

فیلم حل و تحلیل ریاضی دوازدهم

آزمون ۲۹ آذر قلم چی

استاد مهدی شاکریان

کاری از آکادمی VIP سبقت برتر



۹۱- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[x^2]^2}{2x^2}$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۴) وجود ندارد.

(۳) صفر

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{2}$

$$[x^2] = \left[\left(\frac{1}{10} \right)^2 \right] = \left[\frac{1}{100} \right] = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{0}{0} = 0$$

$$\frac{0}{0} = 0$$

کونی نزدیک = $\frac{0}{0}$



۹۲- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{|3x-1| - |2x+1|}{|3-x| - 2x}$ مفروض است. اختلاف دو مقدار $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ از هم کدام است؟

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

۱ (۳)

$$\frac{2}{3} \quad (۲)$$

۱) صفر

$$x \rightarrow +\infty (1 \dots) \quad \frac{(3x-1) - (2x+1)}{(x-3) - 2x} \stackrel{\text{نزدیک به } x}{=} \frac{x}{-x} = -1$$

$$x \rightarrow -\infty (-1 \dots) \quad \frac{(-3x+1) - (-2x-1)}{(3-x) - 2x} \stackrel{\text{نزدیک به } -x}{=} \frac{-x}{-3x} = \frac{1}{3}$$

$$\text{اختلاف} = \frac{1}{3} - (-1) = \frac{4}{3}$$



۹۳- حدود a کدام باشد تا بازه $(2a-1, a+2)$ یک همسایگی عدد $x=3$ محسوب شود؟

$$-1 < a < 2 \quad (۴)$$

$$2 < a < 4 \quad (۳)$$

$$\frac{3}{2} < a < \frac{7}{2} \quad (۲)$$

$$1 < a < 2 \quad (۱) \checkmark$$

$$2a-1 < 3 < a+2$$

$$2a < 4$$

$$a < 2$$

انتهای

$$1 < a < 2$$

$$a > 1$$



۹۴) حد راست تابع $f(x) = 4[x+1] - 3[-x]$ در نقطه a برابر حد چپ آن در نقطه a است. مقدار a کدام یک از گزینه‌های

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & \text{در } x \\ -[x] - 1 & \text{در } x \text{ اعشاری} \end{cases}$$

زیر می‌تواند باشد؟ ([] : علامت جزء صحیح است.)

۳ (۴)

-۷ (۳)

-۱ (۲)

۶ (۱)

$$f(x) = 4([x]+1) - 3(-[x]-1) = 7[x] + 7$$

x اعشاری $\rightarrow a$

$$a^+ \rightarrow 7(a) + 7$$

$$\bar{a} \rightarrow 7(a-1) + 7 = 7a$$

$$(7a+7) = \frac{7}{7} (7a)$$

$$7a+7 = 7a \rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$[\bar{a}] = a-1, [a^+] = a$$



$$q \frac{\square}{\triangle} = \frac{\text{لذنه}}{\text{لذنه}}$$

$x \rightarrow \infty$

۹۵- حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x^2+1)^2 - (x^2-1)^2}{(2x+1)^2 + (2x-1)^2}$ کدام است؟

(۱) $+\infty$ (۲) صفر (۳) ۲ (۴) $\frac{1}{2}$

$$\frac{(\cancel{x^4} + 2x^2 + \dots) - (\cancel{x^4} - 2x^2 + \dots)}{\sum x^2 + \dots + \sum x^2 + \dots}$$

$$= \frac{\sum 2x^2}{2 \sum x^2} = \boxed{\frac{1}{2}}$$



۹۶- حاصل حد راست تابع $f(x) = \frac{[2-x]}{\sqrt{x+6}-x}$ در نقطه $x=3$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) $+\infty$ (۴) $-\infty$

قدر معلول (علامت \pm)
 چیز صحیح (عدد رند)
 عدد کناری
 حل

پس $\rightarrow [2-3] = [-1] = -۲$

$$h \frac{-۲}{\sqrt{x+6}-x} = \frac{-۲}{0-} = +\infty$$

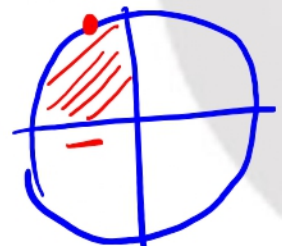
$x \rightarrow 3^+$

علامت بالا عدد
 علامت کناری (کد منفرد)
 سباز بجاز



$$\frac{1-1}{\sqrt{1-1}} = \frac{0}{0}$$

حذف عامل



کدام است؟

$$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{4})^+} \frac{\tan^2 x - 1}{\sqrt{1 - \sin^2 2x}}$$

حاصل -۹۷

$$\sqrt{\cos^2 2x} = |\cos 2x| = -\cos 2x$$

$$\frac{\cancel{\sin^2} \tan^2 x - 1}{-\cos 2x} = \frac{\cancel{\sin^2} \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} - 1}{(-\cos 2x)(\cos^2 x)} = \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{1}{2} = \sqrt{2}$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

ریاضی دوازدهم استاد شاکریان



وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی!!!
www.SEBGHATEBARTAR.com



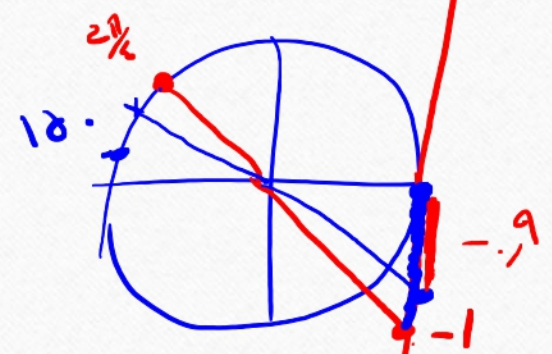
$$\frac{-\frac{\pi}{4}}{\tan \frac{\pi}{4} + 1} = \frac{-\frac{\pi}{4}}{-1+1}$$

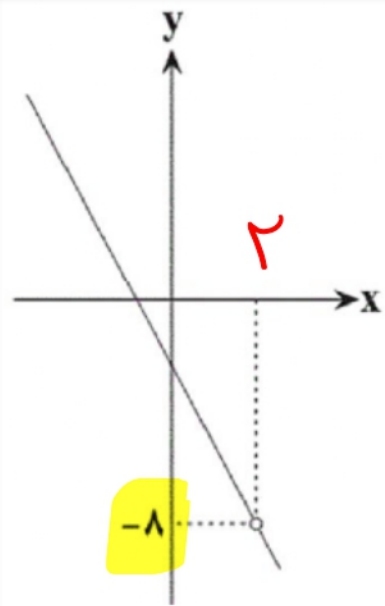
$$= \frac{-\frac{\pi}{4}}{0^+} = -\infty$$

$$\tan 0 + 1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = +$$

۹۸- در مورد تابع با ضابطه $f(x) = \frac{-x}{\tan \pi x + 1}$ کدام گزینه درست است؟

$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{4})^+} f(x) = -\infty$ (۲)
 $\lim_{x \rightarrow (\frac{3}{4})^+} f(x) = -\infty$ (۱) ✓
 $\lim_{x \rightarrow (\frac{1}{2})^+} f(x) = -\infty$ (۴)
 $\lim_{x \rightarrow (\frac{-1}{4})^-} f(x) = +\infty$ (۳)





۹۹- اگر نمودار تابع $f(x) = \frac{-3x^2 + ax + b}{x-2}$ مطابق شکل مقابل باشد، $a+b$ کدام است؟

حفره $\frac{0}{0}$
 بعد از جواب آخر = ۶ ضاعوفه

- (۱) صفر
- (۲) ۶
- (۳) ۸
- (۴) ۲

$x=2 \rightarrow \frac{-12+2a+b}{0} = 0$

$-12+8+b=0$

$b=4$

حاصل: $\frac{-4x+a}{1}$

$x=2 \rightarrow -12+a=-8$

$a=4$



$$\frac{\cancel{(n-1)}(n+2)}{\cancel{(n-1)}(n+1)}$$

۱۰۰-اگر $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \frac{3}{2}}{x-1}$ کدام است؟

(۴) وجود ندارد. (۳) -۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱) $-\frac{1}{4}$

$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{\frac{n+2}{n+1} - \frac{3}{2}}{n-1} = \frac{\frac{2n+2-3n-3}{2(n+1)}}{n-1} = \frac{-\cancel{(n-1)}}{2(n+1)\cancel{(n-1)}} = \frac{-1}{2}$$



$(x-1)(x+1)$
 ۱-۱ اگر عبارت $3x^4 + ax^3 + b$ بر $(x^2 - 1)$ بخش پذیر باشد، زوج مرتب (a, b) کدام است؟
 (۱) $(-3, 0)$ (۲) $(0, -3)$ (۳) $(2, 1)$ (۴) اطلاعات مسئله ناقص است.

$$f(1) = 0 \rightarrow 3 + a + b = 0 \quad | \quad b = -3 - a$$

$$f(-1) = 0 \rightarrow 3 - a + b = 0$$

$f(x)$ بر $x^2 - 1$ بخش پذیر.
 $f(x) = (x-1)(x+1)g(x)$
 $f(1) = 0$
 $f(2) = 0$

$f(a) = 0$ بخش پذیر با $x - a$ بر $f(x)$



۱۰۲- به ازای کدام مقدار a و b ، تابع $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + [x], & x < 2 \\ 2a[x] + bx + 1, & x \geq 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته است؟ ([] ، علامت جزء صحیح است.)

(۲) فقط $a = b = 0$

(۱) فقط $a = 2$ و $b = 0$

(۴) هر مقدار a و b

(۳) \emptyset

بالا $\xrightarrow{2^-}$ $4a + 2b + [2^-] = 4a + 2b + 1$ ✓

پایین $\xrightarrow{2^+, 2}$ $2a [2^+] + 2b + 1 = 4a + 2b + 1$ ✓

~~$2a + 2b + 1 = 4a + 2b + 1$~~ ۰

(مرا بر)



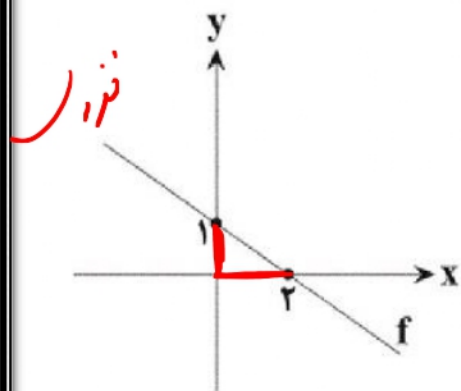
مجدد خط بخورد به هر مقدار a

ریاضی دوازدهم استاد شاکریان

وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی !!
www.SEBGHATEBARTAR.com



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1}{2} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$



۱۰۳- نمودار تابع خطی f به شکل روبه‌رو است. حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2f(x)+1}{f(3x)-x}$ کدام است؟

$$f(x) = mx + b$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2} = \left(\frac{-1}{2} \right)$$

- ۱ ()
- ۲ ()
- ۳ ()
- ۴ ()
- ۵ ()

$$f(x) = \frac{1}{2}x + b$$

$$f(2) = \frac{1}{2}(2) + \dots$$

$$\frac{2\left(\frac{1}{2}x\right) + 1}{\frac{1}{2}(3x) - x} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}x} = \left[\frac{2}{x} \right]$$

ریاضی دوازدهم استاد شاکریان



وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی!!!
www.SEBGHATEBARTAR.com



۱۰۴- تابع با ضابطه $f(x) = \frac{x^n + 3x^2 + x - 1}{x^n + 2x^2 + 4}$ مفروض است. مقدار طبیعی n را طوری انتخاب می‌کنیم که حاصل

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = m$ بیش‌ترین مقدار ممکن باشد. مقدار $m + n$ کدام است؟

۲ (۲) ۳ (۴) ۴ (۳) $\frac{10}{3}$ (۲) ۲/۵ (۱)

$n = 2 \rightarrow$

$$\frac{x + 3x}{x^2 + 2x^2} = \frac{4x}{3x^2} = \frac{4}{3x} = 0$$

$n > 2 \rightarrow$

$$\frac{x^n}{x^n} = 1$$

$$m + n = 1 + \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$$

$n = 1$

$$\frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2} = m \in \mathbb{R}$$



$$\frac{-2}{0^+} = -\infty$$

۱۰۵- اگر $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x}{3x^2 - ax + b} = -\infty$ باشد، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - 12}{x^2 + 11 - b}$ کدام است؟

$\frac{1}{3}$ (۲) $-\infty$ (۳) $+\infty$ (۴) ۶ (۱)

$$3(n-2)^p = 3n^p - 12n + 12 \quad \begin{cases} a=12 \\ b=12 \end{cases}$$

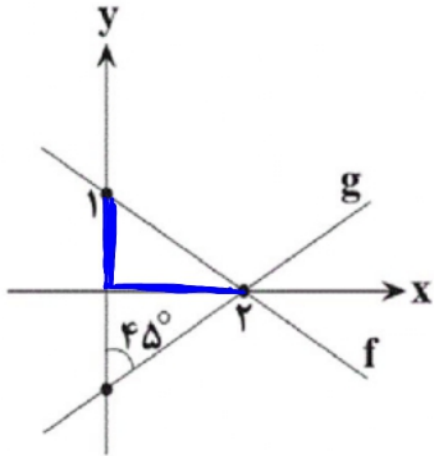
$$\lim_{n \rightarrow 1} \frac{12n - 12}{n^2 - 1} = \frac{0}{0} \stackrel{\text{Hsp}}{=} \frac{12}{2n} = \frac{12}{2} = 6$$

حذف عامل

$$\frac{D'}{D} = \text{Hsp} \rightarrow \frac{0}{0}$$



۱۰۶- دو تابع f و g خطی و مطابق شکل روبه‌رو هستند. حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{g(x)}$ کدام است؟



$$\frac{0}{0} = \frac{ax+b}{cx+d} \stackrel{H\cdot P}{=} \frac{a}{c}$$

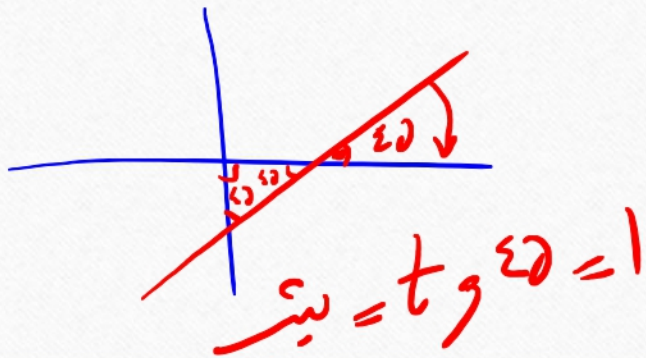
۱ (۱)

-۱ (۲)

$$\frac{-\frac{1}{2}x + \dots}{x + \dots} \stackrel{H\cdot P}{=} \frac{-\frac{1}{2}}{1} = \frac{-1}{2}$$

$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{-1}{2}$ (۴)



ریاضی دوازدهم استاد شاکریان



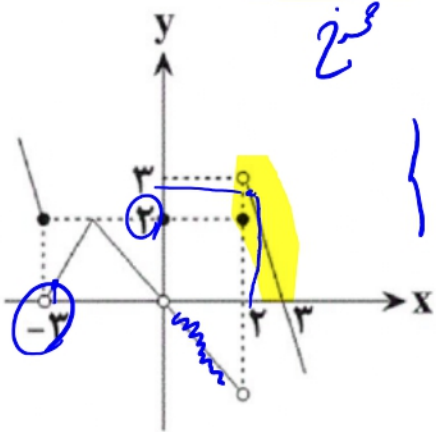
وقتشه با آرامش عاشق درس خوندن بشی!!!

www.SEBGHATEBARTAR.com



۱۰۷- شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = f(x)$ است. تابع $y = \frac{x-2}{\sqrt{f(x)}}$ در کدام فاصله پیوسته است؟

حد در
محدود



$$\begin{aligned} 2^+ &\rightarrow \frac{0}{\sqrt{2}} = 0 \\ 2^- &\rightarrow \frac{0}{\sqrt{2}} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{x-2}{\sqrt{+}}$$

$$\frac{x-2}{\sqrt{\text{منفی}}}$$

- (1) $[0, 2)$ X
- (2) $[2, 3)$ ✓
- (3) $(2, 3]$ X
- (4) $[-3, -2)$ X

$$\begin{aligned} 2^+ &\rightarrow \frac{2-2}{\sqrt{0}} = \text{X} \\ 2^- &\rightarrow \frac{2-2}{\sqrt{0}} = \text{X} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2^+ &\rightarrow \frac{-2-2}{\sqrt{2}} \\ -2^- &\rightarrow \frac{-2-2}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

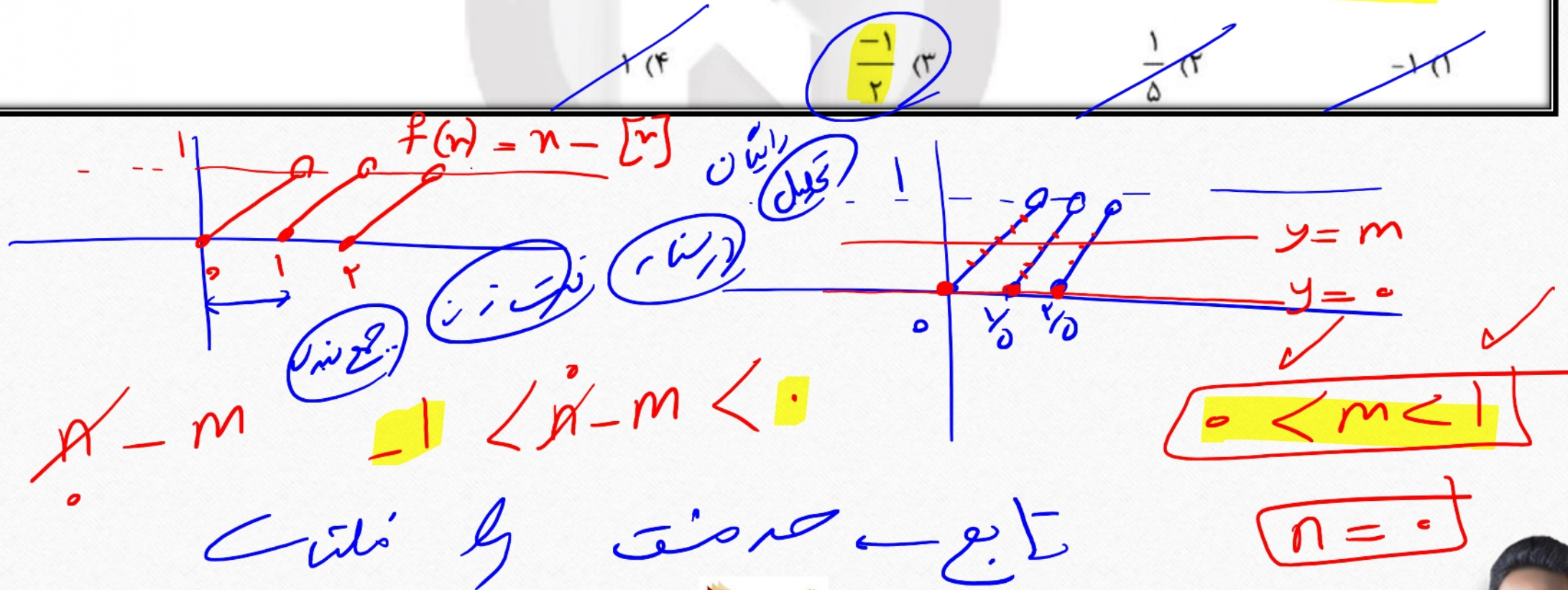
$$\frac{-2-2}{\sqrt{0}} \text{ X}$$

① چون (a, b) بی‌پایان باشد.

② در ابتدا بی‌پایان است در رازها بی‌پایان است بان ←



۱۰۸- نقاطی از $f(x) = \Delta x - [\Delta x]$ که تابع در آن‌ها پیوسته است، روی خط $y = m$ و نقاطی از $f(x)$ که تابع در آن‌ها فقط پیوستگی راست دارد، روی خط $y = n$ واقع اند. حاصل $n - m$ کدام می‌تواند باشد؟ ([] : علامت جزء صحیح است.)



۱۰۹- به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، تابع $f(x) = [mx^2 + 2(m^2 - 2)x]$ در $x=1$ حد دارد ولی پیوسته نیست؟ ([] : علامت

جزء صحیح است.)

\emptyset (۴)

~~{-۲, ۱}~~ (۳)

~~{-۲}~~ (۲)

~~{}~~ (۱)

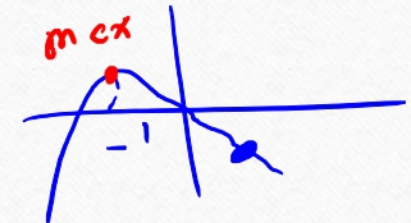
$m = 1 \rightarrow [x^2 - 2x]$

$m = -2 \rightarrow [-2x^2 + 2x]$

در $n = -1$ حد دارد ولی پیوسته نیست



حد دارد - پیوسته



حد دارد
min ← پیوسته نیست

حد دارد
max ← پیوسته نیست

حد ندارد
به حسب

پیوسته نیست [صحیح]

حد دارد
[ناصحیح] ← پیوسته



$\sqrt{ax^2+bx+c} = \sqrt{a} \left| x + \frac{b}{2a} \right|$

۱۱۰- حد تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \sqrt{4x - 2\sqrt{x}}$ وقتی $x \rightarrow +\infty$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) -۱
- (۳) $\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{2}$

$$\left(2\sqrt{x} - \sqrt{4x - 2\sqrt{x}} \right) \left(2\sqrt{x} + \sqrt{4x - 2\sqrt{x}} \right) = \frac{4x - (4x - 2\sqrt{x})}{2\sqrt{x} + \sqrt{4x - 2\sqrt{x}}}$$

کسر به عجز نزنه باب

$$\frac{2\sqrt{x}}{2\sqrt{x} + 2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x}}{4\sqrt{x}} = \frac{1}{2}$$

خصوصاً

DVD

