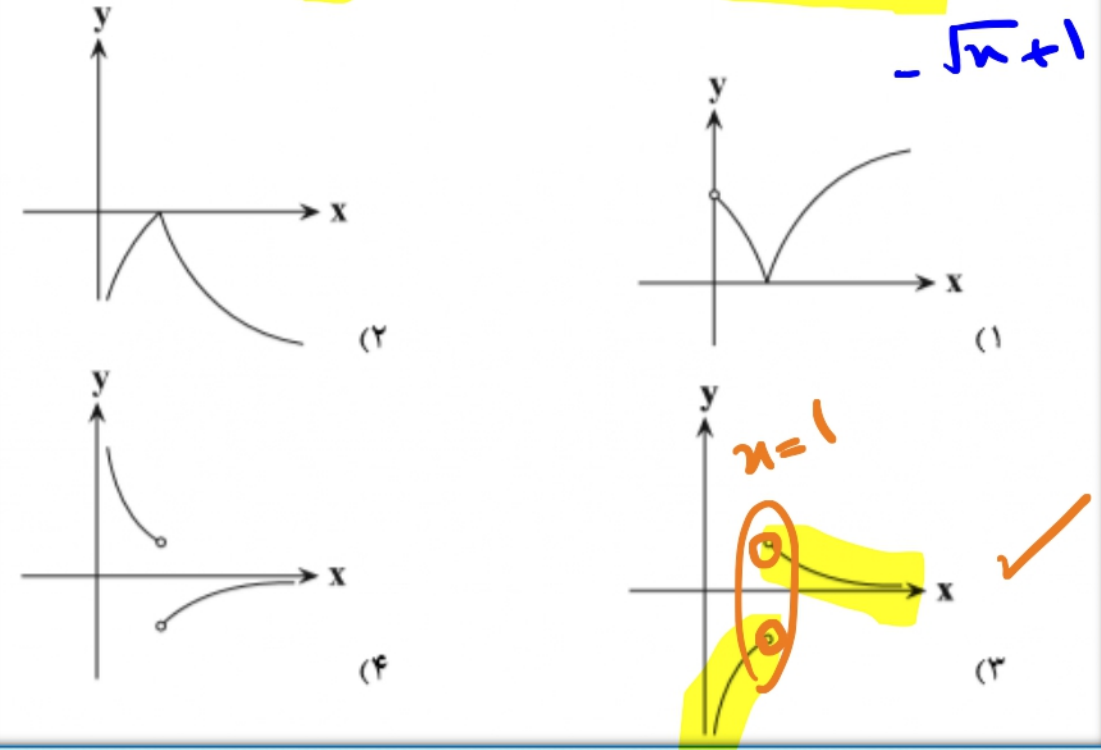
$$x > 1$$

$$x < 1$$

$$x = 1$$

$$\sqrt{x} - 1 \quad x=1$$

۱۰۴- اگر $f(x) = |\sqrt{x} - 1|$ مفروض باشد، نمودار تابع $f'(x)$ کدام گزینه است؟



۱۵۱ ← صفت ندارد



* موقع

۱۰۶- اگر در توابع $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$ و $g(x) = x - 2$ داشته باشیم $f'(a)g(a) = f(a)g'(a)$ آن گاه مقدار a کدام گزینه می تواند باشد؟

- ۲ (۴)
- ۲ (۳)
- ۱ (۲)
- ۱ (۱) ✓

$$f'(a)g(a) - g'(a)f(a) = 0 \iff \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - g'f}{g^2} = 0$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = 0 \iff \frac{f}{g} = \frac{(x^2 - 1)(x + 1)}{(x - 2)} = \frac{(x - 1)(x + 1)(x + 1)}{(x - 2)}$$

$$y'(-1) = 0$$

نکته: اگر در $x = a$ تابع را در a حاصل صفر باشد $y' = 0$



$$u^n \rightarrow n u^{n-1} \cdot u'$$

۱۰۷- اگر $y = \sqrt[3]{2x}$ ، آنگاه y' کدام است؟

$$\frac{2}{\sqrt[3]{2x^2}} \quad (f)$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{2x}} \quad (r)$$

$$\frac{1}{y} \quad (r)$$

$$\frac{1}{y^2} \quad (1) \quad \checkmark$$

$$y = (2x)^{\frac{1}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{3} (2x)^{-\frac{2}{3}} \times 2 = (2x)^{-\frac{2}{3}}$$

$$y' = \frac{1}{(2x)^{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{y^2}$$



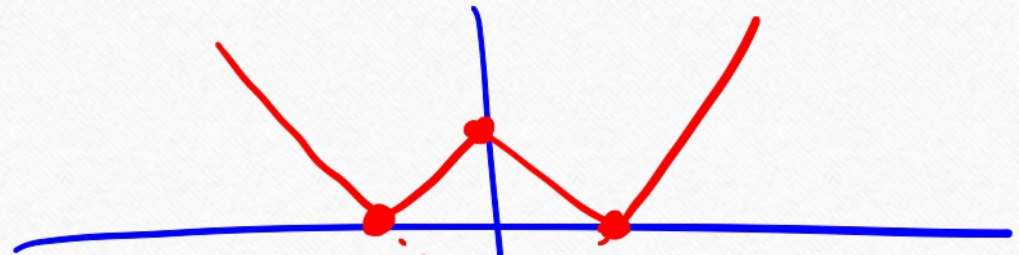
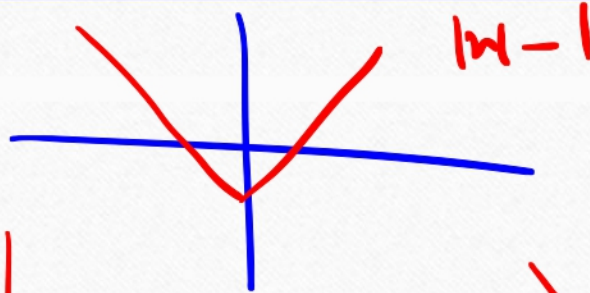
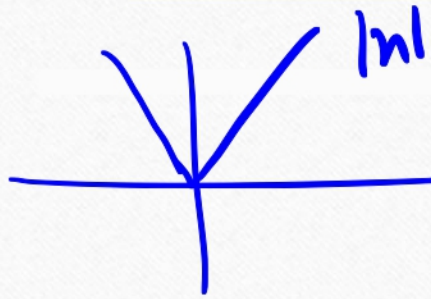
۱۱- تعداد نقاط مشتق ناپذیری تابع با ضابطه $f(x) = ||x| - 1|$ بر روی \mathbb{R} کدام است؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)



تیز
زاد = دار
کوشتار
مشتق ناپذیر

سه نقطه

مجموع ریاضی بجز ب

